This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

L Soc 3983.55

Harvard College
Library

THE GIFT OF
Archibald Cary Coolidge, Ph.D.
Class of 1887
PROFESSOR OF HISTORY

MÉLANGES

MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

TIRÉS DU

BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES

DE

ST.-PÉTERSBOURG.

TOME VII.

(Avec 15 planches)

ST.-PÉTERSBOURG, 1894.

Commissionnaires de l'Académie Impériale des sciences:

à ST.-PÉTERSBOURG:	à RIGA:	à LEIPZIG:
MM. Eggers & C^ie^ et J. Glasounof.	M. N. Kymmel.	Voss' Sortiment (G. Haessel).

Prix 6 Rbl. 50 Cop. = 16 Mrk. 25 Pf.

HARVARD COLLEGE LIBRARY
GIFT OF
WILLIAM CARY COOLIDGE
JUL 1 1922

L Soc 3983.55

Imprimé par ordre de l'Académie Impériale des sciences.
Septembre 1894. N. Doubrovine, Secrétaire perpétuel.

Imprimerie de l'Académie Impériale des sciences.
(Vass.-Ostr., 9e ligne, № 12).

CONTENU.

	Pages.
Dr. C. V. L. Charlier. Über die Lösung mechanischer Probleme, die auf hyperelliptische Differentialgleichungen führen.	1— 24
A. Bonsdorff. Herleitung einer Formel zur Berechnung von Parallelbogen des Erdellipsoides.	25— 31
Hermann Struve. Résultats préliminaires des observations faites sur les satellites de Saturne à l'aide du réfracteur de 30 pouces	33— 50
O. Backlund. Über einige von Winnecke am Pulkowaer Meridiankreise in den Jahren 1861—1863 angestellte Beobachtungen	51— 64
Edouard Lucas. Sur la loi de réciprocité des résidus quadratiques	65— 66
Th. Bredichin. Sur les phénomènes extraordinaires présentés par la grande comète de 1882. (Avec une planche).	67— 78
H. Struve. Sur deux lois nouvelles dans la mécanique céleste.	79— 82
E. Lindemann. Über eine von Prof. Ceraski angedeutete persönliche Gleichung bei Helligkeitsvergleichungen der Sterne.	83— 88
M. Nyrén. Über ein von der Temperatur abhängiges Glied in den Collimatorablesungen des Pulkowaer Meridiankreises	89—102
A. Belopolsky. Über die Rotation des Jupiter. (Mit einer Tafel)	103—119
Th. Bredichin. Sur les Perséides observés en Russie en 1890. (Avec une planche).	121—148
O. Backlund. Astronomische Ortsbestimmungen im nördlichen Russland.	149—162
O. Backlund. Genäherte Elemente und Ephemeride des Enke'schen Cometen für 1891	163—167
P. Schiff. Sur l'intégration d'un système d'équations différentielles linéaires simultanées aux dérivées partielles d'ordre supérieur	169—176
Th. Bredikhine. Sur les radiants des Andromédides. (Avec 1 planche).	177—195
F. Renz. Beobachtungen von 51 Doppelsternen mit grosser Distanz nebst einer Untersuchung über systematische Fehler	197—220
J. Seyboth. Über einige ältere und neuere Sterncataloge.	221—238
Hermann Struve. Sur la libration de Hypérion.	239—248
Th. Brédikhine. Sur la dispersion des points radiants de météores. (Avec 1 planche).	249—276
A. Belopolsky. Spectrum der «Nova Aurigae» 1892, beobachtet in Pulkowo. (Mit 1 Tafel).	277—298
F. Brioschi. Sur l'équation différentielle Lamé-Hermite.	299—305
Th. Brédikhine. Sur les Perséides observées en Russie en 1892	307—328
E. Lindemann. Die Lichtcurve des neuen Sterns von 1892 (τ Aurigae). (Mit 1 Tafel).	329—352
M. Nyrén. Variations de la latitude de Poulkovo observées au grand cercle vertical dans les années 1882—91. (Avec deux planches)	353—365
S. Kostinsky. Sur les variations de la latitude de Poulkovo, observées au grand instrument des passages, établi dans le premier vertical. (Avec une planche).	367—391
Th. Brédikhine. Sur les orbites des Biélides	393—413

Pages.

A. Ivanof. Sur le mouvement des corps célestes dans un milieu résistant, qui tourne uniformément autour du soleil. . . . . 415—422
A. Bélopolsky. Le Spectre de l'étoile variable β Lyrae. (Avec deux planches). . . 423—455
Nadejda Bobrinskoy. Détermination de l'orbite de la comète 1890 VI . . . . . 457—476
E. Lindemann. Über den Lichtwechsel von β Lyrae nach Beobachtungen des Herrn J. Plassmann. (Mit einer Tafel). . . . . 477—498
A. Sokolof. Détermination du mouvement du pôle terrestre au moyen des mires méridiennes de Poulkovo. . . . . 499—514
A. Ivanoff. Variations de la latitude de Poulkovo déduites des observations faites au grand cercle vertical dans les années 1863—75. (Avec deux planches) . . 515—524
Th. Brédikhine. Sur quelques cas du morcellement des comètes. . . . . 525—542
M. Ditschénko. L'équation personnelle dans les observations des passages des étoiles polaires. . . . . 543—553
Eugénie Maximoff. Détermination des grandeurs des étoiles de l'amas stellaire χ Persei d'après les diamètres mesurés sur le cliché photographique. (1-ère communication du bureau du calcul) . . . . . 555—564

HARVARD COLLEGE LIBRARY
GIFT OF
ARCHIBALD CARY COOLIDGE
JUL 1 1922

LSoc 3983.55

MÉLANGES

MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

TIRÉS DU

BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES

DE

ST.-PÉTERSBOURG.

TOME VII.

Livraison 1.

ST.-PÉTERSBOURG, 1891.

Commissionnaires de l'Académie Impériale des Sciences:

à ST.-PÉTERSBOURG:	à RIGA:	à LEIPZIG:
MM. Eggers & C^ie^ et J. Glasounof.	M. N. Kymmel.	Voss' Sortiment (G. Haessel).

Prix 1 Rbl. 45 Kop. = 3 Mrk. 65 Pf.

MÉLANGES

MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

TIRÉS DU

BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES

DE

ST.-PÉTERSBOURG.

TOME VII.

Livraison 1.

ST.-PÉTERSBOURG, 1891.

Commissionaires de l'Académie Impériale des Sciences:

à ST.-PÉTERSBOURG:	à RIGA:	à LEIPZIG:
MM. Eggers & Cie et J. Glasounof.	M. N. Kymmel.	Voss' Sortiment (G. Haessel)

Prix 1 Rbl. 45 Kop. = 3 Mrk 65 Pf.

Imprimé par ordre de l'Académie Impériale des Sciences.
Septembre 1891. *A. Strauch*, Secrétaire perpétuel.

Imprimerie de l'Académie Impériale des sciences.
Vass.-Ostr., 9 ligne, № 12.

CONTENU.

	Pages
Dr. C. V. L. Charlier. Über die Lösung mechanischer Probleme, die auf hyperelliptische Differentialgleichungen führen.	1—24
A. Bonsdorff. Herleitung einer Formel zur Berechnung von Parallelbogen des Erdellipsoides	25—31
Hermann Struve. Résultats préliminaires des observations faites sur les satellites de Saturne à l'aide du réfracteur de 30 pouces	33—50
O. Backlund. Über einige von Winnecke am Pulkowaer Meridiankreise in den Jahren 1861—1863 angestellte Beobachtungen	51—64
Edouard Lucas. Sur la loi de réciprocité des résidus quadratiques	65—66
Th. Bredichin. Sur les phénomènes extraordinaires présentés par la grande comète de 1882. (Avec une planche)	67—78
H. Struve. Sur deux lois nouvelles dans la mécanique céleste.	79—82
E. Lindemann. Über eine von Prof. Ceraski angedeutete persönliche Gleichung bei Helligkeitsvergleichungen der Sterne.	83—88
M. Nyrén. Über ein von der Temperatur abhängiges Glied in den Collimatorablesungen des Pulkowaer Meridiankreises.	89—102
A. Belopolsky. Über die Rotation des Jupiter. (Mit einer Tafel).	103—119
Th. Bredichin. Sur les Perséides observés en Russie en 1890. (Avec une planche).	121—148
O. Backlund. Astronomische Ortsbestimmungen im nördlichen Russland.	149—162
O. Backlund. Genäherte Elemente und Ephemeride des Enke'schen Cometen für 1891	163—167

MÉLANGES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES
TIRÉS DU
BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG.
TOME VII.

Über die Lösung mechanischer Probleme, die auf hyperelliptische Differentialgleichungen führen. Von Dr. C. V. L. Charlier. (Lu le 24 mai 1888.)

1. Differentialgleichungen von der Form

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = F(x)$$

kommen sehr häufig vor in der Behandlung von mechanischen Fragen.

Indessen scheinen dieselben verhältnissmässig wenig von den Mathematikern behandelt worden zu sein; was vielleicht in dem analytischen Charakter der durch jene Differentialgleichungen definirten Funktionen seine Erklärung findet.

Die erwähnten analytischen Schwierigkeiten treten aber nur dann auf, wenn man den Veränderlichen x und t ein unbeschränktes Variationsgebiet giebt. In mechanischen Aufgaben, wo die fraglichen Grössen auf reelle Werthe beschränkt sind, kommen dieselben nicht zum Vorschein. D. h. Schwierigkeiten kommen wohl auch hier vor, sind aber dann nicht von derselben Natur wie im vorigen Falle.

Der allgemeinste Satz, den man über die betreffende Differentialgleichung unter der eben gemachten Voraussetzung über die eingehenden Veränderlichen besitzt, ist von Weierstrass in den Monatsberichten der Berliner Akademie 1866 gegeben.

Er setzt voraus, das folgende Bedingungen erfüllt sind:

«1) Es verschwindet $F(x)$ für zwei reelle Werthe a, b von x;

2) der Quotient $\frac{(x-a)(b-x)}{F(x)}$ ändert sein Zeichen nicht und wird nicht unendlich, so lange x in dem Intervall $a \ldots b$ bleibt;

3) für irgend einen bestimmten Werth von t ist der zugehörige von x in diesem Intervalle enthalten».

Unter diesen Voraussetzungen hat er bewiesen, dass x eine periodische Funktion von t ist, die in eine für alle reelle t gleichmässig konvergente Fourier'sche Reihe entwickelt werden kann.

Die vorliegende Abhandlung hat zum Zweck die Fälle zu untersuchen, wo die obigen Bedingungen nicht erfüllt sind, und zwar wenn die Wurzeln

a und b nicht einfach sind, sondern eine beliebige Ordnungszahl haben. Es wird sich übrigens herausstellen, dass die dritte der obigen Bedingungen in einer mechanischen Aufgabe immer von selbst erfüllt ist.

2. Wir verstehen unter x eine gewisse in einem mechanischen Probleme vorkommende Grösse, die wir deswegen als reell und stetig betrachten können, und nehmen an, dass wir zur Bestimmung derselben folgende Differentialgleichung bekommen haben:

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = F(x), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

wo t die Zeit oder irgend eine andere reelle und stetige Veränderliche bedeutet. Über die Funktion $F(x)$ machen wir folgende Voraussetzung: wenn x beim Anfang der Bewegung den Werth x_0 hat, so soll man immer zwei reelle Grössen a und b ($a < x_0 < b$) und zwei ganze Zahlen m und n finden können so beschaffen, dass

$$F(a) = F(b) = 0$$

und der Quotient $\frac{F(x)}{(x-a)^m (b-x)^n}$, den wir mit $\psi(x)$ bezeichnen, für alle reelle Werthe von x zwischen a und b, die Grenzen inklusive, stetig und von Null oder Unendlichkeit verschieden ist. Über die Funktion $\psi(x)$ setzen wir übrigens nur voraus, dass dieselbe für eine kleine Umgebung der Werthe $x = a$ und $x = b$ in eine konvergente Potenzreihe entwickelt werden kann.

3. Dies vorausgesetzt werden wir zuerst folgenden Hülfssatz beweisen:

Wenn, der Voraussetzung nach, x anfangs zwischen zwei Wurzeln a und b von $F(x)$ liegt, so muss x immer zwischen diesen Grenzen bleiben.

Dies sieht man gleich ein, sobald die Ordnungszahlen der Wurzeln a und b ungerade sind. Wenn dies der Fall ist, muss nämlich $F(x)$ für Werthe von x in der unmittelbaren Umgebung der Wurzel a z. B. verschiedenes Zeichen haben, je nachdem x einen reellen Werth grösser als a oder einen solchen kleiner als a hat, und da nur in dem einen Falle $\left(\frac{dx}{dt}\right)^2$ positiv ist, so kann der Stetigkeit zufolge x nicht Werthe annehmen, die an beiden Seiten einer Wurzel liegen, und muss folglich immer an derjenigen Seite von a bleiben an der x anfangs liegt. Dass aber x auch keine Wurzel mit gerader Ordnungszahl überschreiten kann, wird in folgender Weise leicht bewiesen. Wir haben

$$\frac{dx}{[(x-a)^m (b-x)^n \psi(x)]^{1/2}} = \pm dt,$$

und in dieser Gleichung betrachten wir nun für einen Augenblick t als Funktion von x statt umgekehrt. Und zwar indem wir die Werthe von t

suchen, die x-Werthen in der Nähe der Wurzel a entsprechen. Wir bemerken dann, dass in der Umgebung des Werthes $x = a$ jeder Faktor linker Hand mit Ausnahme von $(x-a)^{-\frac{m}{2}}$ in eine konvergente Potenzreihe entwickelt werden kann, dass wir also statt der obigen Gleichung für die betreffenden x-Werthe die folgende schreiben können

$$\frac{dx}{(x-a)^{\frac{m}{2}}}(c_0 + c_1(x-a) + c_2(x-a)^2 + \ldots) = \pm dt.$$

Innerhalb derselben Grenzen von x können wir auch diese Reihe Glied für Glied integriren, und erhalten dann

$$-c_{\frac{m}{2}-1}\log(x-a) + \frac{2}{(x-a)^{\frac{m}{2}-1}}\left[\frac{c_0}{m-2} + \frac{c_1}{m-4}(x-a) + \frac{c_2}{m-6}(x-a)^2 + \ldots\right] = \mp(t+\tau),$$

wo innerhalb der Klammer das Glied mit dem Koefficienten $c_{\frac{m}{2}-1}$ wegzulassen ist. Wir haben hier vorausgesetzt, dass m eine gerade Zahl ist.

Lassen wir nun in dieser Gleichung x sich dem Werth $x = a$ nähern, sei es indem x von reellen Werthen grösser als a allmählig abnimmt, oder indem x zu diesem Werth durch kleinere reelle Werthe aufsteigt, so wächst gleichzeitig der absolute Betrag von der linken Seite also auch von t über alle Grenzen. Umgekehrt können wir also behaupten, dass, wenn $m \geq 2$ ist, es keinen endlichen Werth t' von t giebt für welchen x den Werth a annimmt. Da weiter x von reellen Werthen grösser als a zu reellen Werthen kleiner als a, da x reell und stetig ist, nur übergehen kann durch Passiren des Werthes $x = a$ selbst, so ist also unser Hülfssatz allgemein bewiesen.

4. Wir wissen also jetzt, dass x immer zwischen zwei Wurzeln von $F(x)$ bleiben muss. Nach der Voraussetzung können wir die gegebene Gleichung unter der Form

$$\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 = (x-a)^m(b-x)^n\psi(x) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

schreiben.

Die Hauptsache bei der folgenden Untersuchung ist nun, dass wir diese Gleichung in zwei andere theilen, und zwar indem wir eine Grösse w einführen definirt durch

$$\left(\frac{dw}{dt}\right)^2 = \psi(x), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

wo also x mit w durch die Relation

$$\left(\frac{dx}{dw}\right)^2 = (x-a)^m(b-x)^n \ldots\ldots \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

verbunden ist.

Es sind die Gleichungen (3) und (4) die uns nun beschäftigen werden.

Zunächst ist es klar, dass dem eben bewiesenen Satz zufolge die rechten Seiten von (3) und (4) nie negativ werden können. Weiter kann in (4) gelegentlich die rechte Seite Null werden, wogegen dies in (3) nie der Fall ist.

Da die Gleichung (2) durch zwei andere, jede mit ihrer besonderen Integrationskonstante, ersetzt worden ist, so ist es erlaubt, die eine von diesen Konstanten nach Belieben zu bestimmen. Wir setzen fest, dass in (3) die Integrationskonstante so bestimmt wird, dass w den Werth Null erhält, wenn t selbst gleich Null ist. Dann folgt aus derselben Gleichung, dass w immer einen reellen Werth haben muss. Wir können aber nicht nur über den Werth von w beim Anfang der Bewegung verfügen, sondern da es nur nothwendig ist, dass die Gleichung

$$\left(\frac{dx}{dw}\right)^2\left(\frac{dw}{dt}\right)^2 = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2$$

zwischen den Quadraten der Differentialquotienten stattfindet, ist es auch erlaubt $\frac{dw}{dt}$ beim Anfang der Bewegung ein beliebiges Zeichen zu ertheilen.

Geben wir dann dw beim Anfang der Bewegung dasselbe Zeichen wie dt, so wird dies immer der Fall sein, da $\frac{dw}{dt}$ nie Null (oder unendlich) werden kann. Wir haben also für alle Werthe von t

$$\frac{dw}{dt} = +\sqrt{\psi(x)}. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Aus dieser Gleichung zwischen w und t können wir eine sehr wichtige Eigenschaft von w ableiten. Da nämlich x in seinen Änderungen so bestimmt ist, dass immer $b \geq x \geq a$, und den gemachten Voraussetzungen gemäss $\psi(x)$ in diesem Gebiete stetig ist und nie Null oder unendlich wird, so muss nothwendig $\psi(x)$ für die genannten x-Werthe eine endliche obere Grenze und eine von Null verschiedene positive untere Grenze haben. Dasselbe gilt dann auch für $\sqrt{\psi(x)}$, so dass es immer möglich ist zwei positive Zahlen L_1 und L_2 zu finden der Art, dass für alle x, die hier in Betracht kommen

$$L_1 < \sqrt{\psi(x)} < L_2,$$

und also für alle reelle Werthe von t

$$L_1 < \frac{dw}{dt} < L_2, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

mithin

$$w = \lambda t, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

wo λ eine veränderliche positive Zahl grösser als L_1 aber kleiner als L_2 bezeichnet.

5. Nachdem wir zwei bestimmte Grenzen gefunden haben, innerhalb deren die Werthe von w eingeschlossen sein müssen, können wir zur Untersuchung der Gleichung (4) übergehen, die die Relation zwischen x und w enthält. Wir schreiben dieselbe unter der Form

$$\frac{dx}{(x-a)^{\frac{m}{2}}(b-x)^{\frac{n}{2}}} = \pm dw, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

wo wir uns erinnern, dass w eine mit t stetig wachsende Veränderliche bezeichnet, die alle reelle Werthe positive und negative von beliebiger Grösse annehmen kann.

Wir bemerken hier gleich die grossen Vortheile, die uns die Einführung der Hülfsgrösse w gewährt. In der That liegt nun die ganze Diskussion der Bewegung in der Gleichung (8). Angenommen dass die Lösung derselben wäre

$$x = f(w),$$

so brauchen wir nur hier w alle Werthe zwischen $-\infty$ und $+\infty$ durchlaufen zu lassen, um die ganze Bewegung von x darzustellen. Und noch mehr, wenn wir w mit einer Konstante mal t identificiren, können wir eine angenäherte Darstellung der Bewegung bekommen. Es ist dies eine Annäherung von derselben Art, die man im gewöhnlichen Pendelprobleme bekommt, wenn man die da auftretende Sinusamplitudo gegen einen gewöhnlichen Sinus vertauscht.

Bei der Integration der Gleichung (8) ist es vortheilhaft in derselben x gegen eine andere Veränderliche ς zu vertauschen, die mit x durch die Relation

$$\frac{x-a}{b-x} = \varsigma \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

verbunden ist. Wir sehen hieraus dass ς alle Werthe zwischen Null und $+\infty$ annehmen kann. Aus (9) folgt

$$\frac{b-a}{b-x} = 1+\varsigma, \qquad \frac{b-a}{x-a} = 1+\frac{1}{\varsigma},$$

$$\frac{dx}{b-x} = \frac{d\varsigma}{1+\varsigma},$$

und wir erhalten statt (8)

$$(b-a)^{\frac{1}{2}(m+n)-1}\, dw = \frac{d\varsigma}{1+\varsigma}\left(1+\frac{1}{\varsigma}\right)^{\frac{m}{2}}\left(1+\varsigma\right)^{\frac{n}{2}-1},$$

oder

$$(b-a)^{\frac{1}{2}(m+n)-1}\, dw = \frac{d\varsigma}{\varsigma^{\frac{m}{2}}}(1+\varsigma)^{\frac{1}{2}(m+n)-2} \quad \ldots\ldots (10)$$

Bulletin N. S. I (XXXIII) p. 13.

Die Integration dieser Gleichung ist sehr einfach, wenn man nur verlangt w durch ς auszudrücken. Das Integral besteht bekanntlich aus einem logarithmischen und einem algebraischen Theil, von denen der eine in gewissen Fällen wegfällt. Der Übersichtlichkeit wegen ist es am bequemsten drei Fälle zu unterscheiden, je nachdem m und n gerade oder ungerade Zahlen sind. Nach elementaren Methoden erhalten wir dann folgende Integrale:

a) m und n beide gerade; es sei $m = 2p$, $n = 2q$. Dann wird

$$(b-a)^{k+1}(w-w_0) = k_{p-1}\log\varsigma + \sum_{r=-p+1}^{k-p+1}{}' \frac{1}{r} k_{p+r-1}\varsigma^r, \quad \ldots \quad (11)$$

wo

$$k = p+q-2, \qquad \underline{|r}k_r = k(k-1)(k-2)\ldots(k-r+1)$$

und in der Summe der Werth $r = o$ ausgeschlossen ist.

b) m und n ungerade.

$$m = 2p+1, \qquad n = 2q = 1.$$

Dann wird für $p+q \geq 1$

$$(b-a)^{2(l+1)}(w-w_0)^2 = \varsigma\left[\sum_{r=-p}^{l-p} \frac{2l_{r+p}}{2r+1}\varsigma^r\right]^2, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

wo

$$l = p+q-1.$$

Für $p+q = 0$, d. h. $p = q = 0$, bekommt man dagegen das Integral

$$\varsigma = \mathrm{tg}^2\tfrac{1}{2}(w-w_0) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

c) m gerade, n ungerade. Der Fall m ungerade, n gerade braucht nicht besonders untersucht zu werden, da wir nur ς gegen $\frac{1}{\varsigma}$ zu vertauschen brauchen um das Resultat zu erhalten. Also

$$m = 2p, \qquad n = 2q+1.$$

Dann bekommen wir

$$(b-a)^{h+\frac{1}{2}}(w-w_0) = \sum_{r=0}^{p-1} h_{p-r-1}K_r + \sum_{r=0}^{q-1} h_{r+p}J_r, \quad \ldots\ldots \quad (14)$$

wo

$$h = p+q-1,$$

und K_r und J_r folgende Bedeutung haben

$$J_r = \int \frac{\varsigma^r d\varsigma}{\sqrt{1+\varsigma}} = (-1)^r \frac{2.4.6\ldots 2r}{3\cdot 5\cdot 7\cdots 2r+1} 2\sqrt{1+\varsigma}\left[1 - \frac{1}{2}\varsigma + \frac{1.3}{2.4}\varsigma^2 - \ldots + (-1)^\lambda \frac{1.3\ldots 2r-1}{2.4\ldots 2r}\varsigma^r\right]$$

$$K_r = \int \frac{d\varsigma}{\varsigma^{r+1}\sqrt{1+\varsigma}} = (-1)^r \frac{1.3.5\ldots 2r-1}{2.4.6\ldots 2r}\left[\log\frac{\sqrt{1+\varsigma}-1}{\sqrt{1+\varsigma}+1} + 2\sqrt{1+\varsigma}\, H_r\left(\frac{1}{\varsigma}\right)\right],$$

wo

$$H_r\left(\frac{1}{\varsigma}\right) = \frac{1}{\varsigma} - \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{\varsigma^2} + \frac{2.4}{3.5}\cdot\frac{1}{\varsigma^3} - \ldots - (-1)^r \frac{2.4\ldots 2r-2}{3.5\ldots 2r-1}\cdot\frac{1}{\varsigma^r}.$$

Die Gleichung (14) kann man auch in der folgenden Form schreiben

$$(b-a)^{h+\frac{1}{2}}(w-w_0) = A\log\frac{\sqrt{1+\varsigma}-1}{\sqrt{1+\varsigma}+1} + \sqrt{1+\varsigma}\left[R_1(\varsigma) + R_2\left(\frac{1}{\varsigma}\right)\right], \quad (15)$$

wo A eine Konstante ist und R_1 und R_2 ganze rationale Funktionen von dem Grade $q-1$ und $p-1$ resp. bezeichnen. Für A bekommt man folgende Form

$$A = \sum_{r=0}^{p-1} (-1)^r \frac{1.3.5\ldots 2r-1}{2.4.6\ldots 2r}\, h_{p-r-1}.$$

6. Die Diskussion der Bewegung geschieht nun ohne Schwierigkeit mit Hülfe der Gleichungen (11), (12), (13) und (15).

Der Kürze wegen führen wir folgende Bezeichnungen ein.

I. Eine Grösse wird gesagt eine Librationsbewegung zu haben, wenn dieselbe periodisch zwischen zwei festen Grenzen hin und her schwankt. Diese Grenzen werden wir Librationsgrenzen nennen.

II. Eine Grösse wird gesagt eine Limitationsbewegung zu haben, wenn dieselbe sich allmählig einem bestimmten Grenzwerthe nähert, ohne denselben je in endlicher Zeit zu erreichen. Dem fraglichen Grenzwerthe werden wir den Namen Limitationsgrenze geben.

Ein Blick auf die Gleichungen des vorigen Paragraphen zeigt uns nun gleich, dass die Bewegung in vorliegendem Falle nur von diesen beiden Arten sein kann. Und zwar tritt Libration ein wenn die Bewegung durch die Gleichung (13) bestimmt ist und also die Wurzeln a und b beide einfach sind, sonst immer Limitation. Wir bemerken noch, dass wenn die eine Wurzel einfach ist, nicht aber die andere, so giebt es immer zwei Werthe von w, die demselben Werth von ς entsprechen, sonst nur einer.

Dass in (13) eine Librationsbewegung auftritt, ist durch die periodische Form von ς sogleich ersichtlich. Das Vorhandensein der Limitation in allen übrigen Fällen wird dargelegt, indem man in den Formeln (11), (12) und (15) ς gegen Null oder Unendlichkeit konvergiren lässt. Übrigens folgt dies leicht aus dem im dritten Paragraphen gelieferten Beweise.

Die obigen Formeln geben uns w in ς ausgedrückt. Wir brauchen indessen umgekehrt ς in w explicite ausgedrückt zu haben, um mit Hülfe der Gleichung (3) die Relation zwischen w und t zu finden. Die genannten Formeln lehren uns, dass jedem reellen Werth von w nur ein einziger reeller Werth von ς entspricht, dass also so lange wir uns auf reelle Werthe beschränken, ς als eine eindeutige Funktion von w zu betrachten ist. Dies ist dagegen im Allgemeinen nicht der Fall, wenn wir auch komplexe Werthe von w mit in Betracht ziehen. Die Aufgabe wird daher in ihrer allgemeinsten Auffassung eine sehr schwierige, wenn man sich nicht eine praktisch brauchbare Methode verschaffen kann, die es erlaubt, eindeutige Funktionen einer reellen Veränderlichen für alle Werthe dieser Veränderlichen darzustellen.

Wenn man z. B. wüsste, dass ς als Funktion von w für alle reelle w in der folgenden Form darstellbar wäre

$$\varsigma = f(w) = C_0 + C_1\varphi_1(w) + C_2\varphi_2(w) + \ldots, \quad \ldots\ldots \quad (16)$$

wo $\varphi_1(w)$, $\varphi_2(w)$ etc. bestimmte, gegebene, eindeutige Funktionen von w sind, und könnte man weiter zwei konstante Grössen α und β finden der Art, dass für alle Werthe von m und n, die von einander verschieden sind

$$\int_\alpha^\beta \varphi_m(w)\varphi_n(w)dw = 0, \qquad m \gtrless n \begin{pmatrix} m = 0, 1, 2, \ldots \\ n = 0, 1, 2, \ldots \end{pmatrix} \quad \ldots\ldots \quad (16{,}1)$$

dass dagegen

$$\int_\alpha^\beta \varphi_m(w)\,\varphi_m(w)\,dw = K_m, \qquad (m = 0, 1, 2\ldots) \quad \ldots\ldots \quad (16{,}2)$$

und wenn endlich die Reihe (16) gleichförmig konvergent ist für alle zwischen α und β liegende Werthe von w, so wären immer die Koefficienten C_r in (16) zu finden. In der That wird zuerst den obigen Gleichungen gemäss für C_r der folgende Ausdruck erhalten

$$K_r C_r = \int_\alpha^\beta \varsigma\,\varphi_r(w)\,dw. \quad .$$

Indem wir hier w gegen ς als laufende Veränderliche vertauschen, erhalten wir nach der Formel (10)

$$(b-a)^{\frac{1}{2}(m+n)-1} K_r C_r = \int_\lambda \varsigma^{1-\frac{m}{2}} \varphi_r(w)\,(1+\varsigma)^{\frac{1}{2}m+n-2} d\varsigma, \ldots \quad (17)$$

Bulletin N. S. I (XXXIII) p. 16.

wo wir unter λ und μ die gegen $w = \alpha$ und $w = \beta$ resp. sprechenden Werthe von ς verstehen. In $\varphi_r(w)$ haben wir die Ausdrücke (11), (12) und (15) für w einzusetzen.

Die Bedingungen (16,1) und (16,2) sind an die Funktionen $\varphi_r(w)$ geknüpft, da bei den gewöhnlichsten Methoden, eine willkürliche Funktion einer reellen Veränderlichen darzustellen, nämlich durch trigonometrische Reihen und durch Reihen von Kugelfunktionen, die fraglichen Bedingungen erfüllt sind. Die Reihen, die man durch Anwendung dieser beiden Methoden erhält, werden aber im Allgemeinen nur innerhalb endlicher Grenzen die Funktion darstellen, und obgleich man diese Grenzen beliebig weit ausdehnen kann, bleibt es doch zweifelhaft, ob man dabei zu praktisch verwendbaren Formeln geführt wird. Jede Funktion $\varphi_r(w)$, die die Bedingungsgleichungen (16,1) und (16,2) erfüllt, giebt indessen eine neue Methode die Funktionen einer reellen Veränderlichen darzustellen, und die Lösung derselben enthält also auch die Lösung des vorliegenden Umkehrproblems [die Umkehrung der Gleichungen (11), (12) und (15)].

Übrigens kann man auch Methoden finden, die Funktionen einer reellen Veränderlichen darzustellen, ohne dass man die fraglichen Bedingungen zu erfüllen sucht. Es scheint mir als ob einige Untersuchungen von Tchébychef in dieser Beziehung zu dem erwünschten Resultat führen können (Vergleich: «Sur le développement des fonctions à une seule variable». Bulletin de l'Académie 1859 von dem genannten Verfasser).

Hat man nun in irgend einer Weise ς durch w dargestellt, so liefert die Gleichung (3) die noch erforderliche Relation zwischen w und t. Wir werden dann auf ein dem obigen analoges Problem geführt. Indessen wird diese Aufgabe durch die in § 4 erwiesenen Eigenschaften von w einigermaassen erleichtert.

7. Obgleich es nicht leicht ist einen für alle reelle Werthe von w geltenden Ausdruck für ς zu finden, so lange m und n beliebig hohe Werthe haben, so lässt sich doch immer eine Lösung erhalten, wenn m und n verhältnissmässig niedrige Zahlwerthe sind. Zur Bequemlichkeit bei der Behandlung solcher Probleme, in denen nur kleinere Werthe von m und n vorkommen, werden wir diese Integrale aufsuchen.

Mit Hülfe der Gleichungen (11), (12) und (15) können wir leicht die Fälle aufsuchen, in denen ς sich ohne Reihenentwickelungen durch w ausdrücken lässt. Da aber diese Gleichungen hier nicht abgeleitet worden sind, werden wir vorziehen, die betreffenden Integrale, direkt aus den Differentialgleichungen abzuleiten.

Die Differentialgleichung für ς war

$$\frac{d\varsigma}{\varsigma^{\frac{m}{2}}}(1+\varsigma)^{\frac{m+n}{2}-2} = (b-a)^{\frac{m+n}{2}-1}\,dw = N_{m,n}\,dw,$$

und wir erinnern uns, dass

$$\varsigma = \frac{x-a}{b-x}.$$

1) Wenn erstens

1) $m = n = 1$, so wird

$$\frac{d\varsigma}{(1+\varsigma)\sqrt{\varsigma}} = N_{1,1}\,dw, \qquad N_{1,1} = 1,$$

und die Lösung dieser Gleichung haben wir schon früher gefunden, nämlich

$$\varsigma = \operatorname{tg}^2 \tfrac{1}{2} w.$$

Das war der Librationsfall.

2) $m = 2$, $n = 1$. Dann ist

$$\frac{d\varsigma}{\varsigma\sqrt{1+\varsigma}} = N_{21}\,dw, \qquad N_{21} = \sqrt{b-a}.$$

Das Integral wird

$$\log \frac{\sqrt{1+\varsigma}-1}{\sqrt{1+\varsigma}+1} = N_{21} w,$$

also

$$\sqrt{1+\varsigma} = \frac{1+e^{N_{21} w}}{1-e^{N_{21} w}},$$

und

$$\varsigma = \frac{4e^{N_{21} w}}{\left[1-e^{N_{21} w}\right]^2},$$

was wir auch schreiben können

$$\frac{1}{\varsigma} = \left(\frac{e^{\frac{1}{2}N_{21} w} - e^{-\frac{1}{2}N_{21} w}}{2}\right)^2 = \operatorname{shp}^2 \tfrac{1}{2} N_{21} w.$$

Hier tritt Limitation ein. Wenn w gegen die positive oder die negative Unendlichkeit wächst, so nähert sich x indefinit dem Werthe $x = a$.

3) $m = 1$, $n = 2$

$$\frac{d\varsigma}{\sqrt{\varsigma(\varsigma+1)}} = N_{12}\,dw, \qquad N_{12} = \sqrt{b-a},$$

also

$$\log\left[\varsigma + \frac{1}{2} + \sqrt{\varsigma(\varsigma+1)}\right] = N_{12} w,$$

oder

$$\varsigma = \frac{1}{2}\left[e^{\frac{1}{2}N_{12} w} - \frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}N_{12} w}\right]^2.$$

Diese Formel ist scheinbar unsymmetrisch. Indessen sieht man gleich, dass wenn hier $N_{12}w$ um $-\log 2$ vermehrt wird, was ja erlaubt ist, da wir dadurch nur die Integrationskonstante verändern, so bekommt man

$$\varsigma = \left[\frac{e^{\frac{1}{2}N_{12}w} - e^{-\frac{1}{2}N_{12}w}}{2}\right]^2 = \mathrm{shp}^2\,\frac{1}{2}N_{12}w,$$

wie es ja auch bei Vergleich mit dem vorigen Fall nothwendig war.

Mit unendlich wachsendem w nähert sich x hier dem Werth $x = b$.

4) $m = n = 2$. Dann wird

$$\frac{d\varsigma}{\varsigma} = N_{22}\,dw, \qquad N_{22} = b - a,$$

also

$$\varsigma = e^{N_{22}w},$$

und x nähert sich dem Werth a oder b je nachdem w gegen $-\infty$ oder $+\infty$ konvergirt.

5) $m = 3$, $n = 1$

$$\frac{d\varsigma}{\varsigma^{\frac{3}{2}}} = N_{31}\,dw, \qquad N_{31} = b - a,$$

also

$$\varsigma = \frac{4}{N_{31}{}^2 w^2}.$$

Wenn w unendlich gross wird, konvergirt x gegen den Werth a.

6) $m = 1$, $n = 3$

$$\frac{d\varsigma}{\sqrt{\varsigma}} = N_{13}\,dw, \qquad N_{13} = b - a$$

also

$$\varsigma = \frac{1}{4}N_{13}{}^2 w^2.$$

x konvergirt gegen b. In diesen beiden Fällen ist x eine rationale Funktion von w.

7) $m = 2$, $n = 3$

$$\frac{d\varsigma\sqrt{1+\varsigma}}{\varsigma} = N_{23}\,dw, \qquad N_{23} = (b-a)^{\frac{1}{2}}$$

mit dem Integral

$$\log\frac{\sqrt{1+\varsigma}-1}{\sqrt{1+\varsigma}+1} + 2\sqrt{1+\varsigma} = N_{23}w,$$

oder

$$\frac{\sqrt{1+\varsigma}-1}{\sqrt{1+\varsigma}+1}\,e^{2\sqrt{1+\varsigma}} = e^{N_{23}w},$$

aus welcher Gleichung aber der Ausdruck für ς nicht unmittelbar hervorgeht. Das ist auch der Fall, wenn

8) $m = 3$, $n = 2$. Durch Vertauschung von ς gegen $\frac{1}{\varsigma}$ in der letzten Formel bekommen wir dann

$$\frac{\sqrt{1+\frac{1}{\varsigma}}-1}{\sqrt{1+\frac{1}{\varsigma}}+1} e^{2\sqrt{1+\frac{1}{\varsigma}}} = e^{N_{32}w}.$$

In beiden Fällen nähert sich x dem Werth a oder b je nach der Anfangsrichtung der Bewegung.

9) $m = 3$, $n = 3$

$$\frac{d\varsigma}{\varsigma^{5/3}}(1+\varsigma) = N_{33}\,dw, \qquad N_{33} = (b-a)^2.$$

Dann wird

$$\sqrt{\varsigma} - \frac{1}{\sqrt{\varsigma}} = \frac{1}{2}N_{33}w$$

und also

$$4\sqrt{\varsigma} = N_{33}w \pm \sqrt{N_{33}^2 w^2 + 16},$$

wo wir das obere Zeichen wählen müssen, wenn wir unter $\sqrt{\varsigma}$ die positive Quadratwurzel aus ς verstehen. Indem w zwischen $-\infty$ und $+\infty$ variirt, nimmt ς successive alle Werthe zwischen Null und der positiven Unendlichkeit an.

Wenn die Ordnungszahl der Wurzeln nicht drei übersteigt, ist es also keine Schwierigkeit ς explicite durch w auszudrücken [mit Ausnahme von der Kombination (2, 3)]. Es sind dies die Fälle, in denen ς eine rationale Funktion von w oder von e^{hw} ist.

Die obigen Formeln zeigen von welchem Nutzen das Einführen der Hülfsgrösse w durch die Gleichung (4), für die Betrachtung des vorliegenden Problemes ist. Erstens braucht man hier nur w alle Werthe zwischen $-\infty$ und $+\infty$ annehmen zu lassen, um gleich die successiven Werthe von x während der ganzen Bewegung zu bekommen. Zweitens können wir, wenn wir w mit einer Konstante mal t gleich setzen, nach Formel (7) immer eine erste Annäherung für die Bewegung bekommen, eine Annäherung, die um so genauer ist, je grössere Werthe man der unabhängigen Veränderlichen t giebt.

8. Einen von den erwähnten Fällen werden wir näher untersuchen, nämlich wenn $m = n = 1$, da derselbe theils durch das Auftreten von «Libration» sich von den anderen in mechanischer Hinsicht unterscheidet, theils wegen der grösseren Leichtigkeit das Problem endgültig zu studiren

besonderes Interesse verdient. Wie schon früher erwähnt, fällt der Librationsfall mit einem von Weierstrass im Jahre 1866 behandelten Probleme zusammen, und wir werden kürzlich die von ihm gefundenen Resultate ableiten.

Wir haben hier

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = (x-a)(b-x)\,\psi(x)$$

und diese Gleichung wird in zwei andere getheilt

$$\left(\frac{dw}{dt}\right)^2 = \psi(x)$$

$$\left(\frac{dx}{dw}\right)^2 = (x-a)(b-x).$$

Das Integral der letzten Gleichung war (die Integrationskonstante gleich Null gesetzt)

$$\frac{x-a}{b-x} = \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} w,$$

oder

$$x = a \cos^2 \frac{1}{2} w + b \sin^2 \frac{1}{2} w.$$

Wie wir schon früher allgemein bewiesen haben, muss w mit t kontinuirlich wachsen, und zwar so, dass jedem Werth von t nur ein einziger Werth von w entspricht und umgekehrt; beide werden gleichzeitig Null und unendlich. Da nun x eine periodische Funktion von w ist, so ist hiermit auch unmittelbar klar, dass nach bestimmten Zeitintervallen T_1, T_2, T_3 etc. x wieder zu demselben Werthe zurückkommt. Wir können leicht zeigen, dass diese Zeitintervalle sämmtlich von derselben Grösse sind, so dass x eine einfachperiodische Funktion von t ist. In der That haben wir

$$\int_0^w \frac{dw}{\sqrt{\psi(x)}} = t,$$

und wenn wir hier w um 2π vermehren, erhält t einen gewissen Zuwachs $2T$, so dass

$$\int_0^{2\pi+w} \frac{dw}{\sqrt{\psi(x)}} = t + 2T.$$

Und hieraus bekommt man durch Subtraktion

$$2T = \int_w^{w+2\pi} \frac{dw}{\sqrt{\psi(x)}}.$$

Bulletin N. S. I (XXXIII) p. 21.

Aus dieser Formel sieht man gleich, dass T von w vollständig unabhängig ist, da x und also auch $\psi(x)$ die Periode 2π besitzt. Wir erhalten also einfach

$$2T = \int_0^{2\pi} \frac{dw}{\sqrt{\psi(x)}},$$

oder da x von 0 bis π dieselben Werthe annimmt, wie von π bis 2π

$$T = \int_0^{\pi} \frac{dw}{\sqrt{\psi(x)}} = \int_0^{\pi} \frac{dw}{\sqrt{\psi(a\cos^2\tfrac{1}{2}w + b\sin^2\tfrac{1}{2}w)}} \quad \ldots\ldots (18)$$

Nach Einführung von x statt w, können wir diese Formel schreiben

$$T = \int_a^b \frac{dx}{\sqrt{(x-a)(b-x)\psi(x)}}.$$

Wir wissen also nun dass x eine periodische Funktion von t ist mit der Periode $2T$, so dass, wenn

$$x = f(t),$$

so ist

$$f(t + 2T) = f(t),$$

und da weiter x eine gerade Funktion von w und also auch von t ist, so können wir x für alle reelle Werthe von t durch eine konvergente trigonometrische Reihe darstellen von der Form

$$x = \frac{1}{2}B_0 + B_1\cos\frac{\pi t}{T} + B_2\cos\frac{2\pi t}{T} + \ldots\ldots\ldots (19)$$

Die Koefficienten haben hier folgenden Ausdruck

$$TB_n = 2\int_0^T x\cos\frac{n\pi t}{T}\,dt,$$

wo wir die Werthe von dt und t in x ausgedrückt einzuführen haben. Durch theilweise Integration erhalten wir die bequemere Formel

$$n\pi B_n = -2\int_a^b \sin\frac{n\pi t}{T}\,dx. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (20)$$

Bulletin N. S. I (XXXIII) p. 22.

Für numerische Rechnung wird eine dritte Form noch bequemer sein, diejenige nämlich, die man aus der vorigen Gleichung durch Einführung von w statt x erhält. Wir setzen erst

$$\frac{\pi}{T}\cdot\frac{1}{\sqrt{\psi(x)}}=\frac{\pi}{T}\frac{1}{\sqrt{\psi(a\cos^2\frac{1}{2}w+b\sin^2\frac{1}{2}w)}}=\frac{1}{2}c_0+c_1\cos w+c_2\cos 2w+\ldots,$$

wo

$$c_n=\frac{2}{T}\int_0^{\pi}\frac{\cos nw\,dw}{\sqrt{\psi(a\cos^2\frac{1}{2}w+b\sin^2\frac{1}{2}w)}},$$

dessen Berechnung keine Schwierigkeiten darbietet. Wir bemerken besonders, dass

$$\frac{1}{2}c_0=1.$$

Nach Integration dieser Reihe bekommen wir nun

$$\frac{\pi t}{T}=w+c_1\sin w+\frac{1}{2}c_2\sin 2w+\ldots\ldots\ldots\ldots\quad(21)$$

Da weiter

$$2dx=(b-a)\sin w\,dw,$$

so können wir nun den Ausdruck für die Koefficienten B_n folgendermaassen schreiben

$$\left.\begin{aligned}n\pi B_n&=-(b-a)\int_0^{\pi}\sin\frac{n\pi t}{T}\sin w\,dw\\&=-\frac{1}{2}(b-a)\int_0^{\pi}\cos\left[\frac{n\pi t}{T}-w\right]dw+\frac{1}{2}(b-a)\int_0^{\pi}\cos\left[\frac{n\pi t}{T}-w\right]dw,\end{aligned}\right\}(22)$$

oder nach Einführung der Reihe (21)

$$\left.\begin{aligned}\frac{2n\pi}{b-a}B_n=&\int_0^{\pi}\cos n\left[\left(1+\frac{1}{n}\right)w+c_1\sin w+\frac{1}{2}c_2\sin 2w+\ldots\right]dw-\\&-\int_0^{\pi}\cos n\left[\left(1-\frac{1}{n}\right)w+c_1\sin w+\frac{1}{2}c_2\sin 2w+\ldots\right]dw.\end{aligned}\right\}(23)$$

Mit Hülfe dieser Integrale kann man in verschiedener Weise die Koefficienten berechnen; z. B. durch mechanische Quadratur, durch Entwickelung nach Potenzen von c_1, c_2 etc., mit Hülfe der Bessel'schen Funktionen u. s. w. In den meisten Fällen ist vielleicht die mechanische Quadratur vorzuziehen.

9. Obgleich Libration nur dann vorkommen kann, wenn die beiden Wurzeln a und b einfach sind, und in allen anderen Fällen Limitation eintritt, so dass man glauben könnte, dass das Auftreten der Libration eine verhältnissmässig sehr seltene Erscheinung wäre, so ist indessen der Fall gerade umgekehrt. Die Gleichung zur Bestimmung von x

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = F(x)$$

müssen wir uns nämlich im Allgemeinen aus einer Gleichung von der Form

$$\frac{d^2x}{dt^2} = f(x)$$

durch Integration entstanden zu sein denken, eben weil wir mechanische Probleme in Betracht nehmen wollen. Das Integral dieser Gleichung hat nun die Form

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = 2\int f(x)\,dx + K,$$

wo K eine Integrationskonstante bedeutet. Hieraus ist also ersichtlich, dass in der Funktion $F(x)$ im Allgemeinen eine Integrationskonstante linear eingeht, und die Wurzeln von $F(x)$ sind daher kontinuirliche Funktionen dieser Konstante, die nur für isolirte Werthe derselben mit einander zusammenfallen können. Die Limitation setzt daher gewisse Specialwerthe der Integrationskonstante voraus. Dass dieser Umstand indessen das Auftreten einer solchen Bewegung auch in Aufgaben der Natur nicht ausschliesst, kann man aus analogen Fällen im Problem der drei Körper finden. Es ist in diesem Zusammenhang besonders eine Frage wichtig zu untersuchen, nämlich die Beschaffenheit der Bewegung unmittelbar vor dem Auftreten der Limitation, oder richtiger ausgedrückt diejenige Veränderung in der Librationsbewegung, die eintritt, wenn eine Wurzel in $\psi(x)$ (Paragraph 8) sich allmählig einer der Wurzeln a oder b nähert. So lange die betreffende Wurzel nicht mit einer von diesen zusammenfällt, muss natürlich noch Libration auftreten. Die hauptsächlichste Veränderung kommt in der Länge der Periode der Librationsbewegung vor. Diese hatte folgenden Ausdruck [Formel (18)]:

$$T = \int_0^\pi \frac{dw}{\sqrt{\psi(x)}}, \qquad x = a\cos^2\frac{1}{2}w + b\sin^2\frac{1}{2}w.$$

Wir nehmen also jetzt an, dass eine Wurzel in $\psi(x)$ sehr wenig von z. B. a abweicht, so dass

$$\psi(x) = (x - a + \delta)\,\psi_1(x),$$

wo δ eine kleine positive Grösse ist, und $\psi_1(x)$ für keinen Werth von x in der Nähe von $x = a$ oder $x = b$ verschwindet, und also für alle reelle Werthe von w positiv und von Null verschieden ist. Nach dem Werthe von x ist

$$x - a + \delta = (b - a)\sin^2\frac{1}{2}w + \delta$$

und also

$$T = \int_0^\pi \frac{dw}{\sqrt{[(b-a)\sin^2\frac{1}{2}w + \delta]\,\psi_1(x)}}.$$

Einem bekannten Satz in der Integralrechnung zufolge, können wir diese Gleichung unter eine bequemere Form schreiben, nämlich

$$T = \frac{1}{\sqrt{\psi_1(\xi)}}\int_0^\pi \frac{dw}{\sqrt{(b-a)\sin^2\frac{1}{2}w + \delta}},$$

unter ξ einen gewissen reellen Werth zwischen 0 und π verstehend; oder

$$T = \lambda\int_0^\pi \frac{dw}{\sqrt{\sin^2\frac{1}{2}w + f^2}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (24)$$

wo

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{(b-a)\,\psi_1(\xi)}}, \qquad f^2 = \frac{\delta}{b-a}.$$

λ ist den Voraussetzungen nach immer zwischen zwei positiven endlichen Grenzen eingeschlossen, und wir haben zunächst zu untersuchen das Integral

$$\int_0^\pi \frac{dw}{\sqrt{\sin^2\frac{1}{2}w + f^2}},$$

oder

$$J(f) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dw}{\sqrt{\sin^2 w + f^2}}, \qquad T = 2\lambda J(f)$$

für sehr kleine Werthe von f. Man sieht gleich, dass dies ein elliptisches Integral ist. Um dasselbe auf die Normalform zu bringen, setzen wir

$$\sin\varphi = \frac{\sqrt{1+f^2}\sin w}{\sqrt{\sin^2 w + f^2}},$$

also

$$dw = \frac{f\sqrt{1+f^2}\,d\varphi}{1+f^2-\sin^2\varphi}$$

und bekommen dann

$$J(f) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1+f^2-\sin^2\varphi}}$$

$$= k \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}} = kK; \quad k^2 = \frac{1}{1+f^2}.$$

Der Modul ist hier immer kleiner als Eins, nähert sich aber mit verschwindendem f mehr und mehr der Einheit. Um das Verhalten von J in der Nähe von $k = 1$ studiren zu können, müssen wir uns desswegen einer Entwickelung von K nach Potenzen des Komplementärmoduls k' bedienen. Wir erinnern zu diesem Zweck an den folgenden Satz:

Wenn der Werth der unendlichen Reihe

$$1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 k'^2 + \left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2 k'^4 + \left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^2 k'^6 + \ldots$$

mit L bezeichnet und zur Abkürzung

$$1 = L_0, \quad 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 k'^2 = L_1, \quad 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 k'^2 + \left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2 k'^4 = L_2, \text{ etc.}$$

gesetzt wird, so gilt die Gleichung

$$K = L \log \frac{4}{k'} - 2\left[\frac{1}{1.2}(L - L_0) + \frac{1}{3.4}(L - L_1) + \frac{1}{5.6}(L - L_2) + \ldots\right]$$

für Werthe von k' in der Umgebung von $k' = 0$.

Da die Periode T folgenden Ausdruck hatte

$$T = 2\lambda k K, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (25)$$

sehen wir also aus der obigen Formel für K, dass wenn der Modul k gegen den Werth Eins konvergirt, d. h. k' gegen Null, so wächst gleichzeitig T über alle Grenzen und zwar so, dass der Quotient

$$\frac{T}{\log \frac{1}{k'}}$$

sich allmählig einer endlichen Grenze nähert.

Der Übergang von Libration zu Limitation geschieht also dadurch, dass die Periode der Librationsbewegung allmählig grössere und grössere Werthe annimmt. Die Limitation ist wie ein Grenzfall von der Libration zu betrachten, und die Bewegungsverhältnisse, die beim Übergang von der einen Bewegung zur anderen vorkommen, sind von derselben Art wie die inter-

essanten Erscheinungen, die im Problem der drei Körper zum Vorschein kommen, wenn die mittleren Bewegungen zweier Planeten nahezu kommensurabel sind.

Die Diskontinuität in der Behandlung der Limitations- und der Librationsfälle kann man vermeiden, wenn man bei der Einführung der Hülfsgrösse w auch die «gefährliche» Wurzel in $\psi(x)$, die mit einer von den Librationsgrenzen zusammenfallen kann, berücksichtigt. Unserem in diesem Aufsatze befolgten Princip gemäss geschieht dies, indem wir den Zusammenhang zwischen w und x durch die folgende Gleichung feststellen:

$$\left(\frac{dx}{dw}\right)^2 = (x-a)\,(b-x)\,(x-c),$$

wo c die fragliche Wurzel in $\psi(x)$ bezeichnet. Wir bekommen dann x durch eine elliptische Funktion von w ausgedrückt, welche Form hier sowohl die Librations- wie die Limitationsfälle umfasst.

10. In einer Abhandlung[1]), im Januar dieses Jahres der Akademie vorgelegt, habe ich ein mechanisches Problem behandelt, welches in mehreren Beziehungen die bei hyperelliptischen Integralen auftretenden Bewegungsverhältnisse illustrirt, und das ich auch hier als ein Beispiel der obigen Auseinandersetzungen erwähnen will, um einige, in der genannten Abhandlung nicht betrachtete Punkte zu behandeln.

Bei der Behandlung des fraglichen Problems hatte ich die Vortheile der Zerspaltung der ursprünglichen Gleichung (2) in zwei andere (3) und (4) noch nicht gefunden.

Das fragliche Problem können wir in folgender Weise ausdrücken:

Drei materielle Punkte mit den Massen A, B und C werden mit beliebigen Anfangsgeschwindigkeiten nach beliebigen Richtungen, die doch alle in der vom Dreieck ABC anfangs bestimmten Ebene liegen, ausgeschleudert. Sie ziehen sich gegenzeitig nach dem Newton'schen Gesetze an, sind aber während der Bewegung der Bedingung unterworfen, dass die Abstände von B und C zu A unverändert bleiben. Es ist ihre Bewegung zu untersuchen.

Wenn wir mit R den Abstand zwischen B und C bezeichnen, mit a und a_1 die konstanten Abstände AB, AC resp., und mit α und β endlich zwei von a, a_1, B und C abhängige, positive Konstanten, deren Werthe wir unten angeben, hatten wir in der besprochenen Abhandlung zur Bestimmung von R die folgende Gleichung erhalten:

---

1) «Über eine mit dem Problem der drei Körper verwandte Aufgabe».
Bulletin N. S. I (XXXIII) p. 27.

$$4R^2\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = (R-\overline{a-a_1})\,(\overline{a+a_1}-R^2)\left(K+\frac{2\alpha}{R}+\beta R^2\right), \quad (26)$$

wo

$$\alpha = \frac{B}{a_1^2}+\frac{C}{a^2}; \qquad \beta = \frac{1}{a^2a_1^2}\left(\frac{B}{a}+\frac{C}{a_1}\right),$$

und K eine Integrationskonstante bezeichnet, die von R und $\frac{dR}{dt}$ beim Anfang der Bewegung abhängt. Es verdient noch bemerkt zu werden, dass der Winkel w zwischen den Verbindungslinien AB und AC durch die folgende Gleichung bestimmt ist:

$$\left(\frac{dw}{dt}\right)^2 = K+\frac{2\alpha}{R}+\beta R^2. \quad (27)$$

R ist also durch eine hyperelliptische Differentialgleichung bestimmt, und wir können mit Hülfe der eben gemachten Untersuchungen die Bewegung studiren. Es sind die Wurzeln der rechten Seite von (26), die uns vor Allem interessiren. Der letzte Faktor verschwindet für drei Werthe von R und da α und β positiv sind, wissen wir, dass wenigstens eine von diesen Wurzeln negativ ist. Wir nennen diese Wurzel $-\rho$ und setzen

$$\beta R^3+KR+2\alpha = \beta(R-R_1)(R-R_2)(R+\rho),$$

wo nach (27) nur solche Werthe von R vorkommen können, für welche das Produkt

$$(R-R_1)\,(R-R_2)$$

einen positiven Werth hat. Also muss R entweder grösser als R_1 und R_2 sein, oder kleiner als beide. Wenn R_1 und R_2 reell sind, nehmen wir $R_1 \geq R_2$ an.

Die Gleichung (26), in der Form

$$\left.\begin{aligned} 4R^4\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = (R-\overline{a-a_1})\,(\overline{a+a_1}-R)\,(R-R_1)\,(R-R_2)\,(R+\overline{a-a_1}) \\ (\overline{a+a_1}+R)\,\beta R(R+\rho) \end{aligned}\right\} \quad (28)$$

geschrieben ($a > a_1$), zeigt uns nun:

1) Wenn R_1 und R_2 entweder imaginär sind oder reell, aber grösser als $\overline{a+a_1}$ oder kleiner als $\overline{a-a_1}$, so muss in R Libration auftreten, indem R zwischen den Grenzen $\overline{a-a_1}$ und $\overline{a+a_1}$ periodisch schwankt. Nach den früheren Auseinandersetzungen würden wir dann bei der Behandlung des Problems eine Hülfsgrösse w_1 einführen, die durch folgende Gleichung bestimmt wäre

$$\left(\frac{dR}{dw_1}\right)^2 = (R-\overline{a-a_1})(\overline{a+a_1}-R)$$

oder

$$\frac{R-\overline{a-a_1}}{\overline{a+a_1}-R}=\operatorname{tg}^2\frac{1}{2}w_1$$

$$R=(a-a_1)\cos^2\frac{1}{2}w_1+(a+a_1)\sin^2\frac{1}{2}w_1.$$

Die Periode wird mit Hülfe der Gleichung (18) gefunden.

2) Wenn $\overline{a+a_1}>R_1>\overline{a-a_1}\geqq R_2$ wird eine Libration zwischen den Grenzen $\overline{a+a_1}$ und R_1 entstehen. Die Hülfsgrösse w_2 hängt mit R folgendermaassen zusammen

$$R=R_1\cos^2\frac{1}{2}w_2+(a+a_1)\sin^2\frac{1}{2}w_2.$$

3) Wenn $R_1\geqq\overline{a+a_1}>R_2>\overline{a-a_1}$ wird auch Libration auftreten, und zwar zwischen R_2 und $\overline{a-a_1}$. Dann setzt man

$$R=(a-a_1)\cos^2\frac{1}{2}w_3+R_2\sin^2\frac{1}{2}w_3.$$

4) Wenn $\overline{a+a_1}>R_1>R_2>\overline{a-a_1}$, ebenfalls Libration, entweder zwischen $a+a_1$ und R_1 oder zwischen R_2 und $\overline{a-a_1}$. Dieselben Hülfsgrössen wie im Falle 2) und 3) kommen zur Anwendung.

5) Wenn $\overline{a+a_1}>R_1=R_2>\overline{a-a_1}$, so wird dagegen Limitation auftreten, und zwar indem sich R mehr und mehr dem Werthe $R_1=R_2$ nähert. Nehmen wir beispielweise an, dass R anfangs sich zwischen $\overline{a+a_1}$ und g ($=R_1$ und R_2) befindet, so setzen wir

$$\left(\frac{dx}{dw_4}\right)^2=(\overline{a+a_1}-R)(R-g)^2,$$

d. h. nach den Formeln p. 9

$$\frac{R-g}{\overline{a+a_1}-R}=\frac{4e^{Nw}}{[1-e^{Nw}]^2}$$

$$N=\sqrt{\overline{a+a_1}-g}.$$

6) Wenn $\overline{a+a_1}=R_1>\overline{a-a_1}>R_2$ wird die Gleichung nur von dem Werth $R=\overline{a+a_1}$ erfüllt, und wenn $R_1>a+a_1>R_2=\overline{a-a_1}$, so wird nur der Werth $R=\overline{a-a_1}$ gestattet sein.

7) Wenn $R_1>\overline{a+a_1}=R_2>\overline{a-a_1}$, oder $\overline{a+a_1}>R_1=\overline{a-a_1}>R_2$, so wird Limitation auftreten von ähnlicher Art wie in 5).

8) Wenn endlich entweder $R_1 = R_2 = \overline{a - a_1}$ oder $R_1 = R_2 = \overline{a + a_1}$, so wird auch Limitation auftreten. Im ersteren Fall z. B. wird

$$4R^4\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = (R - \overline{a-a_1})^3(\overline{a+a_1} - R)(R + \overline{a-a_1})(R + \overline{a+a_1})\beta R(R+\rho).$$

Dann setzen wir

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = (R - \overline{a-a_1})^3(\overline{a+a_1} - R),$$

also nach p. 9

$$\frac{R - \overline{a-a_1}}{a + a_1 - R} = \frac{1}{a_1^2 w_5^2},$$

oder

$$R = \frac{\overline{a+a_1} + \overline{a-a_1}\, a_1^2 w_5^2}{1 + a_1^2 w_5^2},$$

und es ist also R eine rationale Funktion von w.

In allen diesen Formeln bedeutet w eine mit t stetig wachsende Grösse, die alle reelle Werthe zwischen $-\infty$ und $+\infty$ annimmt.

Es verdient bemerkt zu werden, dass der unter 1) behandelte Librationsfall sich von den unter 2), 3) und 4) behandelten dadurch unterscheidet, dass in den drei letzteren Fällen auch in w eine Libration eintritt wie es die Formel (27) zeigt, was aber in 1) nicht der Fall ist. Es ist aus diesen Gründen, dass ich in der vorigen Abhandlung über dies Problem nur 2), 3) und 4) mit dem Namen Libration bezeichnete, weil dies aus geometrischem Gesichtspunkte geeigneter ist.

Ein gewisser Übelstand bei der früheren Diskussion liegt darin, dass man für jede besondere Art von Kombinationen der Wurzeln verschiedene Substitutionen machen muss, und dabei auch verschiedene Hülfsgrössen w_1, w_2 etc. nöthig hat. Es scheint mir desswegen nicht unnützlich zu bemerken, dass man, von einer etwas veränderten Betrachtungsweise ausgehend, alle diese Substitutionen durch eine einzige ersetzen kann. In der That brauchen wir nur eine Grösse u einzuführen so bestimmt, dass

$$\left(\frac{dR}{du}\right)^2 = (\overline{R - a} - a_1)(\overline{a + a_1} - R)(R - R_1)R - R_3) \quad \ldots \quad (29)$$

und dann wird

$$4R^4\left(\frac{du}{dt}\right)^2 = (R + \overline{a - a_1})(\overline{a + a_1} + R)\beta R(R + \rho) \quad \ldots \quad (30)$$

Aus der letzten Gleichung ist unmittelbar ersichtlich, dass u mit t stets wachsen (resp. abnehmen) muss und überhaupt von demselben Charakter

ist wie früher w. Die Gleichung (29) giebt uns R als eine elliptische Funktion von u. Sie erinnert, diese Zerlegung der ursprünglichen Gleichung für R_1 an eine von Dillner eingeführte Betrachtungsweise für die Umkehrungen hyperelliptischer Integrale. (Vergleich: «Aperçu d'une nouvelle manière de représenter les inversions des intégrales hyperelliptiques» in den Memoiren der Bordeaux[2]) Akademie 1883). Wenigstens scheint es mir, als ob dies die einfachste Methode wäre, die von ihm eingeführten Umkehrungen analytisch zu untersuchen.

Um bei Berechnung des Ausdruckes für R durch u imaginäre Substitutionen und Module zu vermeiden, scheint es zweckmässig R mit Hülfe der von Weierstrass eingeführten Funktion $p(u)$ auszudrücken. In der That wird es dann möglich R durch eine p-Funktion auszudrücken, deren Invarianten bei allen Combinationen der Wurzeln in (29) reell sind. Wir werden uns indessen mit dieser Reduktion hier nicht weiter beschäftigen.

Ausser dem eben behandelten Probleme können natürlich viele andere angeführt werden, in denen die obigen Untersuchungen Anwendung finden. Solche Probleme sind z. B. die Einwirkung der Abplattung der Planeten auf die Bewegung ihrer Satelliten, die vom Saturnringe ausgeübten Störungen der Saturnsatelliten u. s. w. sammt allen mechanischen Aufgaben, die auf elliptische Integrale dritter Ordnung führen, und die man im Allgemeinen mit grösserem Vortheil nach den hier auseinandergesetzten Principien behandelt, als wie gewöhnlich durch Reduktion auf Θ-Funktionen.

11. In den «Mathematischen Annalen» für das Jahr 1887 hat Prof. Staude in Dorpat einige sehr interessante Untersuchungen gemacht über Differentialgleichungen von der Form

$$t_1 = \int_{a_1}^{x_1} \frac{g_{11}(x_1)\,dx_1}{\sqrt{F_{11}(x_1)}} + \int_{a_2}^{x_2} \frac{g_{12}(x_2)\,dx_2}{\sqrt{F_{12}(x_2)}},$$

$$t_2 = \int_{a_1}^{x_1} \frac{g_{21}(x_1)\,dx_1}{\sqrt{F_{21}(x_1)}} + \int_{a_1}^{x_2} \frac{g_{22}(x_2)\,dx_2}{\sqrt{F_{22}(x_2)}},$$

wo t_1, t_2, x_1 und x_2 reelle Veränderliche sind, und die Funktionen g und F gewisse Bedingungen erfüllen. Er hat dabei die anfangs erwähnten Untersuchungen von Weierstrass, für Differentialgleichungen von der obigen Form generalisirt, und gezeigt, dass unter gewissen Voraussetzungen x_1 und x_2 doppelt reell periodische Funktionen von t_1 und t_2 sind, zu welchen als

2) Mémoires de la Société des sciences physiques et naturelles de Bordeaux 2e série, t. V, 3e cahier.

Bulletin N. S. I (XXXIII) p. 31.

specielle Fälle die hyperelliptischen Funktionen zweier Veränderlichen vom Geschlecht 2 gehören.

Dies Resultat kann in analoger Weise mit der obigen Untersuchung generalisirt werden, also unter allgemeineren Voraussetzungen über die Wurzeln der Funktionen F. Ebenso wenn die Zahl der unabhängigen Veränderlichen t_1, t_2 etc. und der abhängigen Veränderlichen x_1, x_2 etc. grösser als 2 ist. Diese letzteren Fälle scheinen mit dem Problem der drei Körper in einem gewissen Zusammenhang zu stehen und verdienen aus diesem Grunde näher studirt zu werden.

MÉLANGES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES
TIRÉS DU
BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG.
TOME VII.

Herleitung einer Formel zur Berechnung von Parallelbogen des Erdellipsoides.

Von A. Bonsdorff. (Lu le 16 Mai 1889.)

Unter den vielen Europäischen Gradmessungen bietet die Mitteleuropäische von Orsk bis Valentia ein besonderes Interesse dar, indem sie einen Winkel von 69° am Pole bildet.

Wenn einer der Hauptzwecke dieser grossen Gradmessung der ist, die linearen Längen nicht nur derjenigen Bogen des 52° Parallelen, welche den Längenunterschieden zwischen den einzelnen Astronomischen Stationen entsprechen, sondern auch des ganzen Bogens des Parallelen zwischen den Meridianen Orsk und Valentia zu bestimmen, so ist es vor allen Dingen wichtig Formeln zur Berechnung von Bogen grosser Ausdehnung zu besitzen.

Die in der Theorie der höheren Geodesie gebräuchlichen Formeln sind für die Berechnung grösserer Parallelbogen unzweckmässig, weil sie als Potenzreihen von der kürzesten Linie dargestellt werden und also voraussetzen, dass diese Linie eine gewisse Grösse nicht überschreitet.

In dem vorliegenden Aufsatze wollen wir eine Formel geben, die, frei von der erwähnten Voraussetzung, sich gut eignet den Parallelbogen zwischen Orsk und Valentia aus der Gradmessung zu ermitteln. Eine solche Formel wird erlangt, indem ein elliptisches Integral dritter Gattung statt des Längenunterschiedes eingeführt und dann nach Legendre dieses in eine Reihe von der folgenden Form entwickelt wird:

$$M_0\varphi - M_1 \operatorname{Sin} 2\varphi + M_2 \operatorname{Sin} 4\varphi - \ldots,$$

wo φ das Argument des elliptischen Integrales und die M_0, M_1, M_2 .... convergente Potenzreihen von dem Modul (< 1) und dem Parameter sind.

Wie bekannt muss zur Bestimmung eines Parallelbogens auf dem Erdellipsoide eine Triangulation ausgeführt und in dieser durch astronomische Beobachtungen die Breite eines Dreieckspunktes und das Azimuth einer Seite ermittelt werden. Gewöhnlich bestimmt man das Azimuth der als Grundlinie dienenden Dreiecksseite (Basis) und die Polhöhe eines ihrer Endpunkte. Der grösseren Genauigkeit und der Controle wegen misst man aber nicht nur eine, sondern mehrere Dreiecksseiten, die Azimuthe und die Polhöhen eines ihrer Endpunkte.

Wenn wir uns nun zwei so bestimmte Grundlinien denken, so können die in der eben beschriebenen Weise bestimmten Punkte als Anfangs- und Endpunkte der Gradmessung betrachtet werden.

Die Polhöhen dieser beiden Punkte nennen wir B' und B'', ihren Längenunterschied λ, die halbe grosse Axe und die Excentricität des Erdellipsoides a und e. Weiter soll angenommen werden, dass die Gradmessung möglichst nahe in der Richtung des Parallelen ausgeführt sei.

Die Länge P des Parallelbogens soll für die mittlere Breite

$$B = \tfrac{1}{2}(B' + B'')$$

ermittelt werden.

Weil die Dreiecke im trigonometrischen Netze im Verhältniss zu den Erddimensionen sehr klein sind, so können sie als Dreiecke auf der Oberfläche einer Kugel, deren Radius

$$r = \frac{a\sqrt{1-e^2}}{1-e^2\sin^2 B}$$

ist, angesehen und nach dem Theorem von Legendre berechnet werden, wenn von den Winkeln ein Drittel des sphärischen Excesses subtrahirt wird. Wir können also annehmen, dass das ganze trigonometrische Netz sich auf dieser sphärischen Oberfläche befindet, und nach der Ermittelung der Dreiecksseiten denjenigen Bogen eines grössten Kreises berechnen, welcher zwischen den beiden Endpunkten der Gradmessung liegt. Bezeichnen wir diesen Bogen mit φ, so wird die lineare Länge: $S = r\varphi$. Die Berechnung der sphärischen Coordinaten, indem man den Astronomischen Punkt als Pol annimmt, giebt, ausser den Breiten der Eckpunkte, den Bogen φ eines grössten Kreises, die Azimuthe T' und $180° - T''$ der Endpunkte dieses Bogens. Aus den beobachteten Breiten B' und B'' auf dem Ellipsoide findet man die reducirten Breiten β' und β''.

Das sphärische Dreieck, dessen Seiten φ, $\pi_2 - \beta'$, $\pi_2 - \beta''$ und gegenüberliegende Winkel ω, T', T'' sind, zerlegen wir durch einen grössten Kreisbogen von ω senkrecht auf φ in zwei rechtwinklige Dreiecke. Die beiden Theile von ω seien ω' und ω'', die beiden Theile von φ seien φ' und φ'', die leicht zu ermitteln sind, nachdem β_0 aus der Formel

$$\operatorname{tg}\beta_0 = \frac{\sqrt{\operatorname{tg}^2\beta' + \operatorname{tg}^2\beta'' - 2\operatorname{tg}\beta'\operatorname{tg}\beta''\cos\omega}}{\sin\omega}$$

berechnet ist. B_0 ergiebt sich aus

$$\operatorname{tg} B_0 = \frac{\operatorname{tg}\beta_0}{\sqrt{1-e^2}}.$$

Bekanntlich ist B_0 nichts anderes als die geographische Breite des Schnittpunktes eines auf die kürzeste Linie gezogenen senkrechten Meridianbogens

Bulletin N. S. I (XXXIII) p. 214.

mit dieser Linie, und T' und $180° - T''$ sind nichts anderes als Azimuthe des Anfangs- und des Endpunktes derselben Linie.

Die lineare Länge s der kürzesten Linie wird durch die bekannte Formel

$$s = \frac{a \sin \beta_0}{\sin B_0} \int_{\varphi'}^{\varphi''} d\varphi \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B_0 \cdot \sin^2 \varphi}$$

und der Längenunterschied λ der beiden Endpunkte durch

$$\lambda = \frac{\operatorname{tg} \beta_0}{\sin B_0} \int_{\varphi'}^{\varphi''} d\varphi \frac{1 - e^2 \sin^2 B_0 \,.\, \sin^2 \varphi}{1 + \operatorname{tg}^2 \beta_0 \,.\, \sin^2 \varphi}$$

ausgedrückt.

Entwickeln wir S und s in Potenzreihen nach e, so ergiebt sich mit Vernachlässigung der vierten und höheren Potenzen von e:

$$\frac{S - s}{a\varphi} = e^2 \left\{ \sin^2 B - \frac{1}{4} \sin^2 B_0 - \frac{1}{4} \frac{\sin \varphi}{\varphi} \cos(\varphi' + \varphi'') \sin^2 B_0 \right\}.$$

Die auf der Kugel aus einer Triangulation ermittelte Länge S des Bogens eines grössten Kreises weicht also von der Länge s der kürzesten Linie um eine Grösse von der Ordnung e^2 ab. Die Länge s kann aus einer Triangulation nur unter der Voraussetzung, dass die Erdkonstanten bekannt sind, ermittelt werden.

Um zu unserer Hauptaufgabe überzugehen, setzen wir $\operatorname{tg}^2 \beta_0 = n$, $e \sin B_0 = k$, $\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi} = \Delta\varphi$; indem wir uns der Legendre'schen Bezeichnung für elliptische Integrale dritter Gattung bedienen, wird dann der Ausdruck für λ

$$\lambda = \sqrt{\frac{n(1+n)}{n+k^2}} \left\{ \left(1 + \frac{k^2}{n}\right) \Pi(n, k, \varphi'') - \left(1 + \frac{k^2}{n}\right) \Pi(n, k, \varphi') - \frac{k^2}{n} \int_{\varphi'}^{\varphi''} \frac{d\varphi}{\Delta\varphi} \right\} \quad \ldots \text{(a)}$$

wo n, k, φ also Parameter, Modul und Amplitude bedeuten.

In der Jakobischen Bezeichnungsweise ist nun

$$\frac{1}{\Delta\varphi} = \frac{1}{\Delta am\, u} = \frac{\pi}{2k'K} \left\{ 1 - \frac{4q}{1+q^2} \cos \frac{\pi u}{K} + \frac{4q^2}{1+q^4} \cos \frac{2\pi u}{K} - \frac{4q^3}{1+q^6} \cos \frac{3\pi u}{K} \cdots \right\}$$

$$am\, u = \frac{\pi u}{2K} + \frac{2q}{1+q^2} \sin \frac{\pi u}{K} + \frac{2q^2}{2(1+q^4)} \sin \frac{2\pi u}{K} + \frac{2q^3}{3(1+q^6)} \sin \frac{3\pi u}{K} + \ldots .$$

Setzen wir nun 2φ, 4φ, ... statt $\frac{\pi u}{K}$, $\frac{2\pi u}{K}$, . in der ersten Gleichung und beachten die bekannten Relationen

Bulletin N. S. I (XXXIII) p. 215.

$$\frac{\pi}{2k'K} = 1 + 4q + 12q^2 + 32q^3 + \ldots .$$

$$q = \frac{k^2}{16} + \frac{k^4}{32} + \frac{21}{1024}k^6 + \ldots .,$$

so wird

$$\frac{1}{\Delta\varphi} = A_0 - 2A_1\cos 2\varphi + 4A_2\cos 4\varphi - 6A_3\cos 6\varphi + \ldots\ldots\ldots \text{(b)}$$

$$A_0 = 1 + \frac{1}{4}k^2 + \frac{9}{64}k^4 + \frac{25}{256}k^6 + \ldots ,$$

$$A_1 = \frac{k^2}{8}\left(1 + \frac{3}{4}k^2 + \frac{75}{128}k^4 + \ldots\right),$$

$$A_2 = \frac{3}{256}k^4 + \frac{15}{1024}k^6 + \ldots$$

$$A_3 = \frac{5}{3072}k^6 + \ldots$$

. . . . . .

In der Entwickelung

$$\Pi(n, k, \varphi) = M_0\varphi - M_1\sin 2\varphi + M_2\sin 4\varphi \ldots\ldots\ldots \text{(c)}$$

haben die Coefficienten M_0, M, M_2, M_3. . . (Legendre Traité des fonctions elliptiques) die folgende Zusammensetzung:

$$M_0\sqrt{1+n} = A_0 - 2\alpha A_1 + 4\alpha^2 A_2 - 6\alpha^3 A_3 + \ldots$$

$$-2M_1\sqrt{1+n} = \alpha(M_0\sqrt{1+n} + A_0) - 2A_1 + 4\alpha A_2 - 6\alpha^2 A_3 + \ldots$$

$$4M_2\sqrt{1+n} = \alpha^2(M_0\sqrt{1+n} + A_0) - 2\alpha A_1 + 4A_2 - 6\alpha A_3 + \ldots$$

$$-6M_3\sqrt{1+n} = \alpha^3(M_0\sqrt{1+n} + A_0) - 2\alpha^2 A_1 + 4\alpha A_2 - 6A_3 + \ldots$$

$$8M_4\sqrt{1+n} = \alpha^4(M_0\sqrt{1+n} + A_0) - 2\alpha^3 A_1 + 4\alpha^2 A_3 - 6\alpha A_3 + \ldots$$

$$-10M_5\sqrt{1+n} = \alpha^5(M_0\sqrt{1+n} + A_0) - 2\alpha^4 A_1 + 4\alpha^3 A_2 - 6\alpha^2 A_3 + \ldots$$

und allgemein

$$(-1)^p \cdot 2pM_p\sqrt{1+n} = \alpha^p(M_0\sqrt{1+n} + A_0) - 2\alpha^{p-1}A_1 + 4\alpha^{p-2}A_3 - 6\alpha^{p-3}A_3 + \ldots .$$

α ist mit n durch die Formel

$$\alpha = \frac{\sqrt{1+n}-1}{\sqrt{1+n}+1}$$

verbunden.

Multiplicirt man (*b*) mit $d\varphi$ und integrirt zwischen den Grenzen φ' und φ'', so wird

$$\int_{\varphi'}^{\varphi''} \frac{d\varphi}{\Delta\varphi} = A_0\varphi - A_1(\sin 2\varphi'' - \sin 2\varphi') + A_2(\sin 4\varphi'' - \sin 4\varphi') - A_3(\sin 6\varphi'' - \sin 6\varphi') + \ldots$$

Führen wir nun diesen Ausdruck ebenso wie (*c*), nachdem φ zu φ' resp. φ'' gesetzt ist, in (*a*) ein, so ergiebt sich

$$\lambda = \sqrt{\frac{n(1+n)}{n+k^2}} \left\{ \left[M_0 \left(1 + \frac{k^2}{n}\right) - \frac{k^2}{n} A_0 \right] \varphi - \right.$$
$$- \left[M_1 \left(1 + \frac{k^2}{n}\right) - \frac{k^2}{n} A_1 \right] (\sin 2\varphi'' - \sin 2\varphi') +$$
$$+ \left[M_2 \left(1 + \frac{k^2}{n}\right) - \frac{k^2}{n} A_2 \right] (\sin 4\varphi'' - \sin 4\varphi') -$$
$$\left. - \left[M_3 \left(1 + \frac{k^2}{n}\right) - \frac{k^2}{n} A_3 \right] (\sin 6\varphi'' - \sin 6\varphi') - \right.$$

Die lineare Länge P eines Parallelbogens wird durch die Formel

$$P = \frac{a \cos B \lambda}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}}$$

dargestellt, oder wenn r statt a eingeführt wird durch

$$P = \frac{r\lambda \,.\, \cos B \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}}{\sqrt{1 - e^2}},$$

Wenn hier der zuletzt angeführte Ausdruck für λ eingesetzt wird, so erhalten wir

$$P = \cos B \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B} \cdot \sqrt{\frac{1+n}{1-k^2}} \left\{ \left[M_0 \left(1 + \frac{k^2}{n}\right) - \frac{k^2 A_0}{n} \right] r\varphi - \right.$$
$$- \left[M_1 \left(1 + \frac{k^2}{n}\right) - A_1 \frac{k^2}{n} \right] r (\sin 2\varphi'' - \sin 2\varphi') +$$
$$+ \left[M_2 \left(1 + \frac{k^2}{n}\right) - A_2 \frac{k^2}{n} \right] r (\sin 4\varphi'' - \sin 4\varphi') -$$
$$\left. - \left[M_3 \left(1 + \frac{k^2}{n}\right) - A_3 \frac{k^2}{n} \right] r (\sin 6\varphi'' - \sin 6\varphi') + \ldots \right.$$

oder weil $r\varphi = S$, $\varphi'' - \varphi' = \varphi$

$$P = \cos B \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B} \cdot \sqrt{\frac{1+n}{1-k^2}} \left\{ \left[M_0 \left(1 + \frac{k^2}{n}\right) - \frac{k^2}{n} A_0 \right] S - \right.$$
$$- 2 \left[M_1 \left(1 + \frac{k^2}{n}\right) - \frac{k^2}{n} A_1 \right] r \cdot \sin \frac{S}{r} \cos (\varphi' + \varphi'') +$$
$$+ 2 \left[M_2 \left(1 + \frac{k^2}{n}\right) - \frac{k^2}{n} A_2 \right] r \cdot \sin \frac{2S}{r} \cos 2 (\varphi' + \varphi'') -$$
$$\left. - 2 \left[M_3 \left(1 + \frac{k^2}{n}\right) - \frac{k^2}{n} A_3 \right] r \cdot \sin \frac{3S}{r} \cos 3 (\varphi' + \varphi'') + \right.$$
$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Die Convergenz dieser Reihe ist um so grösser je kleiner $\alpha = \operatorname{tg}^2 \frac{\beta_0}{2}$ oder je kleiner die Breite B_0 ist.

Wir haben also eine Formel zur Berechnung von P gewonnen, die aus einem der Länge S proportionalem Gliede und aus einer Trigonometrischen Reihe besteht, deren Convergenz von S vollkommen unabhängig ist. Weiter

Bulletin N. S. I (XXXIII) p. 217.

ersieht man dass, unsere Formel vom Azimuthe unabhängig ist; in der That ist auch das Azimuth überflüssig, wenn die beiden Breiten B' und B'' aus astronomischen Beobachtungen abgeleitet sind. Wäre dagegen die Breite astronomisch nur in einem der Endpunkte bestimmt, so würde man die Breite in dem anderen Endpunkte durch die Triangulation ermitteln müssen, wozu allerdings die Kenntniss des Azimuthes nothwendig ist. Der Bogen $r\varphi = S$ kann aus einer Triangulation, in welcher die Seiten und Winkel als bekannt anzusehen sind, ermittelt werden ohne dass das Azimuth bekannt ist; dieses muss aber als bekannt vorausgesetzt werden, wenn die polaren oder die rechtwinkligen Coordinaten zur Bestimmung der Breiten der Dreieckspunkte berechnet werden sollen. Es ist also nicht unumgänglich nothwendig eine Azimuthbestimmung auszuführen um die Länge eines Parallelbogens zu berechnen; wenn aber das Azimuth wirklich beobachtet ist, so ergiebt sich eine Bedingungsgleichung die zur Bestimmung der Lothablenkung an der astronomischen Station angewendet werden kann. Die von Professor Helmert abgeleiteten, ebenso wie andere in der Geodesie übliche Formeln zur Berechnung der Länge eines Parallelbogens enthalten dagegen immer das Azimuth; von diesen unterscheidet sich also unsere Formel wesentlich.

Wenn das trigonometrische Netz auf eine sphärische Oberfläche vom Radius R projicirt wird, so erhalten wir denselben Werth für S wie vorher, aber die Amplitude würde dann nicht mehr φ sein, sondern eine andere, Φ, und zwar so, dass

$$r\varphi = R\Phi$$

ist.

Es ist also klar, dass, wenn R und Φ in die Formeln für s und P eingesetzt werden, Werthe von s und P hervorgehen, die sich beträchtlich von den richtigen unterscheiden können.

Als Beispiel führen wir die Berechnung des Parallelbogens Orsk-Valentia an. Die angewandten Erddimensionen sind die Bessel'schen, nämlich

$$\log a = 6.5148235 \text{ toise.}$$
$$\log e = 8.9122052$$

Nach Hansen (Geodät. Untersuchungen) wurde angenommen

$$\text{Orsk } B' = 51°12'0'',$$
$$\text{Valentia } B'' = 51°55'0'',$$
$$\log S = 6.3740211 \text{ toise.}$$

Bulletin N. S. I (XXXIII) p. 218.

Hieraus ergab sich

$$B = 51°33'30'',$$
$$\log r = 6.5151512$$
$$\varphi = 41°23'57''33$$
$$\varphi' = -21°27'19'',59$$
$$\varphi'' = 19°56'37'',74$$
$$\log k^2 = 7.6699686$$
$$\log n = 0.3666042,$$
$$\log \alpha = 9.4649596,$$

$$A_0 = 1.0011723,\ M_0 = 0.5487835,$$
$$A_1 = 0.0005867,\ M_1 = -0.1597941,$$
$$A_2 = 0.0000002,\ M_2 = 0.0233073,$$
$$M_3 = -0.0045328,$$
$$M_4 = 0.0009917,$$
$$M_5 = -0.0002314,$$
$$M_6 = 0.0000614,$$
$$M_7 = -0.0000164,$$
$$M_8 = 0.0000044,$$
$$M_9 = -0.0000012,$$
$$M_{10} = 0.0000003$$

und endlich

$$P = 2456622{,}0 \text{ toise.}$$

Für $\lambda = 69°3'0''$ wird die Länge der kürzesten Linie

$$S = 2361641{,}9 \text{ toise}$$

und also

$$P - s = 94980{,}1 \text{ toise.}$$

MÉLANGES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES
TIRÉS DU
BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG.
TOME VII.

Résultats préliminaires des observations faites sur les satellites de Saturne à l'aide du réfracteur de 30 pouces. Par Hermann Struve. (Lu le 10 octobre 1889.)

Tandis-que les observations des satellites de Saturne, faites à l'aide du réfracteur de 15 pouces, avaient eu pour objet principal la détermination de la masse de la planète et des éléments des orbites des deux satellites extérieurs Japetus et Titan, les mesures entreprises au nouveau grand réfracteur poursuivent la détermination exacte de tous les autres éléments du système de Saturne. Selon leur arrangement et leurs buts les nouvelles observations se divisent en trois groupes:

1) Observations pour déterminer les orbites des satellites intérieurs, Rhea, Dione, Tethys, Enceladus et Mimas.
2) Observations de Hyperion, consistant en jonctions micrométriques soit avec le disque de la planète, soit avec Titan et Japetus.
3) Détermination des dimensions de la planète et des anneaux, ainsi que de la direction de la ligne des anses.

En outre nous avons exécuté aussi quelques jonctions occasionnelles de Japetus et Titan avec la planète ou avec d'autres satellites, lorsqu'ils se trouvaient en proche conjonction. Cependant, dans l'intérêt du travail principal, il a paru utile de ne pas poursuivre regulièrement ces deux satellites, dont les mesures peuvent être exécutées tout aussi bien avec des lunettes moins fortes.

Pour le premier problème, le plus important pour l'étude du système de Saturne, nous nous avons tracé le programme suivant:

Les orbites de Rhea et Tethys seront évaluées avec la plus grande exactitude possible pour plusieurs années de suite, par des jonctions des satellites entre eux et avec le disque de la planète. L'orbite de Dione sera déduite des comparaisons avec Rhea, celle d'Enceladus des comparaisons avec Tethys, enfin celle de Mimas des jonctions avec l'un ou l'autre satellite intérieur, par preférence avec Tethys. Pour chaque époque les observations de chaque satellite doivent être rassemblées, en nombre suffisant, dans un espace de temps assez bref pour admettre la déduction d'éléments osculateurs de l'orbite.

Selon ce programme les observations des satellites intérieurs ont été exécutées dans les mois voisins des dernières quatre oppositions de Saturne. Elles fournissent pour Rhea, Tethys et Enceladus des éléments osculateurs des orbites pour quatre époques, pour Dione et Mimas pour deux époques. Puisque les jonctions micrométriques de Rhea et Tethys devaient former la base pour la déduction des orbites des autres satellites, nous avons entrepris en premier lieu la réduction de ces observations. Les calculs ont conduit à quelques résultats, dont on peut déduire certaines conclusions concernant la position de l'équateur de Saturne et les perturbations dans le système. La publication préliminaire de ces résultats paraît utile dans l'intérêt des observations exécutées en d'autres lieux. Notre série d'observations sera continuée encore quelques ans, tant que la déclinaison de la planète permettra de faire encore des mesures exactes dans notre latitude boréale.

Concernant les mesures et leur réduction, nous nous permettons de renvoyer à notre premier Mémoire «Beobachtungen der Saturnstrabanten, 1-ère Section», publié en 1888 en forme de Supplément aux Observations de Poulkova. Chaque jonction complète de Rhea avec Tethys est basée sur huit pointages, tant en distance qu'en angle de position. Les derniers embrassent les premiers symétriquement, au nombre de quatre de chaque côté. Toutes ces mesures, ainsi qu'en général les observations des satellites, à la seule exception de celles de Hyperion, ont été exécutées au réfracteur de 30 pouces par un champ illuminé. La force optique de la lunette s'est trouvée assez forte pour admettre même les mesures de Mimas toujours dans le champ illuminé. Dans toutes ces mesures le grossissement employé a été de 515 fois.

Par rapport à la construction du micromètre filaire fourni par M. Repsold pour notre lunette et concernant la déduction de la valeur d'une révolution de la vis micrométrique, nous nous permettons de renvoyer à l'ouvrage publié dernièrement par l'Observatoire à l'occasion de son jubilée sémiséculaire. Nous y empruntons les déterminations suivantes:

Valeur d'une révolution pour 0° C.

a) par des mesures micrométriques dans
l'amas de h Persei . . . . . $= 12''{,}7843$ err. prob. $\pm 0''{,}0006$
b) par des observations de passages . . . $= 12{,}7869$ » » $\pm 0{,}0012$
c) par la distance focale et l'hauteur des
pas de la vis . . . . . $= 12{,}7880$ à $\frac{1}{4000}$ près

Coefficient thermométrique pour 1° C. $= 0''{,}00025$.

Dans la réduction des jonctions de Rhea avec Tethys, nous nous sommes servis de la valeur préalablement déterminée 1 rév. $= 12''{,}7835 - 0''{,}00025t$

Bulletin N. S. I (XXXIII) p. 444.

s'accordant avec la valeur a) en dedans des limites des erreurs admissibles. Cependant il paraît utile de relever ici la circonstance qu'aussi la valeur a) demande encore un contrôle supplémentaire, dès qu'il s'agit de la déduction définitive de la masse de la planète. Les erreurs périodiques de la vis ont été trouvées d'une petitesse évanouissante; également les erreurs progressives sont extrêmement petites et ce ne serait que pour des distances beaucoup plus grandes que dont il s'agit ici, qu'il y aurait lieu de les prendre en considération.

Aussi dans la déduction des éléments on a poursuivi en général le même chemin qu'auparavant: les coordonnées polaires directement observées furent converties en rectangulaires $x_1—x_2$ et $y_1—y_2$, et ces dernières furent comparées avec les valeurs correspondantes déduites des éléments préliminaires. Cette méthode est certainement la plus simple pour arriver au but proposé, dès qu'il s'agit de la déduction simultanée des éléments de *deux* satellites, dont les relations mutuelles sont données par les observations. La seule objection à élever contre cette méthode pourrait être cherchée dans la supposition admissible, que, par la conversion des coordonnées, des erreurs constantes des observations fussent peut-être cachées. Mais en pratique cette objection est d'aucune conséquence, parce qu'à cause des faibles ouvertures des orbites des satellites, les erreurs dans les p, s'il y en a, se reproduiront principalement dans les $y_1—y_2$, et celles des distances dans les $x_1—x_2$. Aussi on se convaincra facilement qu'en général le même poids peut être attribué à toutes les équations en x et y, sans égard à la différence des poids que pouvaient offrir les déterminations des s et des p.

Dans la comparaison des observations on a admis, pour les deux satellites Tethys et Rhea, des éléments circulaires, coincidents avec le plan de l'anneau adopté selon la détermination de Bessel. La longitude et le mouvement moyen de Rhea sont adoptés selon mes propres observations faites au réfracteur de 15 pouces; pour Tethys ces quantités ont été adoptées selon des observations plus anciennes. Enfin les élongations moyennes ont été déduites de la masse de Saturne $= \frac{1}{3500}$, eu égard à l'effet approximatif des perturbations. De cette manière les éléments préliminaires des satellites ont été les suivants:

			Tethys	Rhea
			1886 Mars 22,0. Temps moy. Gr. (réd.).	
Longitude		E	165° 30′,3	140° 57′,3
Noeud	Éclipt.	n	168 0,0	168 0,0
Inclinaison	Éclipt.	i	28 10,0	28 10,0
Mouv. moyen (tropique)		λ	190°,69820	79°,690096
Élongation moyenne (pour $(\rho) = 9{,}53887$)		a	42″,609	76″,169

Bulletin N. S. I (XXXIII) p. 445.

Dans les calculs effectués pour la dernière époque, celle de 1889, on s'est servi de longitudes plus exactes, en admettant pour Tethys $dE = -40'',0$, pour Rhea $dE = -8'',0$.

Les tableaux suivants présentent les résultats des observations et des calculs avec leur comparaison entre eux. En outre ils donnent les erreurs v des observations, qui restent après la compensation définitive. Dans quelques cas exceptionnels, où p avait été déterminé avec exactitude, sans détermination également exacte de s, on n'a pu déduire qu'une seule coordonnée. Pour les trois premières époques, toutes les observations ont été exécutées par moi seul; pour la dernière opposition en moitié par M. Renz. La coopération d'un second observateur nous a paru désirable soit dans l'intérêt des mesures faites sur les autres satellites, soit particulièrement dans le but de gagner un jugement sur l'existence d'erreurs systématiques dans ces mesures.

Tethys-Rhea. 1886.

		Temps sid. Poulk.	O x_1-x_2	C x_1-x_2	$O-C$	v	O y_1-y_2	C y_1-y_2	$O-C$	v
1886.										
Févr.	5	5h38m15s	—	— 88″,07	—	—	+19″,26	+19″,82	−0″,56	+0″,14
	6	4 44 17	— 33″,03	— 32,32	−0″,71	−0″,14	−60,67	−61,38	+0,71	+0,04
	16	5 26 33	—	−116,80	—	—	— 5,68	— 4,84	−0,84	−0,04
	23	4 56 1	— 84,99	— 84,64	−0,35	+0,04	−15,10	−16,27	+1,17	+0,12
	24	4 58 20	— 45,70	— 45,71	+0,01	−0,09	−17,00	−16,02	−0,98	−0,07
	24	9 13 58	— 52,06	— 52,08	+0,02	−0,01	−25,24	−24,76	−0,48	+0,08
	28	6 40 31	−116,95	−116,90	−0,05	−0,04	−14,89	−14,87	−0,02	−0,01
Mars	6	5 38 42	+ 17,55	+ 17,77	−0,22	+0,09	−31,37	−31,72	+0,35	−0,14
	7	9 45 5	+ 73,30	+ 72,97	+0,33	−0,05	+53,51	+54,34	−0,83	−0,11
	8	6 11 54	— 71,03	— 70,67	−0,36	−0,12	+12,74	+11,58	+1,16	−0,02
	8	10 18 39	— 64,10	— 63,71	−0,39	−0,09	+ 2,74	+ 1,73	+1,01	−0,11
	9	6 28 33	— 54,18	— 54,33	+0,15	+0,02	+ 0,38	+ 1,23	−0,85	−0,02
	10	6 21 57	— 7,12	— 6,65	−0,47	+0,07	−56,36	−56,99	+0,63	−0,01
	11	6 0 51	+ 93,80	+ 93,64	+0,16	−0,10	+24,93	+25,80	−0,87	+0,07
	12	6 43 37	+ 18,46	+ 18,62	−0,16	+0,05	+18,22	+17,18	+1,04	+0,05
	13	6 26 5	— 81,63	— 81,91	+0,28	+0,01	+27,91	+28,26	−0,35	+0,10
	14	6 45 51	— 28,71	— 28,23	−0,48	−0,03	−52,32	−52,72	+0,40	0,00
	15	6 44 1	+ 34,87	+ 34,67	+0,20	+0,07	— 5,53	— 5,02	−0,51	+0,10
	16	7 19 38	+ 97,83	+ 97,79	+0,04	+0,09	+17,27	+16,91	+0,36	+0,07
	17	7 39 1	— 76,58	— 76,88	+0,30	+0,09	+36,52	+36,27	+0,25	−0,08
	18	7 6 21	— 37,41	— 37,13	−0,28	−0,11	−21,93	−21,84	−0,09	−0,06
	19	6 49 9	— 37,90	— 37,78	−0,12	+0,02	−33,95	−33,96	+0,01	−0,01
	21	7 27 13	— 23,45	— 23,60	+0,15	+0,14	+31,10	+30,30	+0,80	−0,03
	22	7 4 4	— 27,96	— 28,24	+0,28	+0,16	+18,93	+19,35	−0,42	−0,03
	23	7 4 9	— 90,02	— 89,71	−0,31	+0,08	−45,01	−45,67	+0,66	+0,01
	27	7 53 49	— 92,00	— 91,40	−0,60	−0,14	−34,72	−35,57	+0,85	−0,04
Avril	2	8 14 40	+ 82,56	+ 82,80	−0,24	+0,02	−33,68	−33,66	−0,02	+0,06
	3	8 41 50	+ 29,48	+ 29,35	+0,13	−0,07	+31,59	+31,41	+0,18	+0,01
	11	8 59 3	+ 20,45	+ 20,75	−0,30	+0,14	−40,91	−41,53	+0,62	−0,02
	12	9 14 33	+ 87,73	+ 87,35	+0,38	+0,06	+41,32	+42,01	−0,69	+0,07
	13	9 48 2	— 33,64	— 33,46	−0,18	+0,06	+11,86	+10,80	+1,06	+0,03
	14	9 42 7	— 75,04	— 75,25	+0,21	+0,03	+ 7,17	+ 7,74	−0,57	+0,02
	18	9 50 1	— 90,87	— 91,07	+0,20	−0,02	+25,93	+25,92	+0,01	−0,08
	20	10 33 28	+ 7,22	+ 7,28	−0,06	−0,03	−18,82	−18,84	+0,02	−0,01
	21	10 10 43	+109,78	+109,90	−0,12	−0,18	+18,84	+19,10	−0,26	0,00
	22	10 16 26	— 62,02	— 62,11	+0,09	+0,01	+30,54	+29,68	+0,86	+0,08
	23	10 52 12	— 33,64	— 33,55	−0,09	−0,11	— 4,60	— 4,14	−0,46	+0,06
	24	10 35 52	— 47,99	— 47,81	−0,18	+0,15	−43,32	−43,89	+0,57	+0,05
	27	11 14 50	— 35,37	— 35,65	+0,28	+0,04	+30,57	+31,12	−0,55	+0,04

Bulletin M. S. I (XXXIII) p. 446.

Tethys-Rhea. 1887.

		Temps sid. Poulk.	O x_1-x_2	C x_1-x_2	$O-C$	v	O y_1-y_2	C y_1-y_2	$O-C$	v
1887.										
Janv.	16	6h52m21s	+ 89″,20	+ 89″,05	+0″,15	+0″,09	−24″,63	−23″,45	−1″,18	−0″,05
	18	8 31 59	+ 25,77	+ 25,37	+0,40	+0,01	+49,66	+50,15	−0,49	−0,10
Févr.	2	5 55 44	− 32,02	− 31,96	−0,06	−0,05	−24,77	−23,77	−1,00	+0,16
	5	5 13 48	− 35,09	− 35,17	+0,08	+0,15	+29,69	+28,36	+1,33	+0,07
	11	5 26 42	− 95,84	− 95,41	−0,43	+0,01	−42,33	−42,09	−0,24	−0,07
	12	5 7 20	+ 18,41	+ 18,17	+0,24	+0,02	−14,21	−14,06	−0,15	−0,05
	18	10 38 44	− 71,34	− 71,23	−0,11	+0,06	−37,64	−38,23	+0,59	−0,15
	16	8 8 6	+ 14,08	+ 13,95	+0,13	+0,04	+32,78	+31,52	+1,26	−0,07
	21	8 49 44	+ 67,88	+ 67,75	+0,13	+0,01	−20,50	−19,59	−0,91	+0,01
	22	6 17 59	+ 39,25	+ 39,42	−0,17	−0,01	− 1,79	− 2,77	+0,98	−0,01
	23	6 59 5	+ 59,07	+ 58,76	+0,31	−0,08	+51,59	+51,89	−0,30	0,00
	26	8 46 1	+ 55,61	+ 55,91	−0,30	−0,07	−35,47	−35,33	−0,14	−0,06
Mars	7	5 43 27	+ 15,45	+ 15,31	+0,14	+0,07	−13,38	−14,11	+0,73	−0,06
	10	6 17 41	− 35,97	− 36,16	+0,19	+0,13	−11,11	−10,24	−0,87	+0,10
	11	7 56 49	− 38,93	− 38,48	−0,45	−0,08	−45,93	−46,47	+0,54	+0,03
	13	6 25 36	− 9,35	− 9,30	−0,05	+0,10	+23,16	+22,25	+0,91	−0,06
	15	6 39 4	− 86,44	− 85,96	−0,48	0,00	−50,21	−50,34	+0,13	+0,06
	16	7 45 19	+ 70,55	+ 70,20	+0,35	+0,09	− 0,83	− 0,92	+0,09	+0,20
	17	7 5 0	+ 60,98	+ 61,23	−0,25	−0,03	+ 4,04	+ 3,84	+0,20	+0,02
	18	6 28 54	− 13,24	− 13,73	+0,49	+0,07	+52,34	+51,79	+0,55	+0,11
	18	10 42 6	− 58,81	− 58,93	+0,12	−0,22	+43,32	+42,47	+0,85	−0,02
	19	7 8 20	− 78,29	− 77,89	−0,40	−0,07	−32,42	−31,89	−0,53	−0,03
	20	6 57 0	− 17,35	− 17,43	+0,08	−0,09	−17,45	−17,74	+0,29	+0,01
	21	7 0 21	+ 98,87	+ 99,09	−0,22	−0,07	−16,74	−16,19	−0,55	+0,02
	22	6 55 55	+ 9,81	+ 9,48	+0,33	−0,03	+49,71	+48,61	+1,10	+0,01
	22	10 31 39	− 21,61	− 21,65	+0,04	−0,15	+41,87	+40,56	+1,31	+0,05
	23	8 51 8	− 31,87	− 31,79	−0,08	−0,03	+ 3,34	+ 4,01	−0,67	+0,02
	24	8 59 33	− 95,98	− 96,01	+0,03	+0,15	−29,72	−30,36	+0,64	−0,05
	27	7 52 6	+ 24,94	+ 24,64	+0,30	+0,05	+36,13	+36,75	−0,62	−0,11
	29	7 44 6	+ 32,93	+ 32,88	+0,05	−0,04	−24,51	−23,65	−0,86	0,00
	30	7 59 47	+ 39,89	+ 40,15	−0,26	+0,02	−15,59	−16,11	+0,52	−0,05
Avril	1	11 53 29	− 77,62	− 77,52	−0,10	+0,19	−13,06	−12,99	−0,07	+0,15
	6	8 50 41	− 96,20	− 96,36	+0,16	−0,05	+ 6,57	+ 6,01	+0,56	+0,01
	8	8 47 38	+ 46,33	+ 46,14	+0,19	−0,01	+ 9,20	+ 8,16	+1,04	+0,17
	9	9 0 26	+ 73,88	+ 73,86	+0,02	−0,09	+25,49	+25,95	−0,46	+0,05
	10	8 58 0	−100,96	−100,98	+0,02	−0,07	+20,22	+19,22	+1,00	−0,02
	11	9 7 13	− 17,93	− 17,67	−0,26	−0,22	−29,73	−28,72	−1,01	+0,03
	12	9 21 29	− 4,03	− 3,76	−0,27	−0,10	−27,07	−27,87	+0,80	+0,10
	17	9 48 7	+101,80	+101,56	+0,24	−0,04	+13,14	+13,22	−0,08	+0,07
	21	10 23 36	+ 33,83	+ 33,57	+0,26	+0,04	− 6,53	− 6,90	+0,37	+0,05
	23	10 28 34	− 29,30	− 29,70	+0,40	+0,05	+46,48	+45,50	+0,98	+0,01
	24	10 42 2	− 51,01	− 50,84	−0,17	−0,03	−19,27	−18,60	−0,67	+0,15
	26	10 59 25	+109,10	+109,14	−0,04	−0,06	−10,38	− 9,60	−0,78	0,00
	27	11 0 12	+ 1,28	+ 1,12	+0,16	+0,03	+34,39	+33,25	+1,14	−0,02
Mai	2	11 21 56	+ 28,96	+ 28,50	+0,46	+0,11	+44,62	+44,77	−0,15	−0,07
	3	11 34 22	−106,51	−106,07	−0,44	−0,10	−21,32	−21,47	+0,15	−0,01
	6	12 6 9	+ 51,14	+ 50,72	+0,42	0,00	+49,47	+48,84	+0,63	0,00

Bulletin N. S. I (XXXIII) p. 447.

Tethys-Rhea. 1888.

		Temps sid. Poulk.	O x_1-x_2	C x_1-x_2	$O-C$	v	O y_1-y_2	C y_1-y_2	$O-C$	v
1888.										
Févr.	11	$7^h39^m15^s$	+ 5″49	+ 5″08	+0″41	+0″15	+35″40	+34″83	+0″57	+0″11
	19	8 46 35	+ 51,21	+ 50,77	+0,44	−0,08	+42,45	+41,34	+1,11	+0,05
	23	8 20 15	+ 44,96	+ 44,69	+0,27	+0,02	+11,56	+10,88	+0,68	+0,08
	24	6 20 4	+ 73,31	+ 73,30	+0,01	+0,05	+27,00	+27,10	−0,10	−0,03
	26	6 52 52	− 10,69	− 10,37	−0,32	−0,10	−28,35	−27,98	−0,37	−0,07
	26	9 44 10	+ 0,69	+ 0,99	−0,30	−0,22	−22,93	−22,92	−0,01	−0,02
	27	6 53 22	+ 4,36	+ 4,48	−0,12	−0,03	−24,25	−24,15	−0,10	−0,07
	27	9 37 25	+ 17,62	+ 17,85	−0,23	0,00	−26,18	−25,79	−0,39	−0,12
	28	9 11 1	+114,35	+114,30	+0,05	−0,18	+40,00	+39,17	+0,83	+0,04
	29	6 53 11	− 70,47	− 70,55	+0,08	+0,03	+15,90	+16,09	−0,19	0,00
Mars	2	8 25 8	− 28,88	− 28,42	−0,46	0,00	−49,32	−48,53	−0,79	+0,03
	8	8 2 17	+ 93,28	+ 93,40	−0,12	+0,12	+ 7,96	+ 8,31	−0,35	−0,01
	10	10 44 55	—	− 40,35	—	—	−20,97	−20,58	−0,39	+0,07
	11	7 31 24	− 44,47	− 44,68	+0,21	+0,03	−23,93	−24,20	+0,27	+0,01
	12	7 59 31	+123,52	+123,77	−0,25	−0,04	− 2,73	− 2,65	−0,08	−0,05
	16	9 14 8	+ 94,68	+ 94,55	+0,13	+0,16	− 7,29	− 7,73	+0,44	+0,01
	17	7 36 35	+ 34,20	+ 34,32	−0,12	−0,07	+ 9,29	+ 9,27	+0,02	+0,06
	18	9 19 39	+ 12,10	+ 11,65	+0,45	+0,08	+43,61	+42,79	+0,82	+0,07
	19	8 7 54	−118,67	−118,49	−0,18	+0,06	−26,91	−26,16	−0,75	+0,05
	20	7 35 32	+ 14,97	+ 14,83	+0,14	+0,04	−15,13	−15,53	+0,40	−0,05
	21	9 33 16	+ 68,61	+ 68,97	−0,36	+0,03	−17,14	−16,68	−0,46	+0,07
	22	12 23 26	+ 9,50	+ 8,94	+0,56	0,00	—	+46,96	—	—
	30	11 56 15	+ 34,82	+ 34,89	−0,07	−0,03	− 3,94	− 3,79	−0,15	−0,15
Avril	2	9 41 13	− 20,11	− 20,00	−0,11	−0,10	−15,95	−16,14	+0,19	+0,05
	3	8 56 1	− 6,54	− 6,31	−0,23	+0,03	−34,55	−34,16	−0,39	+0,06
	4	8 53 18	+117,92	+117,78	+0,14	−0,05	+31,32	+30,40	+0,92	+0,10
	13	9 35 28	+106,55	+106,81	−0,26	−0,05	+ 5,77	+ 5,90	−0,13	−0,03
	14	9 37 6	− 36,85	− 37,34	+0,49	+0,03	+36,43	+35,93	+0,50	+0,01
	15	9 47 16	− 40,63	− 40,39	−0,24	−0,13	− 9,05	− 8,76	−0,29	−0,01
	17	10 4 40	+115,03	+115,13	−0,10	+0,02	− 2,12	− 2,42	+0,30	0,00
	23	10 40 13	+ 22,58	+ 22,07	+0,51	+0,08	+45,96	+45,14	+0,82	−0,05
	24	10 25 42	− 95,24	− 94,92	−0,32	−0,06	−21,09	−20,32	−0,77	+0,06
	30	11 1 41	+ 52,95	+ 53,21	−0,26	+0,09	−32,86	−32,64	−0,22	+0,11
Mai	1	11 48 5	+ 39,92	+ 39,65	+0,27	0,00	+18,02	+17,60	+0,42	+0,03
	2	12 57 57	+ 38,37	+ 38,48	−0,11	−0,19	+29,41	+29,23	+0,18	−0,15
	5	12 1 56	+ 23,24	+ 23,20	+0,04	+0,16	−15,25	−15,03	−0,22	+0,01

Tethys-Rhea. 1889.

		Temps sid. Poulk.	O x_1-x_2	C x_1-x_2	$O-C$	v	O y_1-y_2	C y_1-y_2	$O-C$	v
1889.										
Janv.	24	$7^h16^m48^s$	—	− 71″09	—	—	+20″75	+21″61	−0″87	−0″06
	28	7 34 46	− 25″39	− 25,60	+0″21	+0″15	+19,37	+19,96	−0,59	+0,06
Févr.	4	7 23 8	+ 20,86	+ 20,67	+0,19	0,00	− 9,06	− 8,98	−0,08	−0,13
	7	7 41 18	− 68,34	− 68,27	−0,07	−0,02	− 9,10	− 9,22	+0,12	−0,03
	11	9 3 44	+ 8,79	+ 8,81	−0,02	+0,01	+17,33	+16,53	+0,80	+0,04
	14	7 45 10	+ 37,61	+ 37,17	+0,44	+0,25	+ 0,61	+ 0,95	−0,34	+0,06
	17	10 32 31	− 15,15	− 15,23	+0,08	+0,02	−11,72	−12,00	+0,28	+0,17
	18	9 10 33	+ 21,86	+ 21,80	+0,06	−0,01	−25,30	−25,16	−0,14	−0,04
Mars	9	7 48 45	+ 50,25	+ 50,40	−0,15	−0,18	+ 3,02	+ 2,85	+0,17	+0,03
	14	10 9 54	+ 17,33	+ 17,21	+0,12	−0,08	+35,37	+35,77	−0,40	−0,01
	19	11 7 0	+ 28,14	+ 28,17	−0,03	−0,02	+26,95	+26,21	+0,74	0,00
	25	10 30 13	− 37,91	− 37,92	+0,01	−0,03	− 8,90	− 8,62	−0,28	−0,13
	30	8 56 40	− 26,80	− 26,77	−0,03	−0,08	−39,14	−39,55	+0,41	+0,13

Bulletin N. S. I (XXXIII) p. 448.

	Temps sid. Poulk.	O x_1-x_2	C x_1-x_2	$O-C$	v	O y_1-y_2	C y_1-y_2	$O-C$	v	
1889.										
Avril 13	10 1 42	+ 45,11	+ 44,97	+0,14	−0,02	− 5,65	− 5,73	+0,08	+0,04	
16	10 15 23	− 75,35	− 75,32	−0,03	+0,03	−16,05	−16,21	+0,16	−0,02	
21	10 8 21	−111,23	−111,36	+0,13	+0,01	−15,55	−14,46	−1,09	−0,04	
22	10 6 24	+ 57,89	− 57,87	+0,02	−0,09	−20,90	−21,73	+0,83	−0,02	
24	10 35 30	+ 55,08	+ 55,11	−0,03	−0,01	+29,96	+29,15	+0,81	+0,03	
25	11 10 10	−120,93	−120,84	−0,09	−0,03	−11,50	−10,68	−0,82	0,00	
26	10 43 52	+ 4,57	+ 4,60	−0,03	−0,07	−15,34	−15,48	+0,14	−0,15	
27	11 4 46	+ 26,25	+ 26,07	+0,18	+0,10	−18,03	−17,99	−0,04	0,00	
1889.										*ds*
Janv. 29	$8^h55^m38^s$	− 35″,27	− 34″,92	−0″,35	(−0″,33)	+ 8″,72	+ 8″,23	+0″,49	(+0″,19)	+0″,37
Févr. 4	8 51 45	+ 18,78	+ 18,59	+0,19	(+0,09)	− 8,40	− 8,30	−0,10	(−0,04)	+0,10
7	9 19 57	− 61,76	− 61,32	−0,44	(−0,49)	− 9,15	− 9,58	+0,43	(+0,12)	+0,46
11	10 10 13	+ 6,76	+ 6,75	+0,01	(+0,06)	+18,46	+17,51	+0,95	(+0,24)	+0,25
16	8 41 33	−122,06	−122,17	+0,11	(+0,03)	− 7,57	− 6,65	−0,92	(−0,03)	−0,03
20	7 53 35	− 51,59	− 51,38	−0,21	(−0,18)	+ 6,08	+ 6,28	−0,20	(+0,04)	+0,18
22	10 12 4	+ 5,76	+ 5,97	−0,21	(−0,29)	−36,86	−36,92	+0,06	(−0,38)	+0,34
25	9 21 36	—	− 96,69	—	—	+12,86	+13,73	−0,87	(+0,02)	—
Mars 2	10 53 38	− 37,29	− 36,93	−0,36	(−0,37)	− 8,10	− 8,53	+0,43	(+0,01)	+0,36
3	11 3 39	− 46,70	− 46,56	−0,14	(−0,30)	− 33,52	−32,72	−0,80	(−0,19)	+0,35
4	10 57 5	+130,90	+130,77	+0,13	(+0,19)	+16,92	+15,93	+0,99	(+0,06)	+0,20
5	11 16 28	− 10,77	− 10,88	+0,11	(+0,14)	+13,76	+13,95	−0,19	(+0,07)	−0,03
14	10 45 34	+ 11,35	+ 11,14	+0,21	(+0,03)	+34,49	+34,88	−0,39	(+0,09)	+0,10
15	11 13 55	− 36,20	− 35,92	−0,28	(−0,29)	+ 0,75	+ 0,26	+0,49	(−0,06)	+0,29
18	10 50 49	+ 33,15	+ 32,80	+0,35	(+0,22)	+16,92	+17,01	−0,09	(+0,32)	+0,35
25	12 14 29	− 42,50	− 42,14	−0,36	(−0,50)	− 9,65	− 9,31	−0,34	(−0,04)	+0,50
31	12 9 27	+ 51,21	+ 50,82	+0,39	(+0,16)	+ 8,26	+ 8,70	−0,44	(−0,09)	+0,15
Avril 1	11 46 7	+ 76,10	+ 75,90	+0,20	(+0,25)	+20,99	+19,82	+1,17	(+0,16)	+0,28
3	12 5 59	− 22,37	− 21,87	−0,50	(−0,55)	−22,72	−22,95	+0,23	(−0,34)	+0,63
18	10 41 24	+ 89,90	+ 89,40	+0,50	(+0,48)	−13,18	−14,24	+1,06	(+0,05)	+0,46
19	11 47 1	+ 19,84	+ 19,35	+0,49	(+0,32)	+28,82	+29,01	−0,19	(+0,30)	+0,43

Observations de M. Renz.

En considérant que les observations faites au réfracteur de 15 pouces n'avaient indiqué aucune trace d'excentricité pour l'orbite de Rhea et qu'en outre les éléments e et P ne peuvent pas être déduits simultanément pour les deux satellites avec assez d'exactitude, la résolution des équations de condition a été effectuée pour Rhea sans égard à ces éléments. Pour Tethys au contraire, où les observations antérieures avaient indiqué une faible excentricité, on a introduit les $e \sin P$ et $e \cos P$ dans les équations. Ayant en outre adopté les élongations moyennes des deux satellites d'après la loi de Keppler, nous n'avons eu dans les équations de condition que neuf inconnues à déterminer. Le calcul de ces inconnues, ayant été exécuté pour les différentes années séparément, a conduit aux résultats suivants.

Éléments de Tethys.

Époque moy.	1886. 218	1887. 214	1888. 224	1889. 206
T. M. Greenw. (réd.)	Mars 22,0	Mars 20,0	Mars 23,0	Mars 17,0
E	165° 17′5 ± 1′1	268° 47′8 ± 1′1	76° 6′1 ± 1′4	136° 19′1 ± 1′8
E_0 (1886)	165 17,5	165 21,0	165 1,2	164 3,49
n	168 35,5 ± 2,6	170 11,3 ± 2,3	168 36,9 ± 2,7	166 7,4 ± 3,7
i	27 0,1 ± 1,1	28 2,5 ± 1,1	29 5,2 ± 1,3	28 40,2 ± 1,6
$e \sin P$	+0,00138 ± 28	+0,00174 ± 24	+0,00150 ± 29	+0,00248 ± 67
$e \cos P$	−0,00066 ± 13	−0,00029 ± 15	−0,00047 ± 22	−0,00112 ± 68
e	0,00153	0,00177	0,00158	0,00273

Éléments de Rhea.

Époque moy.	1886. 218	1887. 214	1888. 224	1889. 206
T. M. Greenw. (réd.)	Mars 22,0	Mars 20,0	Mars 23,0	Mars 17,0
E	140° 50′6 ± 0′6	268° 20′8 ± 0′6	153° 57′7 ± 0′7	322° 43′5 ± 1′0
E_0 (1886)	140 50,6	140 50,5	140 48,7	140 49,8
n	168 7,1 ± 1,4	167 56,3 ± 1,3	167 50,0 ± 1,5	167 45,2 ± 1,9
i	28 19,7 ± 0,7	28 22,6 ± 0,6	28 23,7 ± 0,7	28 22,1 ± 1,0
$\frac{da}{a}$	+0,00050 ± 15	+0,00093 ± 14	+0,00031 ± 17	+0,00139 ± 29
a	76″207 ± 0″012	76″240 ± 0″011	76″193 ± 0″013	76″275 ± 0″022

A ce que les erreurs restantes v font voir, la représentation des observations par ces éléments ne laisse rien à désirer. Elle est ici encore beaucoup plus parfaite que pour les jonctions exécutées avec la lunette de 15 pouces. Quoiqu'on n'ait exclu aucune mesure, les différences entre le calcul et l'observation n'atteignent que dans 5 cas entre 281 le montant de 0″2. Pour les sommes des carrés des erreurs et les erreurs probables on trouve ici les valeurs suivantes:

	$(vv)_x$	$(vv)_y$	$(vv)'_y$	err. prob.
1886	0,295	0,226	0,172	±0″056
1887	0,347	0,417	0,274	±0,059
1888	0,300	0,274	0,156	±0,059
1889	0,159	0,223	0,129	±0,064

Ici $(vv)_x$ et $(vv)_y$ désignent les sommes des carrés des erreurs, telles qu'elles résultent de l'introduction des corrections évaluées, dans les équations de

Bulletin N. S. I (XXXIII) p. 450.

condition. Cependant les oscillations considérables que subit l'orbite de Tethys d'un an à l'autre, ne peuvent manquer d'exercer aussi une influence notable sur l'accord, en dedans de chaque série d'observations à part. Effectivement on trouve, qu'en considérant l'effet du mouvement des noeuds sur l'équateur de Saturne, les erreurs dans les y résultent encore beaucoup plus petites, les $(vv)_y$ se reduisant alors aux valeurs désignées par $(vv)_y'$.

La haute précision des mesures justifie l'essai de déduire la masse de la planète, des corrections évaluées pour a. Puisque les a, adoptés dans le calcul, ont été déduits de la masse réciproque de Saturne $\mu_0 = 3500$, on trouve ici:

1886	$d\mu = -5{,}2$	$\mu = 3494{,}8$	$\pm 1{,}6$
1887	$= -9{,}8$	$= 3490{,}2$	$\pm 1{,}5$
1888	$= -3{,}3$	$= 3496{,}7$	$\pm 1{,}7$
1889	$= -14{,}6$	$= 3485{,}4$	$\pm 3{,}1$
	Moyenne	$\mu = 3493{,}0$	$\pm 0{,}89$

Cependant, concernant l'exactitude de ce résultat, d'assez fortes illusions pourraient facilement avoir lieu. Il y manque encore la preuve que, dans la mesure des distances, aucune erreur systématique de l'ordre des erreurs accidentelles ne soit commise. Cette preuve est justement le point faible dans toutes les déterminations des masses, basées sur des mesures micrométriques. L'effet d'une erreur systématique sera naturellement d'autant plus fort, que les distances mesurées sont plus petites. Sous ce rapport la comparaison de mes mesures avec celles de M. Renz durant la dernière opposition, conduit à des considérations bien importantes. Lorsqu'on calcule les p et s pour les observations de M. Renz, à l'aide des éléments définitifs déduits de mes mesures, on trouve pour les angles de position un accord très satisfaisant. Au contraire les distances, à ce qu'on peut voir dans les ds précédemment donnés, ont étè mesurées par M. Renz presque toutes plus fortes, en moyenne de $0''{,}29$, valeur qui surpasse de beaucoup l'erreur accidentelle des mesures. On voit en même temps que cette différence est à peu près d'égale grandeur pour les petites et les grandes distances, ce qui fait conclure qu'elle ne peut pas être expliquée uniquement par une valeur différente des pas de la vis micrométrique, applicable aux mesures de M. Renz. Il s'ensuit directement que les mesures de M. Renz entraîneraient non seulement un changement des dimensions, mais encore de tous les autres éléments des orbites. Pour cette raison, c. à d. pour donner aux résultats à déduire de nos observations, le degré de sûreté qui leur convient selon leur accord intrinsèque, il sera de la plus haute importance d'examiner les distances par rapport aux erreurs systématiques et — quant à la détermination de la masse de la planète — de

baser la valeur de la vis micrométrique exclusivement sur des mesures de distance. La valeur, telle que je l'ai déterminée par les mesures faites dans l'amas de *h* Persei, ne satisfait qu'en partie à cette condition, puisque la moitié des intervalles a été mesurée comme différences de déclinaison, en remplacement des distances directes.

La comparaison entre eux des éléments évalués pour les différentes années, montre d'abord pour Rhea un accord parfait des longitudes, tandis que pour Tethys il y a des différences plus fortes, qu'il n'y aurait pas moyen de faire disparaître par la seule variation du mouvement moyen adopté. C'est ainsi que mes observations confirment la conclusion déduite déjà par M. Bohlin[1]) de la discussion d'anciennes séries d'observations, qu'il y existe une variabilité dans le mouvement moyen de Tethys, dont l'origine devra probablement être attribuée à des relations remarquables des satellites intérieurs entre eux. La formule empirique de M. Bohlin, qui lui a servi pour compenser les oscillations dans la longitude par un terme périodique $A \sin \mu t$, laisse subsister dans les longitudes précédentes les différences suivantes:

	Obs. — Calc.
1886,2	$dE = -26'',6$
87,2	$= -15,1$
88,2	$= -26,0$
89,2	$= -32,3$

A juger d'après ces différences, la valeur adoptée du mouvement moyen de Tethys ($\lambda = 190°,698169$) devrait recevoir une correction négative. Quant au terme périodique proposé par M. Bohlin, c'est aux observations futures d'en prouver la légitimité; l'accord plus parfait établi par son application dans les résultats de nos observations parle en sa faveur.

Les valeurs déduites de nos observations pour $e \sin P$ et $e \cos P$ permettent seulement de conclure que l'excentricité de l'orbite de Tethys soit une très petite quantité, de l'ordre de celle de Rhea. Quant aux valeurs numériques précédemment indiquées, on ne devra leur attribuer qu'un très faible poids, parce qu'elles dépendent de la supposition arbitraire que l'orbite de Rhea soit exactement circulaire. Elles devront notablement varier, dès qu'on accepte pour ce satellite une faible excentricité. Une détermination indépendante de cet élément, ne serait possible que par des jonctions directes du satellite avec le disque de la planète. Dans ce but une série spéciale de mesures a été entreprise par nous, nommément de mesures de distances du satellite aux bords Nord et Sud, Est et Ouest du disque, qui fourniront en

1) Bohlin, Über die Bahnelemente des dritten Saturnsatelliten Tethys. Stockholm 1886. Bulletin N. S. I (XXXIII) p. 452.

même temps une détermination exacte de l'aplatissement de la planète. Cette méthode d'observation présente plusieurs avantages sur la méthode des jonctions avec le disque par s et p, lesquelles, à ce qu'il me paraît, peuvent être affectées en plus forte raison par des erreurs systématiques. Dans la déduction des résultats de cette série nous nous proposons d'introduire dans les équations de condition seulement les deux inconnues e et P, en y admettant que tous les autres éléments de l'orbite de Rhea soient exactement donnés par les jonctions réciproques avec les autres satellites.

Les oscillations des plans des orbites de Tethys et de Rhea, distinctement prononcées dans les éléments précédents, méritent une attention particulière. Elles permettent en premier lieu une détermination exacte de la position de l'équateur de Saturne. Suivant un theorème bien connu les plans des orbites des satellites intérieurs doivent se mouvoir sur l'équateur de Saturne, en conservant une inclinaison à peu près constante, avec vélocité uniforme des noeuds, tant que l'aplatissement de la planète, comme c'est le cas pour le système de Saturne, est la source principale des perturbations. En effet on peut démontrer que les éléments de l'équateur de Saturne n_1 et i_1 peuvent être déterminés de manière que la dite condition soit de très près remplie pour les satellites Rhea, Dione et Tethys. Nous prouverons la justesse de cette thèse en premier lieu par rapport à Tethys.

Si nous désignons par γ et Θ l'inclinaison et la longitude du noeud de l'orbite du satellite par rapport à l'équateur de Saturne, nous avons les relations suivantes:

$$\sin^2\frac{\gamma}{2} = \sin^2\frac{i-i_1}{2} + \sin i \sin i_1 \sin^2\frac{n-n_1}{2}$$

$$\sin\gamma \sin(\Theta - n_1) = \sin i \sin(n - n_1)$$

$$\sin\gamma \cos(\Theta - n_1) = \sin(i - i_1) - 2 \sin i \cos i_1 \sin^2\frac{n-n_1}{2}.$$

Les équations à établir sur la première de ces relations permettront de déterminer n_1 et i_1 de manière que γ conserve pour chaque satellite une valeur constante; les deux autres relations fournissent ensuite la longitude des noeuds sur l'équateur. En acceptant d'abord, dans le calcul de γ, la position de l'équateur de Saturne, telle qu'elle a été déterminée par Bessel, nommément:

$$\left.\begin{aligned} n_1 &= 168^\circ\ 0{,}'0 \\ i_1 &= 28\ 10{,}2 \end{aligned}\right\} \text{pour } 1886{,}2$$

les éléments de Tethys, corrigés pour précession, donneront:

Bulletin H. S. I (XXXIII) p. 453.

	$n-n_1$	$i-i_1$	γ
1886,2	+ 35′,5	— 70′,1	72′,0
87,2	+ 130,5	— 7,7	61,8
88,2	+ 35,2	+ 55,0	57,5
89,2	— 115,1	+ 30,0	62,3

Dans ce tableau les différences entre les γ surpassent considérablement les erreurs admissibles des éléments et ne se laissent pas expliquer par les perturbations exercées par les autres satellites. Mais, lorsqu'on adopte pour n_1 et i_1 les corrections suivantes

$$\sin i_1 \, dn_1 = -3'{,}0$$
$$di_1 = -8{,}2$$

on obtient avec un accord très satisfaisant

1886,2	$\gamma = 64'{,}9$
87,2	$= 64{,}4$
88,2	$= 66{,}2$
89,2	$= 65{,}1$
Moyenne	$\gamma = 65'{,}1$

Avec les mêmes valeurs corrigées de n_1 et i_1 les éléments trouvés pour Rhea, auxquels nous ajouterons aussi l'ancienne détermination obtenue au réfracteur de 15 pouces, donnent pour l'inclinaison de l'orbite:

	$n-n_1$	$i-i_1$	γ
1885,7	+ 19′,3	+ 18′,4	20′,5
86,2	+ 13,5	+ 17,7	18,8
87,2	+ 1,9	+ 20,6	20,6
88,2	— 5,3	+ 21,7	21,8
89,2	— 10,9	+ 20,1	20,7
		Moyenne	$\gamma = 20'{,}5$

tandis que les éléments Besseliens de l'équateur de Saturne n'auraient donné pour γ qu'une valeur deux fois plus petite. D'un autre côté j'ai démontré, dans mon mémoire antérieur, que les anciennes déterminations de l'orbite de Rhea ne peuvent être représentées d'une manière satisfaisante qu'à condition que l'inclinaison de son orbite soit d'environ 20′. Cette circonstance prouve donc que les corrections précédentes aient la même force pour Rhea que pour Tethys. Enfin les valeurs corrigées de n_1 et i_1 sont indiquées également par les petites variations que subit le plan de l'orbite de Dione, pour lequel les anciennes observations ont donné les éléments suivants:

Bulletin N. S. I (XXXIII) p. 454.

		n		i	
Newcomb & Hall	1875,3	167° 58′,1	± 7′,2	28° 3′,9	± 3′,4
W. Meyer	81,8	167 58,0	± 8,3	28 1,1	± 4,0
H. Struve	85,7	167 39,4	± 3,1	28 1,8	± 1,4

Eu égard aux corrections indiquées on aura donc maintenant pour les éléments de l'équateur de Saturne:

$$\left.\begin{aligned} n_1 &= 167^\circ\ 53',6 \\ i_1 &= 28\ \ 2,0 \end{aligned}\right\} \text{Équinoxe } 1886,2.$$

Il y a lieu de croire que ces éléments soient déjà très exacts. Toujours nous espérons pouvoir augmenter encore l'exactitude dès que nous serons en état de faire concourir les orbites d'Enceladus et de Dione à déduire des observations récentes faites à la grande lunette. L'erreur dans la détermination de Bessel s'explique suffisamment par la difficulté de mesurer les angles de position de la ligne des anses, sans y considérer qu'une faible inclinaison du plan de l'anneau sur l'équateur de la planète doit également produire certaines inégalités périodiques dans les directions déterminées à différentes époques. On se convaincra facilement que la représentation des anciennes observations de disparitions de l'anneau, ne souffrira que très peu par la valeur adoptée de n_1. Aussi il ne demande aucune explication ultérieure pourquoi le mouvement propre séculaire des noeuds de l'équateur, évalué par Bessel à 4″ par an, ne doive être regardé que comme un résultat très incertain.

Nous déduisons maintenant des éléments de Tethys les longitudes suivantes des noeuds de son orbite sur l'équateur de Saturne:

1886,218	$\Theta - n_1 = 162°,9$
87,214	$= 91,0$
88,224	$= 17,8$
89,206	$= 305,7$

Réduites à l'époque de la première détermination, avec le mouvement rétrograde des noeuds $\Delta\Theta = 72°,8$ par an, elles présentent l'accord suivant:

1886	$\Theta - n_1 = 162°,9$
87	$= 163,5$
88	$= 163,8$
89	$= 163,3$
Moyenne	$\Theta - n_1 = 163°,3$

Bulletin N. S. 1 (XXXIII) p. 455.

Pour obtenir une valeur plus exacte du mouvement des noeuds, il sera nécessaire de recourir aux anciennes déterminations de l'orbite. Le mémoire précédemment mentionné de M. Bohlin présente un tableau de ces anciennes déterminations, dont nous extrayons les données suivantes:

		n		i	
Lamont	1836,38	167° 4′,8	—	26° 37′,8	—
Secchi	56,14	165 53,5	± 38′,6	27 3,4	± 22′,4
Newcomb	74,74	165 52,6	± 14,5	27 55,1	± 6,7
Hall	75,63	167 17,2	± 9,5	27 0,6	± 3,8
W. Meyer	80,76	165 47,5	—	27 1,7	—
W. Meyer	81,79	169 43,0	± 13,2	27 24,3	± 5,1

Le calcul des n et i, effectué pour les époques précédentes avec la valeur $\Theta - n_1 = 163°3 - 72°8\ (t - 1886{,}218)$, conduit à la comparaison suivante, à laquelle nous ajouterons aussi celle de nos derniers éléments:

	Obs. — Calc.	
	dn	di
1836,38	+ 21′,9	— 20′,4
56,14	— 62,3	— 4,8
74,74	+ 24,6	— 18,3
75,63	+ 52,9	— 7,9
80,76	— 70,6	+ 0,5
81,79	— 1,7	— 0,4
1886,218	+ 0,7	+ 0,4
87,214	— 1,7	+ 0,2
88,224	+ 1,8	+ 0,9
89,206	+ 1,4	— 0,7

La détermination obtenue à Washington en 1875 serait représentée un peu mieux par une valeur plus faible du mouvement des noeuds, nommément par $\Delta\Theta = 71°0$; mais les deux séries d'observations plus anciennes s'opposent décidément contre une pareille diminution. Pour cette raison, si l'on ne voulait pas rejeter entièrement les deux anciennes séries d'observations, procédé qui ne paraît pas suffisamment motivé, vu qu'aussi les autres déterminations peuvent être affectées d'erreurs systématiques, nous devons conclure que la valeur précédemment trouvée $\Delta\Theta = 72°8$ sera déjà de très près exacte. Tout au plus son erreur pourrait s'élever à 0°5.

Ainsi le plan de l'orbite de Tethys sera représenté avec une exactitude satisfaisante par les expressions:

$$\Theta - n_1 = 163°3 - 72°8\ (t - 1886{,}218)$$
$$\gamma = 65′,1.$$

Bulletin N. S. I (XXXIII) p. 456.

De la même manière on trouve pour le plan de l'orbite de Rhea, les expressions:

$$\Theta - n_1 = 16^\circ,7 - 10^\circ,2\ (t - 1886{,}218)$$
$$\gamma = 20',5.$$

Dans ce cas le mouvement des noeuds est basé sur la comparaison des éléments déduits des observations de Bessel et Jacob*), à peu près avec la même exactitude que pour Tethys. Les deux autres constantes sont déduites de mes propres observations. Voici comment les données précédentes satisfont aux éléments du plan de l'orbite:

		Obs. — Calc.	
		di	di
Bessel	1832,3	+ 4',2	+ 1',8
Jacob	57,6	+ 8,4	— 3,9
H. Struve	1885,68	+ 2,9	— 0,6
»	86,218	+ 1,1	— 2,0
»	87,214	— 3,0	+ 0,2
»	88,224	— 2,5	+ 1,2
»	89,206	— 0,6	+ 0,2

Ces résultats paraissent d'autant plus satisfaisants que, dans ce cas, en plus haut degré que pour Tethys, il y a lieu d'attendre de petites oscillations produites par les perturbations exercées par Titan et le Soleil.

Les mouvements des noeuds trouvés pour Tethys et Rhea gagnent encore un intérêt supérieur par la comparaison avec le mouvement moyen du perisaturnium de Titan, pour lequel les nouvelles observations, eu égard à la précession et les perturbations produites par le Soleil, ont donné la valeur approximative $\Delta P = 1800'' = 0^\circ,500$ par an. Cette valeur se compose de la manière suivante des perturbations produites par l'aplatissement de la planète, par les anneaux et les autres satellites:

$$0^\circ,500 = (1,2841)\frac{k + k_1 m_1}{\rho_0^2} + (2,5000)\, m_{Ja} + (3,2312)\, m_{Rh} + (2,8540)\, m_{Di}$$
$$+ (2,6074)\, m_{Ty} + \ldots .$$

où $\frac{k + k_1 m_1}{\rho_0^2}$ signifie la constante de l'aplatissement, augmentée de l'effet de la masse des anneaux m_1. La signification des autres quantités ne demande aucune explication.

---

*) Voir: Beobachtungen der Saturnstrabanten. 1 Abth., pag. 105.

Dans mon mémoire antérieur j'ai montré que pour la constante de l'aplatissement, l'équation précédente désigne la valeur:

$$\frac{k + k_1 m_1}{\rho_0^2} = 0{,}0223$$

valeur qui — à condition que la masse de Hyperion n'exerce aucune influence sensible sur ΔP — paraît être exacte à 10 unités près de la dernière décimale.

Concernant le mouvement des noeuds de Tethys il faudra considérer par préférence, outre l'effet de l'aplatissement et des anneaux, celui de Dione et ensuite ceux des satellites Enceladus et Rhea. A ce que nous avons montré plus haut, le plan de l'orbite de Dione coïncide de trés près avec celui de l'équateur de Saturne; aussi les autres satellites nommés se meuvent dans des orbites peu inclinées sur l'équateur. Dans ces circonstances on pourra adopter sans erreur sensible, comme première approximation, que toutes les masses troublantes soient réunies dans l'équateur de Saturne. La fonction perturbatrice obtient alors la forme simple $\Omega = a + b \sin^2 \gamma$ et l'on trouve pour le mouvement annuel rétrograde des noeuds de Tethys l'expression:

$$\Delta\Theta = (3{,}4458)\frac{k + k_1 m_1}{\rho_0^2} + (4{,}7340)\, m_{Mi} + (5{,}4133)\, m_{En} + (5{,}1786)\, m_{Di} + (4{,}2700)\, m_{Rh} + (2{,}9174)\, m_{Ti}.$$

Comme précédemment dans le calcul de la constante de l'aplatissement, nous admettrons que les masses des satellites soient directement proportionnelles à leur éclat. Dans cette hypothèse les mesures photométriques de M. Pickering présentent, par rapport à la masse déjà bien connue de Titan $m_{Ti} = \frac{1}{4700}$, les valeurs:

$$m_{Mi} = 0{,}0090 \,.\, m_{Ti}$$
$$m_{En} = 0{,}0182 \,.\, m_{Ti}$$
$$m_{Te} = 0{,}0667 \,.\, m_{Ti}$$
$$m_{Di} = 0{,}0573 \,.\, m_{Ti}$$
$$m_{Rh} = 0{,}1488 \,.\, m_{Ti}$$

Ces valeurs substituées dans l'expression précédente et combinées avec la valeur trouvée plus haut pour la constante de l'aplatissement, donnent pour le mouvement des noeuds de Tethys:

par l'effet de l'aplatissement et des anneaux	62°,2
» » des perturb. exercées par les autres satellites .	3,7
	$\Delta\Theta = 65°,9$

tandis que les observations l'ont fait $\Delta\Theta = 72°,8$.

Bulletin N. S. I (XXXIII) p. 458.

Abstraction faite de l'aplatissement, le mouvement des noeuds de Rhea est influencé particulièrement par les masses de Dione et de Titan. En admettant de nouveau, comme première approximation, qu'aussi dans ce cas m_{η} se meuve dans l'équateur de Saturne, nous aurons:

$$\Delta\Theta = (2{,}5608)\frac{k+k_1 m_1}{\rho_0{}^2} + (4{,}6421)\,m_{Di} + (3{,}4144)\,m_{Ti},$$

d'où nous tirons pour le mouvement des noeuds de Rhea

produit par l'aplatissement et les anneaux . . .	8°,1
» par les perturb. des autres satellites .	1,1
	$\Delta\Theta = 9°{,}2$

au lieu de $\Delta\Theta = 10°{,}2$, déduit directement des observations.

Dans les deux cas les différences entre les valeurs calculées et observées de $\Delta\Theta$ portent le même signe et sont, au moins pour Tethys, considérablement plus fortes que l'incertitude admissible dans le résultat fourni par les observations.

En présence de ce fait il y aurait à examiner en premier lieu, si la remarquable action réciproque entre Hyperion et Titan ne puisse produire une rétardation d'environ 3′ par an dans le mouvement du perisaturnium de Titan, rétardation qui suffirait pour expliquer les différences trouvées. Cette question réclame des recherches spéciales et nous devons ajourner la réponse.

Si la rétardation mentionnée ne se confirme pas, il paraît que nous ne pouvons former que les deux hypothèses suivantes sur l'origine des différences: ou 1) les déterminations photométriques ne permettent aucunement de former un jugement sur les masses relatives des satellites, ou 2) les différences indiquent l'effet de perturbations produites par les anneaux et indépendantes de celles de l'aplatissement.

Non seulement la dernière hypothèse ne peut pas être contestée a priori, mais elle semble même assez probable. Notre déduction des valeurs de $\Delta\Theta$ est basée sur la supposition que la fonction perturbatrice des anneaux puisse être réduite à son premier terme, comme nous l'avons admis pour l'attraction du sphéroïde. D'un autre côté nous pouvons démontrer aisément qu'avec des suppositions admissibles sur la masse des anneaux m_1, aussi le second terme puisse influencer notablement le mouvement des noeuds des satellites intérieurs. Lorsque nous admettons que le plan des anneaux coïncide avec celui de l'équateur de la planète, les termes séculaires de Ω se rapportant à cette question se présentent sous la forme suivante

$$\Omega = \frac{k+k_1 m_1}{r^3}\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\sin^2\gamma\right) + \frac{l_1 m_1}{r^5}\left(\frac{1}{4} - \frac{5}{4}\sin^2\gamma\right)$$

Si nous désignons par c la constante de l'aplatissement, par λ le mouvement moyen sidéral, par ρ_0 comme précédemment le rayon équatorial de la planète, cette équation conduit à l'expression suivante de l'effet de l'aplatissement et des anneaux sur le mouvement des noeuds:

$$\Delta\Theta = c\lambda\left(\frac{\rho_0}{a}\right)^2\left(1 + \frac{5l_1 m_1}{2c\,a^2\rho_0^2}\right).$$

Dans la supposition que la masse des anneaux soit uniformément répartie entre les rayons $\rho_1 = 13''33$ et $\rho_2 = 19''65$, la constante l_1 de la fonction perturbatrice des anneaux se trouve:

$$l_1 = \frac{8}{16}\left(\frac{\rho_2^6 - \rho_1^6}{\rho_2^2 - \rho_1^2}\right) = 9\,\rho_0^4.$$

Nous aurons ainsi

pour Tethys $\Delta\Theta = 62°2\ (1 + 40m_1)$
» Rhea $\Delta\Theta = 8,1\ (1 + 13m_1)$.

Par conséquent une masse des anneaux au montant de $\frac{1}{300}$ de celle de la planète, suffirait pour expliquer en plus grande partie les différences indiquées entre les valeurs observées et calculées de $\Delta\Theta$. En même temps elle serait encore assez petite pour ne pas surpasser, dans la comparaison de la constante calculée de l'aplatissement avec la valeur fournie par les mesures, les limites de ce qu'on peut distinctement reconnaître.

Les questions soulevées ici ne peuvent être décidées que lorsque la discussion des observations de Dione, Enceladus et Mimas sera terminée. En tout cas il y a lieu d'espérer que par cette voie la masse de l'anneau pourra être renfermée entre des limites beaucoup plus étroites, qu'il n'a été possible de faire jusqu'à présent.

MÉLANGES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES
TIRÉS DU
BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG.
TOME VII.

Über einige von Winnecke am Pulkowaer Meridiankreise in den Jahren 1861—1863 angestellte Beobachtungen. Von O. Backlund. (Lu le 20 décembre 1889).

1.

In den Jahren 1861—1863 hat Winnecke die Meridianzenithdistanzen von 10 südlichen und 10 nördlichen Sternen, die nördlichen in ihrer unteren Culmination, bei sehr verschiedenen Temperaturen gemessen, um Data zu Untersuchungen über den Einfluss der äusseren Temperatur auf die Refraction zu liefern. Die südlichen Sterne sind:

	1861.0 α	1861.0 δ	Praec. 1862.0	E. B.
1. ι Aquarii	21ʰ 59ᵐ,0	— 14° 33′	+ 17″,324	— 0″,049
2. 39 Aquarii	22 5,0	— 14 56	+ 17,582	— 0,035
3. 50 Aquarii	22 17,0	— 14 18	+ 18,066	+ 0,014
4. 56 Aquarii	22 23,0	— 15 21	+ 18,282	— 0,039
5. 69 Aquarii	22 40,3	— 14 51	+ 18,858	— 0,019
6. *h* Aquarii	22 58,0	— 8 30	+ 19,325	+ 0,022
7. 94 Aquarii	23 11,8	— 14 13	+ 19,614	— 0,094
8. 97 Aquarii	23 15,4	— 15 48	+ 19,677	+ 0,020
9. B.A.C 8199	23 25,0	— 12 19	+ 19,822	—
10. 104 Aquarii	23 34,5	— 18 35	+ 19,932	+ 0,022

Die nördlichen:

	1861,0 α	1861,0 δ	Praec. 1861,0	E. B.
(1) λ Ursae Majoris	10ʰ 8ᵐ,7	+ 43° 36′	— 17″,798	— 0″,058
(2) 25 Leonis Minoris	10 2,6	+ 42 33	— 17,895	+ 0,005
(3) Gr. 1661	10 27,0	+ 42 38	— 18,427	—
(4) B. A. C 3665	10 35,3	+ 46 57	— 18,706	—
(5) ω Ursae Majoris	10 46,0	+ 43 56	— 19,047	— 0,027

	1861.0 α	1861.0 δ	Praec. 1862,0	E. B.
(6) B. A. C 3760	$10^h52^m,4$	+ 43°40′	— 19″,192	—
(7) Gr. 3813	11 1,8	+ 43 58	— 19,414	—
(8) B. A. C 1749	11 6,0	+ 41 50	— 19,503	—
(9) Gr. 1784	11 21,3	+ 41 34	— 19,771	—
(10) 59 Ursae Majoris	11 31,0	+ 44 24	— 19,895	— 0″,055

Der Dilatations-Coefficient der Luft, welcher den Pulkowaer Refractionstafeln zu Grunde liegt, ist so genau bestimmt, dass wohl nicht erwartet werden kann, aus den Winnecke'schen Beobachtungen ein wesentlich genaueres Resultat zu erhalten, obgleich dieselben mit der Sorgfalt angelegt und ausgeführt sind, die diesem hervorragenden Astronomen eigenthümlich ist. Jedoch scheint es mir wichtig dieses Material zusammenzustellen, um es weiteren Untersuchungen leicht zugänglich zu machen. Deshalb werden die Beobachtungen möglichst ausführlich mitgetheilt und die zugehörigen Bemerkungen angegeben.

Zunächst gebe ich die Resultate der Kreisablesungen, corrigirt wegen der Refraction und auf 1861.0 reducirt. Die Theilungsfehler des Kreises sind nicht berücksichtigt worden. Nur für einige der nördlichen Sterne sind die Eigenbewegungen bekannt, diese wurden aber, weil sie sehr klein sind und keinen Einfluss auf das Endresultat üben können, vernachlässigt. Von den südlichen Sternen haben 9 bekannte Eigenbewegungen, die berücksichtigt wurden.

Tafel I.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A
	345°27′	345° 6′	345°45′	344°41′	345°12′	351°32′	345°46′	344°11′	347°40′	341°25′	345°41′
1861 Aug. 16	3″,92	60″,25	39″,24	54″,68	18″,21	61″,84	44″,72	30″,33	57″,04		3″,27
» 17	4,09	59,05	38,64	53,33	19,05	61,86	44,65	30,38	57,49	24″,60	3.31
» 19	3,73	59.88	38,60	53,69	19,36	61,54	44,13	29,82	57,11	21,64	2,95
Nov. 17		63,46	42,29	57,38	20,89	63,71	45,67	31,50	58,08	23,43	5,24
Dec. 28					15,83	58.21	41,04	26,68	54,58		0,00
» 30	3,02	57,18	38,99	51,88	19,86	59,79	42,33	30,14	56,80	21,76	2,18
1862 Jan. 2	3,07	59,55	39,68	55,04	18,95	61,69	44,07	31,03	58,11	24,08	3,53
» 3					21,12	60,73	42,48	30,47	56,78	21,85	2,99
Aug. 21	5,57	62,86	42,88	56,21	21,75						
» 23	5,10	61,80	41,23	56,20	20,92	63,11	45,47	32,48	58,69	24,55	4,96
Sept. 1	7,58	63,81	43,55	58,12	23,15	64,99	47,91	33,20	60,29	24,58	6,72
» 2		63,17	42,43	56,14	21,88	63,52	46,70	33,44	59,48	24,40	5,77
» 3	6,48	63,78	41,29	57,05	21,97	64,40	46,07	32,37	59,65	24,17	5,72
» 4	6,22	61,50	41,62	57,46	21,72	63,44	45,77		58,75	24,64	5,38
» 10		63,56	43,78	57,10	22,38	64,51	47,01		60,11	25,29	6,47

Bulletin N. S. I (XXXIII) p. 474.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	*A*
	345°27′	345° 6′	345°45′	344°41′	345°12′	351°32′	345°46′	344°11′	347°40′	341°25′	345°41′
1862 Nov. 18	9″18	64″35	44″64	59″45	25″68	66″11	48″55				8″31
» 19	9,19	64,92	43,17	58,66	24,41	66,19	48,42	34″91	61″91		7,88
» 20	9,63	65,73	44,27	59,99	25,47	67,13	49,19	36,13	60,98		8,63
» 22	10,04	66,19	44,34	60,22	25,37	66,44	49,00	35,93	62,10	26″87	8,65
» 27	9.44	65,33	44,86	59,98	25,40	65,87	48,30	35.29	62,71	27,52	8,47
Dec. 1	10,69	66,05	43,98	58,38	24,92	67,52	49.35	37,52	63,00	28,38	8,98
» 8	9,57	66,71	45,72	61,69	26,33	67,75	49,09	36,90	62,47	27,16	9,34
» 9	11,29	66,76	46.03	61,12	27,26	67,77	50,73	38,08	63,74	30,32	10,31
» 11	11,20	67,94	47,73	61,93	27,23	68,86	51,95	37,46	63,87	30,57	10,87
» 13	12,58	68,07	47,00	63,80	28,62	68,63					11,59
1863 Aug. 28	3,93	59,08	37,68	54,56	18,33	60,93	43,17	30,23	55,36	21,32	2,46
» 29	3,25	59.01	37,75	53,19	18,93	60.31	43,33	29,77	56,82	20,45	2,28
» 30	4,55	61,51	40,11	52,84	20,07	62,74	43,79	31,94	57,17	22,38	3,71
» 31	3,98	60,56	40,30	55,30	20,54	62,64	44,78	30,00	57,56	23,44	3,91
Sept. 2					18,78	60,66	44,71	30,15	56,93	21,56	2,39
» 4	6,28	62,93	41,46	56,03	22,43	62,46	46,41	32,39	59,30	25,36	5,51
M (19)	6,65	62,74	41,85	56,80	22,39	64,05	46,47	33,15	59,69	25,06	

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	*B*
	136°23′	137°26′	137°22′	133° 3′	136° 3′	136°19′	136° 2′	138° 9′	136°26′	135°35′	136°17′
1861 Aug. 16		53″37	7″43	40″82	56″64	61″15	2″56	3″98	2″46	54″56	17″80
» 17	14″60	53,79	6.78	39,65	54,78	60,54	2,83	1,11	3,31	54,00	17,14
» 19	15,20	54,20	9,29	39,85	54,27	61,20	1,94	3,96	2,74	54,22	17,69
Nov. 17		51,15		38,79	53,43	59,49	2,11	3,95	1,52	52,95	16,27
Dec. 28					55,08	60,71	1,73	4,70		52,30	17,13
» 30	14,28	51,77	5,32	39.39	54,73	61,02	3,40	2,08	3,41	55,01	17,04
1862 Jan. 2	15,28		7,28	41,37	55,73	62,64	2,37	4,01	4,41	53,97	18,13
» 3					56,66	61,84	4,14	4,26	3,36	55,30	18,51
Aug. 21	18,94	57,18			58,53						
» 23	16,71	56,13	8,13	42,07	57,15	62,40	5,58	4,58	5,02	55,99	19,38
Sept. 1	18,04	53,83	7,82	42,84	58,62	63,58	3,85	5,00	5,82	57,50	19,69
» 2		56,32	10,17	43,00	58,32	63,48	6,39	5,37	6,44	57,99	20,53
» 3	18,81	57,17	11,13	43,96	59,91	65,18	6,14	8,03	7,85	58,20	21,64
» 4	19,25	58,72	12,22	45,74	59,95	66,74	7,38		7,87	59,71	22,56
» 10		58,14	11,28	43,99	58,61	64,25	5,75		6,21	58,43	21,19
Nov. 18	20,25	58,81	11,41	45,39	60,58	65,92	7,17		8,30	59,78	22,57
» 19	17,34	59,88	11,94	45,06	60,37	66,47	6,75	8,34	8,14	58,84	22,31
» 20	19.68	59,44	11,33	45,69	60,18	66,65	6,66	7,61	6,96		22,32
» 22	20,04	58,46	12,14	45,37	60,69	65,95	7,59	8.74	8,72	60,13	22,78
» 27	19,75	56,60	10,14	44,44	59,99	65,01	6,88	7,44	6,53	56,89	21,37
Dec. 1	23,07	61,92	15,96	45,82	63,85	68,85	11,03	10,87	10,22	62,08	25,37
» 8	19,71	59,38	12,22	46,41	59,89	68,22	8,82	7,91	9,19	60,48	23,22
» 9	21,19	59,36	13,51	47,02	61,35	68,36	8,11	9,92	9,52	60,44	23,88
» 11	22,09	60,49	14,57	47,93	62,53	68,15	9,44	9,58	9,55	61,25	24,56
» 13	18,96	60,11	14,13	48,59	65,75	69,94					25,02
1863 Aug. 28	16,40	55,10	8,64	41,35	56,58	62.94	4,17	4,78	0,74	55,69	18,64
» 29	16,30	55,34	7,71	41,50	57,02	62,83	3,46	5,12	4,86	55,85	19,00
» 30	17,08	60,92	9,81	41,78	57,64	64,97	3,84	4,62	5,95	57,32	20,39
» 31	19,51	57,25	11,53	43,85	58,59	64,44	6,22	7,93	6,74	55,55	21,16
Sept. 2					55,33	60,44	1,30	2,05	3,41	53,43	16,91
» 4	17,39	56,08	8,79	43,48	57,85	63,67	4,70	4,60	6,25	56,15	19,90
M (18)	18,14	57,09	10,30	43,43	58,66	64,66	5,82	6,37	6,36	57,53	

Bemerkungen.

1861 Nov. 17. L'observation de (2) incertaine. Jusqu'à 69 Aquarii nuages, d'ici images meilleures, à la fin belles.
1861 Déc. 30. (9) faible. 10. Images assez bonnes.
1862 Jan. 2. 2 très faible. 10. Images assez bonnes.
1862 Sept. 1. (6) Nuages, faible. (7) Observation satisfaisante. (8) Faible, incertaine. (9) Faible à travers les nuages. 10. Observations satisfaisantes. Images diffuses. Toutes les étoiles se présentent comme des nébuleuses planétaires de 6″ de diamètre. Les ondulations verticales ne sont pas très fortes. Les étoiles boréales se trouvent dans une aurore boréale.
1862 Sept. 2. Toutes les observations satisfaisantes. Images 1—2.
1862 Sept. 3. Images vers le Sud satisfaisantes, au Nord après le passage de (5) assez mauvaises.
1862 Sept. 4. Vent assez fort. Images au Nord 3, au Sud 2.
1862 Sept. 10. Images 2. Air assez serein et très humide. A la fin nuages légers vers le Nord.
1862 Nov. 18. Bel air. Pendant les observations une aurore boréale se formait, qui éclairait la partie boréale du ciel.
1862 Nov. 19. Nuages légers. L'abaissement du thermomètre était accompagné d'images peu satisfaisantes, plus tard elles étaient meilleures. Parfois brouillards.
1862 Nov. 20. Tout le soir images très mauvaises, diffuses et ondulantes.
1862 Nov. 22. (8), (9) et 8. Le vent éteignit la lampe. Images assez satisfaisantes, mais vent très fort.
1862 Nov. 27. Images 3.
1862 Déc. 1. Observations assez satisfaisantes, excepté lorsque le ciel était couvert de nuages. (4) très faible à cause de nuages.
1862 Déc. 8. Nuit belle et sereine. Images 3.
1862 Déc. 9. Nuit belle et sereine. Images 1—3, petites et tranquilles.
1862 Déc. 13. (6) et 6 très faibles à travers les nuages.
1863 Aug. 28. Images peu satisfaisantes. Vent très fort.
1863 Aug. 29. Images grandes et diffuses. Nuit peu humide, ciel blanchâtre quoiqu'il n'y a pas de nuages. Vent très fort.
1863 Aug. 30. Nuit belle et tranquille, pas humide. Images variables, au Sud meilleures qu'au Nord.
1863 Sept. 2. Nuit humide, images petites et tranquilles.

Sämmtliche Südsterne sind, wie aus der Tafel hervorgeht, an 19 und sämmtliche Nordsterne an 18 Abenden beobachtet worden. Die Mittel der Kreisablesungen für die einzelnen Sterne an diesen Abenden finden sich in der Horizontalreihe unter der Bezeichnung M (19) und M (18) angegeben, und diese wurden angewendet, um die Mittel der einzelnen Tage, an welchen nicht sämmtliche Sterne beobachtet sind, auf die gemeinschaftlichen Mittel A und B (letzte Columne) zu reduciren.

Die Mittel A und B variiren unter anderem auch in Folge der Schwankungen des Nullpunktes des Kreises. Die Differenz

$$C = B - A$$

für die einzelnen Tage ist aber frei vom Nullpunkte, wenigstens insofern man annehmen kann, dass derselbe sich im Laufe von $1^1/_2$ Stunden d. h. also während der Beobachtungszeit proportional der Zeit ändert. C kann

man nun als einen Meridianbogen betrachten, der sich von 74° Süd vom Zenithe bis 76° Nord vom Zenith ausdehnt und es kommt jetzt darauf an, aus den Beobachtungen den noch nicht berücksichtigten Einfluss der Temperatur auf die beobachteten Werthe dieses Bogens zu untersuchen.

Tafel II.

	C	Äusseres Thermometer R.	Thermometer R. in St. Petersburg.	Bar. ½ Engl. Zoll.	Therm. R. am Bar.	Barometer in Mill. bei 0° in St. Petersburg.
	150°36′	—				
1861 Aug. 16	14″,53	+11°,9	+13°,7	592,1	+12°,8	760,2
» 17	13,83	+12,4	+15,2	595,3	+13,6	760,9
» 19	14,74	+10,2	+10,4	594,5	+12,4	761,1
Nov. 17	11,03	—12,9	—15,1	590,1	—10,7	760,0
Dec. 28	17,13	—12,2	— 2,3	594,6	— 9,5	749,3
» 30	14,86	—13,7	— 4,9	595,5	—12,2	756,8
1862 Jan. 2	14,60	—15,9	— 9,5	586,8	—13,0	748,0
» 3	15,53	—14,5	— 4,5	584,0	—13,1	740,6
Aug. 23	14,44	+ 7,9	+15,8	596,2	+10,3	761,3
Sept. 1	12,97	+ 8,0	+11,0	597,2	+ 9,6	765,1
» 2	14,76	+ 7,7	+12,1	598,9	+ 9,1	767,1
» 3	15,92	+ 8,8	+13,9	599,4	+10,2	765,0
» 4	16,18	+ 9,0	+12,8	595,9	+10,6	759,8
» 10	14,72	+ 8,9	+14,5	594,9	+10,8	759,3
Nov. 18	14,26	— 6,9	— 6,4	607,2	— 5,8	780,8
» 19	14,43	— 8,5	— 7,3	608,0	— 6,5	782,1
» 20	13,69	— 8,3	— 4,1	607,7	— 6,0	771,9
» 22	14,13	— 8,2	— 6,9	601,0	— 6,2	775,7
» 27	12,80	—10,0	— 8,5	603,1	— 7,8	775,3
Dec. 1	16,39	—10,9	— 2,7	604,4	— 8,6	775,6
» 8	13,88	—16,3	—15,5	607,0	—14,0	781,2
» 9	13,57	—18,4	—18,4	607,0	—16,6	781,0
» 11	13,69	—18,3	—15,8	602,1	—16,9	774,4
» 13	13,43	—17,4	—13,0	599,5	—14,9	771,0
1863 Aug. 28	16,18	+13,6	+15,1	596,5	+14,6	761,5
» 29	16,72	+14,1	+15,8	597,7	+15,5	762,6
» 30	16,68	+14,1	+13,6	601,0	+15,7	766,1
» 31	17,25	+14,3	+14,7	599,9	+16,0	765,5
Sept. 2	14,52	+13,1	+14,6	595,8	+17,0	760,1
» 4	14,39	+10,3	+10,8	598,0	+11,8	763,8

Bulletin N. S. I (XXXIII) p. 477.

Die Überschriften der Columnen geben die Bedeutung der in denselben enthaltenen Zahlen an.

Herrn Director Wild verdanke ich die meteorologischen Angaben für St.-Petersburg. Leider sind die Thermometer- und Barometerbeobachtungen in St.-Petersburg 1863 Aug. 28 — Sept. 4 zwei Stunden früher gemacht als die in Pulkowa, so dass an diesen Tagen die meteorologischen Beobachtungen nicht gleichzeitig sind.

Die Untersuchung über den wahrscheinlichen Fehler einer Beobachtung ergab, dass derselbe durchschnittlich kleiner als $0''.5$ ist. Demnach sind die wahrscheinlichen Fehler eines der in der Columne A, B (Tafel I) enthaltenen Mittel kleiner als $0''.2$, wenn alle 10 Sterne beobachtet sind, und also der wahrscheinliche Fehler eines C kleiner als $0''.3$, unter der Voraussetzung, dass alle Süd- und Nordsterne berücksichtigt sind.

Indessen sieht man sofort, dass der wahrscheinliche Fehler der C thatsächlich viel grösser ist; zieht man sie nämlich in Gruppen nach möglichst gleichen Temperaturen zusammen, so ergiebt sich ein wahrscheinlicher Fehler von etwa $0''.7$ bis $0''.8$. Es sind also hier Fehlerquellen vorhanden, die an den verschiedenen Abenden verschieden sind und die einzelnen Abende charakterisiren. Aller Wahrscheinlichkeit nach wurzeln diese Fehler in unvollständiger Berücksichtigung der Refractionen, d. h. die Theorie, nach welcher sie berechnet sind, legt nicht Rechenschaft ab für alle in dieser Höhe merkbare Einflüsse auf die Strahlenbrechung. Für den Augenblick gilt es aber nur die Existenz dieser Abweichungen constatirt zu haben; und deswegen habe ich nur die Mittel C untersucht. Es folgt nämlich aus dem eben Gesagten, dass die Combination jedes einzelnen Südsternes mit jedem einzelnen Nordsterne zu ungenauen Resultaten führen könnte, abgesehen davon, dass ein solches Verfahren die hundertfache Arbeit fordern würde. Aus demselben Grunde war es auch nicht gerathen für diejenigen Abende, an welchen sämmtliche Sterne nicht beobachtet sind, geringeres Gewicht einzuführen. Die Beobachtungen 1862 Aug. 21 sind ausgelassen, weil sie so wenig zahlreich sind, dass ein besonderes Gewicht für diesen Tag hätte angenommen werden müssen.

2.

Die Pulkowaer Refractionstafeln sind auf die Temperatur $7^\circ.44$ Réaumur reducirt. Nennen wir R' den von der äusseren Temperatur unabhängigen Theil der Refraction, so wird die Refraction R durch die Formel

$$R = R'\left(\frac{1+7.44m}{1+m\mathfrak{t}}\right)^\lambda$$

ausgedrückt. Für die Reduction der Beobachtungen kommt es nicht so viel

darauf an, den wahren Werth des Dilationscoefficienten m zu kennen, wie denjenigen, welcher die Pulkowaer Beobachtungen am besten befriedigt. Es sei nun $1 + n$ der Factor, mit welchem m multiplicirt werden muss, damit die Beobachtungen möglichst gut dargestellt werden; in der obigen Formel muss dann m durch $m(1 + n)$ ersetzt werden. In dieser Weise werden überhaupt nur die systematischen Unterschiede zwischen den Beobachtungen bei hohen und niedrigen Temperaturen (Sommer und Winter), nicht aber die Abweichungen an den einzelnen Abenden in Betracht gezogen. Für Untersuchung dieser letzteren fehlen genügende Anhaltspunkte und werden höchstens durch die Temperatur- und Barometer-Unterschiede zwischen Pulkowa und St. Petersburg einige Data geliefert. In deutlicher Weise fallen zwar die grössten Abweichungen der C mit den grössten Temperaturdifferenzen dieser beiden Orte zusammen, aber es wäre hier ausserdem mindestens wünschenswerth, auch die meteorologischen Zustände südlich von Pulkowa zu kennen. Wenn die hier mitgetheilten meteorologischen Data auch hinreichend wären, um die Neigungen der Luftschichten und ihren Einfluss auf die Beobachtungen der nördlichen Sterne zu bestimmen, so erübrigte es doch die analogen Einflüsse auf die Beobachtungen der Südsterne zu ermitteln, denn in so grossen Zenithdistanzen wie die, um welche es sich hier handelt, darf man nicht aus den Neigungen der Luftschichten nach Norden hin Schlüsse auf die Neigungen nach Süden hin ziehen. Die Art und Weise, wie wir jetzt die Temperaturdifferenzen zwischen Pulkowa und St. Petersburg, einigermaassen berücksichtigen werden, ist deshalb ganz provisorisch. Dasselbe Verfahren ist von Gyldén in seinem Aufsatze: «Ermittelung der Verbesserungen der Pulkowaer Refractionen, welche von den Angaben des äusseren Thermometers abhängig sind» — angewandt worden, um gewisse Fehler der Thermometerangaben zu berücksichtigen.

Es sei t_1 die Temperatur in St. Petersburg, t die Temperatur in Pulkowa, M ein Mittelwerth von $t_1 - t$ und

$$T = t_1 - t - M,$$

so soll, wenn p eine Constante bedeutet, T folgenderweise eingeführt werden, nämlich:

$$R = R' \left\{ \frac{1 + 7.44\, m(1+n)}{1 + m(1+n)\, t + mpT} \right\}^{\lambda}.$$

Setzen wir nun

$$x = \frac{100\, mn}{1 + 7.44\, m}\,; y = 100\, mp$$

und vernachlässigen höhere Potenzen von n und p als die erste, so ergiebt sich für jeden Beobachtungstag eine Bedingungsgleichung von der Form:

$$ax + by + c = z, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

wo

$$a = \frac{R\lambda}{100} \cdot \frac{7.44 - t}{1 + mt}$$

$$b = -\frac{R\lambda}{100} \cdot \frac{T}{1 + mt}$$

$$c = C - 150^\circ\,36'\,11''{,}00$$

und z eine Constante bedeutet.

Bei der Berechnung der Coefficienten a und b müssen die Refractionen für die Zenithdistanzen A und B um Grössen, die im Maximum sich auf $4''{,}5$ belaufen, corrigirt werden; denn die Mittel A und B entsprechen nicht den Mitteln der Refractionen. Diese Correctionen sind berücksichtigt worden. Was die Ermittelung von T betrifft, so wurde folgenderweise verfahren. Da die wahren Mittelwerthe der Grössen $t_1 - t$ für die hier in Frage kommenden Beobachtungszeiten nicht bekannt sind, so blieb nicht anderes übrig als aus dem geringen hier gegebenen Material die Mittel zu bilden und zwar sind getrennt die Mittel für die Sommer- und Winterbeobachtungen berechnet. Für August — September wurde $M = +2^\circ{,}3$ und für November — Januar $M = +3^\circ{,}8$ angenommen. Es braucht ja nicht besonders betont zu werden, dass diese Zahlen höchstens eine rohe Annäherung der richtigen Mittelwerthe sein können.

Es folgen jetzt die Bedingungsgleichungen:

$$\begin{aligned}
-\ 18{,}4x + \ 2{,}1y - z + 3''{,}53 &= 0\\
-\ 20{,}5x - \ 2{,}1y - z + 2{,}83 &= 0\\
-\ 11{,}5x + \ 9{,}1y - z + 3{,}74 &= 0\\
+\ 106{,}8x + 31{,}5y - z + 0{,}03 &= 0\\
+\ 98{,}9x - 30{,}6y - z + 6{,}13 &= 0\\
+\ 112{,}6x - 26{,}7y - z + 3{,}86 &= 0\\
+\ 128{,}8x - 14{,}3y - z + 3{,}60 &= 0\\
+\ 114{,}7x - 32{,}4y - z + 4{,}53 &= 0\\
-\ 2{,}2x - 24{,}3y - z + 3{,}44 &= 0\\
-\ 2{,}5x - \ 3{,}0y - z + 1{,}97 &= 0\\
-\ 1{,}3x - \ 9{,}2y - z + 3{,}76 &= 0\\
-\ 5{,}7x - 12{,}1y - z + 4{,}92 &= 0\\
-\ 7{,}1x - \ 6{,}4y - z + 5{,}18 &= 0\\
-\ 6{,}5x - 14{,}1y - z + 3{,}72 &= 0\\
+\ 73{,}1x + 16{,}8y - z + 3{,}26 &= 0\\
+\ 82{,}6x + 13{,}5y - z + 3{,}43 &= 0\\
+\ 81{,}5x - \ 2{,}1y - z + 2{,}69 &= 0\\
+\ 77{,}3x + 12{,}8y - z + 3{,}13 &= 0
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
+\ 90{,}6\,x + 12{,}0\,y - z + 1''{,}90 &= 0\\
+\ 94{,}2\,x - 23{,}2\,y - z + 5{,}39 &= 0\\
+\ 132{,}0\,x + 16{,}5\,y - z + 2{,}88 &= 0\\
+\ 147{,}2\,x + 21{,}7\,y - z + 2{,}57 &= 0\\
+\ 145{,}4\,x + 7{,}4\,y - z + 2{,}69 &= 0\\
+\ 138{,}7\,x - 3{,}4\,y - z + 2{,}43 &= 0\\
-\ 25{,}4\,x + 3{,}3\,y - z + 5{,}18 &= 0\\
-\ 27{,}5\,x + 2{,}5\,y - z + 5{,}72 &= 0\\
-\ 27{,}7\,x + 12{,}0\,y - z + 5{,}68 &= 0\\
-\ 28{,}2\,x + 7{,}8\,y - z + 6{,}25 &= 0\\
-\ 23{,}3\,x + 3{,}3\,y - z + 3{,}52 &= 0\\
-\ 12{,}1\,x + 7{,}6\,y - z + 3{,}39 &= 0
\end{aligned}
$$

z wurde zunächst eliminirt in der Weise, dass das Mittel sämmtlicher Gleichungen von jeder einzelnen Gleichung subtrahirt wurde; die resultirenden Gleichungen wurden nach der Methode der kleinsten Quadrate auf folgende Normalgleichungen reducirt:

$$
\begin{aligned}
123876{,}6\,x + 243{,}7\,y - 1049''{,}9 &= 0\\
243{,}7\,x + 7453{,}9\,y - 300{,}8 &= 0.
\end{aligned}
$$

Hieraus ergiebt sich:

$$
\begin{aligned}
x &= +\ 0{,}0084 \pm 0{,}0022\\
y &= +\ 0{,}0401 \pm 0{,}0091,
\end{aligned}
$$

oder:

$$
\begin{aligned}
mn &= +\ 0{,}000087 \pm 0{,}000023\\
p &= +\ 0{,}0887 \pm 0{,}0203.
\end{aligned}
$$

Der Werth von m, welcher den Pulkowaer Refractionstafeln zu Grunde liegt, ist:

$$m = 0{,}0046117.$$

Nach Winnecke's Beobachtungen würde sich also ergeben:

$$m = 0{,}004699 \pm 0{,}000022.$$

Dieser Werth stimmt mit dem von Gyldén aus Beobachtungen von Sternen zwischen 12^h und 24^h abgeleiteten:

$$m = 0{,}004711 \pm 0{,}000028$$

(Observations de Poulkova Bd. V) innerhalb der Grenzen des wahrscheinlichen Fehlers überein.

Bulletin N. S. I (XXXIII) p. 481.

Der Werth von p ist allerdings ebenso wie mn 4 mal grösser als sein wahrscheinlicher Fehler; trotzdem darf hierauf nicht besonderes Gewicht gelegt, oder die Schlussfolgerung gemacht werden, dass mit der Einführung dieser Grösse das Richtige getroffen wäre, um die Temperaturdifferenzen zwischen Pulkowa und St. Petersburg zu berücksichtigen und die grossen Abweichungen der C, welche einzelne Tage charakterisiren, zu erklären. Denn, wie schon bemerkt, kann die Variation der Temperaturdifferenz zwischen St. Petersburg und Pulkowa nur eine der Ursachen sein, und also p schon deswegen höchstens nur eine sehr rohe Annäherung bedeuten, um diese eine Ursache zu berücksichtigen. Wenn dies schon a priori klar ist, so geht es a posteriori hervor, indem wir aus den übrig bleibenden Fehlern den wahrscheinlichen Fehler einer Bedingungsgleichung ermitteln und denselben mit dem schon angegebenen wahrscheinlichen Fehler der C vergleichen. Der wahrscheinliche Fehler einer Bedingungsgleichung ergiebt sich nämlich zu $\pm 0''{,}8$, während der wahrscheinliche Fehler eines C durchschnittlich kleiner als $0''{,}4$ ist.

Die beiden Tage, der 17. November und 28. December 1861, zeichnen sich nicht nur durch die grossen Temperaturdifferenzen zwischen St. Petersburg und Pulkowa aus, sondern auch durch starke Differenzen der Barometerangaben. Diese hätten auch in Rechnung gezogen werden sollen; da wir aber auch in dieser Weise nicht hoffen können zu einer definitiven Antwort kommen zu können, so sind keine hierauf bezügliche Rechnungen vorgenommen.

Es ist nicht ohne Interesse zu erfahren, ob die grossen Abweichungen der C am 17. November und 28. December 1861 wesentlich von den Südsternen oder wesentlich von den Nordsternen abhängen. Betrachten wir zu dem Zwecke die Mittel A (Tafel I), so sehen wir, dass sie vom 16. August 1861 bis zum 3. Januar 1862 mit alleiniger Ausnahme der beiden Tage November 17 und December 28 ziemlich constant gewesen sind. Die Abweichungen an diesen Tagen sind beinahe dieselben wie die Abweichungen der C. Weil nun die Mittel B während derselben Zeit ohne auffallende Ausnahme nahezu constant geblieben sind, so könnte es erscheinen als rührten die Abweichungen von den Beobachtungen der Südsterne her. Indessen müssen die Nullpunkte des Kreises in Rücksicht genommen werden, um nicht auf Fehlschlüsse zu verfallen. Ich stelle hier die im 7. Bande der Observations gegebenen «Corr.» zusammen, welche die Summe der Theilfehler und der Nullpunktscorrectionen bedeuten[1]). Die Theilfehler sind natürlich constant, so dass die Schwankung der Zahlen nur von den Schwankungen des Nullpunktes herrühren.

1) Die Pointirungen sind am Mittelfaden gemacht.

			«Corr.» (69 Aquarii)
1861	August	16	+ 22″,20
	»	17	+ 22,45
	»	19	+ 22,25
	November	17	+ 21,67
	December	28	+ 26,02
	»	30	+ 22,91
1862	Januar	2	+ 19,94
	»	3	+ 23,14

August 16, 17, 19 und November 17 sind die Nullpunkte mittelst der Collimatoren bestimmt, an den übrigen Tagen sind sie aus Beobachtungen von α Andromeda und γ Pegasi abgeleitet. Hiernach scheint es dann als ob die Abweichungen am 17. November wesentlich auf die Südsterne und am 28. wesentlich auf die Nordsterne fielen. Im ersten Falle war die Temperatur in St. Petersburg niedriger, im zweiten höher als in Pulkowa. Einen ähnlichen Fall, obgleich nicht so ausgeprägt, bieten die beiden Tage November 27 und December 1 1862.

Wenn wir also, wie zu erwarten war, kein positives Resultat in Bezug auf die Abweichungen der C an den einzelnen Tagen gewonnen haben, so weist doch die Zusammenstellung des Winnecke'schen Materials darauf hin, dass es wünschenswerth wäre, laufende Meteorologische Beobachtungen nicht nur in Pulkowa selbst, sondern auch in passenden Entfernungen nach Norden und Süden hin, vielleicht am besten in allen vier Cardinalpunkten, anzustellen. Denn erst dann wird es möglich die Neigungen der Luftschichten von gleicher refractiver Kraft zu bestimmen und ihren Einfluss in Rechnung zu ziehen. So wie die Sachlage jetzt ist, muss man sich begnügen Abweichungen von der eben besprochenen Art als zufällige zu betrachten. Man sieht übrigens ein, dass solche Abweichungen, wenn sie nicht beseitigt werden können, stark auf die Genauigkeitsgrenze der Bestimmung von m einwirken müssen.

3.

Die Correction, die wir für m erhalten, scheint wohl nach ihrem wahrscheinlichen Fehler zu urtheilen, Realität zu haben. Ob sie aber auch eine Correction der Dilatation der Luft bedeutet, kann angezweifelt werden. Um dies zu entscheiden, fehlen uns wieder genügende Data. Der Umstand, dass der Unterschied zwischen den Angaben des äusseren und inneren Thermometers im Sommer und im Winter verschieden ist, könnte sogar eine Correction von der Art, wie wir sie gefunden haben, hervorrufen. Indessen dürfen wir

aus den Unterschieden des äusseren und inneren Thermometers, welche aus der Tafel I. hervorgehen, nicht schliessen, dass eben diese Angaben auch für die Unterschiede zwischen der Temperatur der Luftschichten, welche den Meridiankreis umgeben, und der äusseren Luft gelten. Wenn solche Unterschiede existiren, so sind sie gewiss bedeutend geringer. Thermometer in der unmittelbaren Nähe des Meridinankreises scheint Winnecke nicht abgelesen zu haben. Endlich ist es möglich, dass der systematische Unterschied zwischen den Sommer- und Winterbeobachtungen der Entfernung C wesentlich keinen Zusammenhang mit der Refraction hat, sondern sich lediglich auf den Meridiankreis bezieht.

In meinem Mémoire «Über die Herleitung der im achten Bande der Observations de Poulkova enthaltenen Sterncataloge etc.» habe ich bei Gelegenheit der Untersuchung der Biegung des Meridiankreises nachgewiesen, dass die Amplitude der Collimatoren sich proportional der Temperatur ändert. Dieses Resultat nahm ich als von einer mit der Temperatur veränderlichen Biegung herrührend an. Dass ich aber kein besonderes Gewicht auf diese Hypothese gelegt, dürfte aus dem, was ich in meinem Mémoire gesagt habe, hinreichend klar hervorgehen; bei der Prüfung der Biegungsformeln habe ich sogar das Temperaturglied bei Seite gelassen. In der letzten Zeit hat Herr Nyrén Untersuchungen über die Collimatorzapfen vorgenommen, unter anderem auch mit dem Zweck zu entscheiden, ob nicht das Temperaturglied von den Collimatoren selbst herrührt*). Bis Herr Nyrén eine definitive Antwort auf diese Frage geliefert hat, dürfte daher das Folgende nicht ohne Interesse sein. Wenn α die Correction wegen der Veränderung der Biegung für 1° R. bedeutet, so erhalten wir aus den C 30 Gleichungen von der Form:

---

*) In der Abhandlung: «Eine Studie auf dem Gebiete der practischen Astronomie» hat es Herrn Professor Schwarz gefallen, die erwähnte Hypothese als eins der Hauptresultate meiner Untersuchungen zu bezeichnen, und erklärt dieselbe als «unbegründet» nicht «acceptiren» zu wollen. Indem ich die Möglichkeit, dass das erwähnte Temperaturglied von den Collimatoren herrühren kann, durchaus nicht läugnen will, gestatte ich mir nur zu bemerken, dass seine Argumente keine conclusive Kraft in Bezug auf die wirklichen Vorgänge bei den Pulkowaer Collimatoren besitzen.

Herr Schwarz sagt ferner, dass ich mir keine «Rechenschaft» über die Wirkung der Temperatur auf die einzelnen Theile des Instrumentes gegeben habe. Herr Schwarz kann nicht wissen, ob ich dies nicht eben so gut gethan habe, wie er; er kann höchstens wissen, dass ich, im Gegensatz zu ihm, es als vollkommen nutzlos betrachtet habe, den Biegungsausdrücken eine Anzahl Constanten hinzuzufügen, die aus dem gegebenen Material nicht bestimmt werden können.

Was den zweiten Hauptpunkt seiner, gegen mich gerichteten «Studie» betrifft, nämlich, dass ich das «Versehen» begangen habe die Biegungsausdrücke wegen der Entfernung der Collimatoren (0,″1) zu corrigiren, so hat wohl Herr Schwarz übersehen, dass ich selbst und zwar in demselben Mémoire dieses «Versehen» angegeben habe.

Bulletin N. S. I (XXXIII) p. 484.

$$at + c - s = 0$$

zur Bestimmung von a. Nehmen wir nun die Summe von den 15 Gleichungen, in welchen t positiv ist, und subtrahiren davon die Summe der übrigen 15 Gleichungen, so erhalten wir eine Endgleichung von der Form:

$$Ta + M = 0.$$

In dieser Weise ergab sich

$$a = -0''.041$$

mit dem wahrscheinlichen Fehler von $\pm$ 0″,013. Um diese Grösse auf den Horizont zu reduciren wird es genügen mit cos *ec* 75° zu multipliciren, und wir erhalten dann als doppelte Correction wegen der Veränderung der Horizontalbiegung:

$$-0''.042.$$

In der erwähnten Abhandlung erhielt ich aus Winnecke's Beobachtungen 1858—1862 für dieselbe Grösse:

$$-0''.040.$$

Wenn wir aber die C zuerst wegen des schon bestimmten Werthes von y corrigiren, so wird:

$$a = -0''.037 \pm 0''.010$$

und die doppelte Correction wegen der Veränderung der Horizontalbiegung:

$$-0''.038.$$

Ich habe also einmal aus den Collimatorbeobachtungen und dann aus Sternbeobachtungen, bei denen die Collimatoren gar nicht in Betracht kommen, vollkommen übereinstimmende Resultate erhalten. Ist dies ein Spiel des Zufalles oder ist es eine Bestätigung dessen, dass die Biegung von der Temperatur abhängig ist? Eine entscheidende Antwort kann nur ein sorgfältiges Studium der Biegung oder der Collimatoren geben. Ich habe versucht das in der Tafel I gegebene Material so zu behandeln, dass sich ein Schluss ziehen liesse, ob die Grösse $\frac{x}{2}$ sich proportional der Tangente der Zenithdistanz ändert, habe aber auf diese Frage eine negative Antwort bekommen. Grund dazu könnten die geringen Unterschiede der Zenithdistanzen der einzelnen Sterne sein.

Betrachten wir nun die erhaltene Correction, sei es dass sie eine Correction der Refraction wegen Temperatur oder eine Correction wegen veränderlicher Biegung bedeutet, vom practischen Gesichtspunkte aus, so lässt es sich nicht verhehlen, dass sie für die im 8-ten Bande enthaltenen

Bulletin N. S. I (XXXIII) p. 485.

Cataloge belanglos ist. Denn wenn diese Correction aus den Endresultaten auch nicht vollständig eliminirt ist, so dürfte sie eher den Charakter eines zufälligen als systematischen Fehlers haben. Wenn sie aber systematischen Charakters ist, so ist sie sicher eine kleinere Grösse höherer Ordnung als andere nicht eliminirte systematische Fehler. Immerhin hat aber die Frage soviel theoretisches Interesse, dass es gewiss der Mühe werth wäre, sie definitiv beantworten zu können.

MÉLANGES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

TIRÉS DU

BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG.

TOME VII.

Sur la loi de réciprocité des résidus quadratiques. Par Edouard Lucas. (Lu le 10 avril 1890.)

On peut déduire immédiatement du criterium de Gauss une démonstration de la loi de réciprocité qui nous paraît la plus simple de toutes celles qui ont été données jusqu'à présent. Soit p un nombre impair et premier, $p = 2h + 1$, et q un entier positif premier à p. Le nombre μ des restes minimums et négatifs des termes

$$q,\ 2q,\ 3q,\ \ldots,\ hq$$

divisés par p, est égal au nombre des restes positifs compris entre $\frac{1}{2}p$ et p. Désignons par λ_n le nombre des termes de la suite (1) qui sont $< \frac{1}{2}np$; on aura évidemment

$$\lambda_n = E\frac{np}{2q},$$

et aussi

$$\mu = -\lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_3 + \ldots + \lambda_t,$$

t étant le plus grand nombre pair qui ne surpasse pas q.

Pour $q = p-1$, $q = 2$, $q = 3$, $q = 5$, ..., on trouve immédiatement les propriétés quadratiques des nombres -1, 2, 3, 5. Mais supposons, de plus, q impair et premier; alors $t = q-1$; pour calculer le reste de μ par 2, on peut prendre les termes de μ avec un signe quelconque. Posons

$$np = 2q\,\lambda_n + r,$$
$$(q-n)p = 2q\,\lambda_{q-n} + r',$$

r et r' étant compris entre 0 et $2q$. Par addition

$$pq = (\lambda_n + \lambda_{q-n})\,2q + r + r';$$

donc $r + r'$, impair et divisible par q est égal à q ou à $3q$. Dans le premier cas, r et r' sont tous deux $<q$; dans le second, r et r' sont tous deux $>q$. On a donc

$$\frac{p-1}{2} = \lambda_n + \lambda_{q-n} + (0 \text{ ou } 1).$$

Faisons la somme de ces égalités, en désignant par ν le nombre des 1, on aura

$$\frac{p-1}{2}\,\frac{q-1}{2} \equiv \mu + \nu. \qquad \text{(mod. 2)}.$$

Mais ν est égal au nombre des restes $>q$ de la division de

$$2p,\ 4p,\ \ldots,\ (q-1)p,$$

par $2q$; c'est-à-dire des restes minimums négatifs de

$$p,\ 2p,\ \ldots,\ \frac{q-1}{2}\,p,$$

divisés par q. Donc ν est ce que devient μ quand on échange les lettres p et q. Par conséquent, avec le symbole de Legendre

$$\left(\frac{q}{p}\right)\left(\frac{p}{q}\right) = (-1)^{\mu+\nu} = (-1)^{\frac{p-1}{2}\,\frac{q-1}{2}}.$$

C. q. f. d.

On peut appliquer cette méthode à la démonstration de la loi de réciprocité généralisée par Jacobi. Mais il faut alors donner au théorème de Fermat généralisé par Euler un énoncé qui est de beaucoup préférable dans l'application: *Six* est premier à un nombre $n = ABC\ldots$, en désignant par $A, B, C, \ldots$ des puissances de nombres premiers différents, et par φ le plus petit multiple commun des indicateurs

$$\varphi(A),\ \varphi(B),\ \varphi(C),\ \ldots,$$

on a la congruence

$$x^{\varphi} \equiv 1, \qquad \text{(mod. } n\text{)}.$$

Mais lorsque n est un multiple de 8, on doit remplacer φ par $\frac{1}{2}\varphi$, pour la puissance de 2 correspondante.

Pour adapter le théorème précédent à un nombre quelconque x, premier ou non, au module n, il suffit de multiplier les deux membres de la congruence précédente par x^{σ}, en désignant par σ le plus petit exposant des facteurs premiers contenus dans le module n. D'ailleurs $\varphi + \sigma$ est toujours plus petit que le module.

Les deux améliorations apportées au théorème de Fermat généralisé par Euler permettent de simplifier la théorie des congruences de module quelconque et de généraliser celle des racines primitives.

Bulletin N. S. I (XXIII) p. 496.

MÉLANGES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

TIRÉS DU

BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG.

TOME VII.

Sur les phénomènes extraordinaires présentés par la grande comète de 1882. Par Th. Bredichin. (Lu le 11 septembre 1890).

(Avec une planche.)

La grande comète de 1882 a présenté plusieurs phénomènes très importants pour la théorie des formes cométaires: nous parlons de ces nuages séparés dans la queue, du tuyau dirigé de la tête vers le Soleil (Tempel, Schmidt, Gill), des parois d'un autre tuyau, beaucoup plus large, observés par Schmidt et Landreth, etc.

J'ai donné l'explication du tuyau intérieur en le regardant comme une queue anomale[1]). La même explication pourrait être appliquée au grand tuyau extérieur, mais quantitativement elle serait moins facile. Les deux tuyaux se présentaient tout à fait séparés l'un de l'autre et tronqués vers le Soleil. On les voit ainsi sur les dessins de Schmidt et de Landreth[2]).

A présent l'explication put devenir complète: dans le dernier temps, — 7 ans après l'apparition de la comète, — sont publiées les précieuses observations de M. Schiaparelli[3]), répétées plusieurs fois entre le 19 octobre et le 20 novembre de 1882.

Ces observations nous montrent clairement que le grand tuyau extérieur n'était autre chose qu'un conoïde creux, dans l'intérieur duquel se trouvait le petit tuyau s'étendant de la comète jusqu'au sommet du grand conoïde, où ils se soudaient l'un à l'autre.

Les descriptions faites par Tempel, Gill et Schmidt font croire que le tuyau intérieur était aussi un conoïde creux, dont le sommet se cachait dans l'épaisseur du grand conoïde extérieur.

Pour mieux comprendre la position relative de la queue principale et de ses deux appendices, reproduisons le croquis de M. Schiaparelli fait le 9 novembre (planche, fig. 2) et citons ses descriptions qu'on trouve dans les Astronomische Nachrichten, № 2966[4]).

---

1) Annales de l'Observatoire de Moscou; IX, 2, pg. 72.

2) Astronomische Nachrichten, № 2478; ibidem B. 105.

3) Astron. Nachr., № 2966.

4) ... la cometa, dit M. Schiaparelli, è di dimensioni apparenti affatto straordinarie e tutta la configurazione è tanto strana, che non si potrebbe credere, se le cose dette non fossero

La comète proprement dite est *mq*, son noyau est en *m*. Puis il y a la bande *mn*, le tuyau de Schmidt, large près de 40′ et longue de 2° jusqu'à l'arc ou enveloppe parabolique extérieure qui est tellement faible, qu'il est impossible de trouver son contour extérieur.

Le long de la courbe pointillée l'auréole parabolique a le maximum d'intensité; les espaces *y* et *y′* sont obscurs ou au moins plus obscurs que le reste.

Quelquefois on croit remarquer des bandes obscures voisines et parallèles aux bandes *yy′*, mais tellement incertaines qu'il est impossible de les esquisser.

La zone *mnB* est plus estompée et faible le long de *mn* et plus précise le long de *AB*; elle n'est pas symétrique: *AB* sort en dehors de la comète *mq* et forme le bord plus faible de sa queue. Dans la partie *sA* la bande a une lumière un peu plus dense que dans la partie *sB*.

La partie *sA*, envisagée superficiellement, forme la partie plus rare de la queue; pourtant rien n'indique la séparation en *s*, et l'espace plus clair *sA* passe dans le moins clair *AB* par gradation insensible. Ainsi le bord plus clair de la queue commence en *m*, tandis que le bord moins clair commence en *B*. Mais ces deux bords et les aires adjacentes ne sont pas divisés par une ligne nette *mw*; plus loin on va du noyau, plus la gradation est lente; c'est plutôt près du noyau, en voisinage de *s*, que la séparation est précise.

Cette différence de clarté, indiquée ainsi par M. Schiaparelli, donne à penser que près du noyau de la comète se trouvait l'endroit, où se confondaient deux courants de matière, l'un qui venait du sommet de la grande parabole, et l'autre qui sortait du noyau de la comète proprement dite et formait la partie plus faible de sa queue.

Le sommet de la parabole *fn* est clair comme *sB*, mais il est plus faible de côté et d'autre. Tout l'appendice *sB* et la parabole ont la lumière très faible, et si le ciel n'était pas très serein, on n'aurait pu rien voir. Au contraire les espaces *y y′* ressortent très bien avec leur obscurité.

AB est presque parallèle a *sw*; *mn* fait un angle avec *mt*.

Le vide *y* est large près de 1°,5 et *y′* seulement de 40′. Ce dernier est moins obscur et plus difficile à constater. Tous les deux courent le long de la queue: *y* est visible (le 9 novembre) jusqu'à 14° du noyau; *y′* se distingue encore certainement à 6° du noyau et va encore plus loin, mais on ne sait pas où il finit.

---

visibili con tutta l'immaginabile evidenza e confermate dal signor Fornioni che ne è ugualmente spettatore.

Bullettin N. S. II (XXXIV) p. 88.

L'intensité de la grande auréole parabolique en n est presque la même que dans la zone mn; à la distance de 5° du noyau elle est déjà moindre; plus loin du noyau l'auréole aboutit à se confondre avec la queue proprement dite et le maximum de son intensité n'y est plus discernable.

Au delà du maximum de la lumière de la parabole on ne peut pas voir où la comète finit; il est certain que la partie de l'auréole qui se trouve au dehors de la courbe de maximum est plus large de sa partie qui est au dedans [5]).

La courbe de maximum (courbe pointillée) se prolonge parallèlement aux bords de la comète mt et BA, et comme ceux-ci sont divergents — l'arc parabolique est divergent lui-même.

Toute la bande entre w et A, — la partie plus rare de la queue, — parait uniforme dans chaque section transversale; mais près de l'étoile *Lalande* 18189 il semble que vers le bord la lumière soit un peu plus intense. Dans cet endroit la section de la lumière est représentée par la fig. 3.

Le 20 novembre, M. Schiaparelli fait la note importante, qu'en général les formes de la comète ont eu une grande persistance durant tout le temps antérieur d'observations.

D'après ces descriptions de M. Schiaparelli on vient à l'idée que l'auréole extérieure parabolique embrassait la queue de la comète sous la forme d'une gaîne. La figure de la queue construite d'après les observations à l'aide d'étoiles [6]) se trouve reproduite sur notre planche, fig. 1. La courbe pointillée présente le maximum de lueur de cette gaîne, de ce conoïde extérieur.

Le conoïde creux pris à part peut être considéré comme une queue secondaire dont la comète n'est pas discernable et se trouve dans l'espace Bnf (fig. 2). Le tuyau mn, dont le creux intérieur a été bien remarqué par Schmidt et clairement esquissé par Tempel [7]), forme un autre conoïde ayant la même origine, le même noyau entre B, n et f. La forme parabolique de son contour est très nette sur les photographies de M. Gill.

Les courbes médianes du conoïde extérieur et du tuyau d'un côté et de la queue proprement dite d'autre côté, divergent un peu l'une de l'autre vers leurs noyaux respectifs. De là vient que les espaces obscurs y et y' ne sont pas égaux, et y est beaucoup plus large.

---

5) L'esquisse de la comète faite par M. Willis, le 19 octobre (Monthly Notices, vol. XLIV, № 3, pg. 86), dans quelques uns de ses traits ne jure pas avec la vraie figure de la comète.

6) Annales de l'Obs. de Moscou; IX, 2, pgg. 61—63, fig. 4.

7) Ibidem; planche, fig. 2.

Guidé seulement par l'apparence, Schmidt hasarda l'opinion suivante[8]). «Eine Beobachtung Schiaparelli's (mir damals brieflich mitgetheilt) wird später wohl zu erklären vermögen wie diese Erscheinung aufzufassen sein möchte. Mir scheint es, dass sich im Perihele eine grossartige und plötzliche Ausströmung bildete, eine wahre Katastrophe, der zufolge der äussere Comet entstand und an dem wir nur die Reste bis DD' (les parois du conoïde extérieur près de la tête), vielleicht auch das Nebelrohr erkennen».

Cette opinion n'est pas confirmée chez lui ni par le calcul, ni par un examen attentif du phénomène, pourtant Schmidt tomba ici sur une idée vraie, au moins en partie. Nous allons voir bientôt que ce n'est pas le reste d'une comète, mais toute une comète secondaire, ayant les queues séparées de deux types, II et III. La queue du II type forme le conoïde extérieur et celle du III type se présente sous la forme du tuyau intérieur. Le noyau y pouvait être remplacé par un amas de météores produit par l'éruption qui a eu lieu bientôt après le passage au périhélie. Notons bien que le noyau de la comète principale s'est divisé lui-même en plusieurs corps séparés. M. Schiaparelli fait les notes suivantes par rapport à ce noyau: «ott. 19. Non si vede alcun nucleo, ma solo una masse confusa, eterogenea. La luce di questo apparente nucleo è eterogenea, non si distingue il nucleo vero». «Nov. 9. Nucleo oblungo, ellittico, di struttura fioccosa, sfumatissimo nel contorno» etc.

Notre noyau secondaire a dû se trouver dans la partie plus claire du conoïde extérieur, près du bout du tuyau intérieur et par conséquent sa distance du noyau principal se mesure par la longueur de ce tuyau mn.

Les mesures de la longueur du tuyau intérieur qui équivalent approximativement à la distance relative du noyau de la comète génératrice et de celui de la comète dérivée, sont tellement grossières qu'il ne serait pas favorable de calculer, à l'aide de trois positions relatives données, l'orbite de la nouvelle comète; nous préférons la marche suivante.

L'étude des deux nuages de Schmidt nous a donné[9]) pour la moyenne arithmétique des temps de leur origine M = sept. 17.93550. Les deux éruptions violentes consécutives ont eu lieu vers cette époque.

Pour ce temps l'orbite génératrice a un point commun avec l'orbite de la comète engendrée.

La moyenne arithmétique de deux positions du bout du tuyau, le 9 et le 15 novembre, — qui sont assez proches par le temps, — nous donne un autre point sur l'orbite dérivée. A l'aide des deux rayons vecteurs de ces

8) Astron. Nachr. № 2478.

9) Annales de l'Obs. de Moscou; deuxième série, vol. I, livr. 1, pg. 44—45.

deux points et de la différence de leurs anomalies il est possible de calculer l'orbite de la comète engendrée par l'éruption. Cette orbite nous servira à calculer la position de la nouvelle queue et nous fournira aussi la valeur du choc qui a produit la seconde comète.

Pour la comète génératrice nous pouvons nous contenter parfaitement des éléments paraboliques de M. Chandler[10]):

I.

T = sept. 17.22013 t. m. Green.

$$\left.\begin{aligned} \Omega - \pi &= 69°28'46''4 \\ \Omega &= 345\ 53\ 40\ 4 \\ i &= 141\ 55\ 15\ 0 \end{aligned}\right\} \text{éq. m. } 1882{,}0$$
$$\lg q = 7.8915778$$

L'axe de la queue à son commencement, c'est à dire non loin de la tête, en octobre et en novembre faisait un angle de 7° avec le prolongement du rayon vecteur; la direction du tuyau, d'après tous les croquis et les photographies connus, formait un angle de 3° à peu près avec l'axe de la queue. Ainsi son angle avec le rayon vecteur est 10°. La longueur et la largeur du tuyau, selon M. Schiaparelli sont (pour le temps moyen de Greenwich):

		Long.	Larg.
Oct.	19.66667	2°, 2	53′
Nov.	9.65417	2, 0	40
»	10.64723	—	60
»	15.65625	3,25	—

Pour exprimer ces valeurs et les autres mesures en unités de la distance Terre-Soleil, on a les données suivantes (pour les mêmes moments), où r est le rayon vecteur de la comète principale, ρ — la distance Terre-Comète et J — l'angle du rayon visuel avec le commencement de la queue:

		$\lg r$	$\lg \rho$	J
Oct.	19	0.04589	0.14717	142° 0′,7
Nov.	9	0.19117	0.17257	148 40,7
»	10	0 19640	0.17287	149 0,0
»	15	0.22214	0.17433	150 38,9

En ajoutant 3° on trouve J pour le tuyau. Avec les données numériques précédentes on obtient les valeurs suivantes pour la longueur et la largeur du tuyau:

10) Astron. Nachr. № 2470.

	Long.	Larg.
Oct. 19	0.08912	0.02160
Nov. 9	0.10290	0.01731
» 10	—	0.02597
» 15	0.17138	—

Pour les dimensions du conoïde extérieur et d'autres parties de la comète on a les taxations suivantes qu'en accolades j'exprime en unités de la distance Terre-Soleil.

Le 19 octobre la largeur ST est de 6° (0,1475) à la distance de 5° (0,2247) du noyau de la comète. Le croquis nous fournit grossièrement pour la distance ε entre n et f 0,3 de la longueur du tuyau (0,0267).

Le 9 novembre, la largeur de la queue principale tA à la distance de 4° (0,2261) de la tête est 2° (0,0520); pour ε le croquis nous donne grossièrement 0,6 de la longueur du tuyau (0,0617).

Le 10 novembre, la largeur ST dans la section passant par le noyau m est 3° (0,0780); à la distance de 4°,5 (0,2618) du noyau la largeur tA est 2° (0,0520).

Au dehors de la courbe ST (courbe de maximum de la lumière) la comète n'est pas encore finie et sa largeur aa (fig. 1) à 4°,5 du noyau (0,2618) a plus de 10° (0,2625).

Plaçons pour la courbe SfT l'origine des coordonnées en f et prenons l'axe de cette courbe pour l'axe des coordonnées x' et la droite perpendiculaire à celle-ci pour l'axe de y'.

Pour de 19 octobre on aura alors $x' = 0{,}3405$ et $y' = 0{,}0738$; avec l'origine placée au bout du tuyau $mB - x = 0{,}3138$, y restant le même que y'.

Le 10 novembre (et certainement aussi pour le 9 novembre) pour les limites visibles du conoïde, avec l'origine en f on a $x' = 0{,}4264$; $y' = 0{,}1313$.

En considérant le tuyau de Schmidt aussi comme un conoïde, on a, avec l'origine des coordonnées à son sommet, pour le 19 octobre $x = 0{,}0891$ et $y = 0{,}0108$, où x est la longueur totale du tuyau. Nous reviendrons bientôt à ces coordonnées.

La longueur des espaces obscurs y et y' est taxé par M. Schiaparelli comme il suit: le 9 novembre, $y = 14°$, y' au moins 6°; le 10 novembre y va jusqu'à la fin de la queue; y' ne se discerne que jusqu'à sa moitié; le 15 novembre, y va jusqu'à la fin de la queue, y' cesse d'être visible à la distance de 12° du noyau, c'est à dire à 2 tiers de la queue; le 17 novembre, $y = 15°$, $y' = 12°$; le 20 novembre, $y = 16°$, $y' = 12°$. A ces distances la nébulosité du conoïde extérieur se confond avec celle de la queue.

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 42.

Calculons maintenant l'orbite de la comète dérivée. La valeur moyenne de ses distances mn du 9 et du 15 novembre est 0,1371 et le temps correspondant — novembre 12.65521: le rayon vecteur du noyau générateur pour ce temps est $\lg r = 0.2070716$ et son anomalie $v = 172°1'28''3$. Le triangle entre le Soleil et les deux noyaux nous donne le rayon vecteur du noyau dérivé $\lg r = 0.1691001$ et l'angle entre r et r' $0°55'28''0$, d'où l'angle entre cet r' et l'axe de la parabole génératrice est $172°56'56''3$.

Pour le moment d'éruption M = Sept. 17.93550 on a $\lg r = 8.9081552$ et $v = 143°51'5''3$. Avec les rayons vecteurs donnés tout à l'heure et la différence des anomalies $29°5'51''0$ il est facile de calculer les éléments de l'orbite cherchée, dans l'hypothèse qu'elle se trouve dans le même plan avec l'orbite génératrice. On obtient:

II.

T = Sept. 17.21562

$$\begin{aligned} \Omega - \pi &= 69°\ 2'\ 38''7 \\ \Omega &= 345\ 53\ 40,4 \\ i &= 141\ 55\ 15,0 \\ \lg a &= 0{,}303941 \\ \lg q &= 7{,}889397 \\ \lg e &= 9{,}998325 \\ \mu &= 1241''88 \end{aligned}$$

Temps de révolution = 2.857 ans.

Pour calculer la valeur du choc qui a produit la nouvelle comète, — ou plutôt la valeur de la vitesse initiale, l'intensité de l'impulsion même devant être beaucoup plus grande, — supposons que ce choc coïncide avec le rayon vecteur, c'est à dire $J = 0$, et alors on aura[11]):

$$j \cdot \cos\beta = \frac{H^2 - H_1^2}{2H} + \frac{j^2}{2H},$$

où β est l'angle du rayon vecteur avec la tangente à l'orbite génératrice; H et H_1 sont les vitesses orbitales;

$$H^2 - H_1^2 = \frac{1}{a}.$$

Après quelques épreuves on obtient la valeur exacte de la vitesse initiale

$$j = 0.05339.$$

11) Annales de l'Obs. de Moscou. Deuxième série, vol. II, pg. 6.

Cette vitesse est très modique, — elle correspond à 1500 mètres par seconde.

Il s'agit maintenant de trouver les valeurs de la force $1-\mu$, de la vitesse initiale g et de son angle avec le rayon vecteur G, à l'aide desquelles on pourrait construire le grand conoïde extérieur et le petit tuyau ou conoïde intérieur.

Le conoïde extérieur doit satisfaire à trois conditions:

1) Sa longueur doit égaler celle de la queue principale;

2) Sa direction doit coïncider avec celle de la queue. Ces deux conditions indiquent la valeur de $1-\mu$...

3) Par sa largeur il doit embrasser la queue principale en se confondant avec ses bords près de son extrémité. Cette condition sert à choisir la vitesse initiale g et l'angle G.

Mes épreuves préalables dans toutes les directions m'ont montré que le conoïde extérieur appartient au II type et que pour lui la constante $1-\mu$ est à peu près égale à 1. Avec cette valeur j'ai pu faire des conclusions plausibles par rapport à g et G.

Après cela il m'est devenu clair que le conoïde intérieur qui se sonde à la partie postérieure de la queue principale et se confond avec elle, n'est autre chose que la queue du III type de la comète dérivée. Il est très remarquable que les vitesses initiales d'émission dans la nouvelle comète, ou dans cet amas de météores, doivent être admises considérablement plus grandes qu'à l'ordinaire et que dans la comète principale, surtout vers le temps de la catastrophe. Peut-être qu'à la suite de l'explosion, la partie détachée du noyau de la comète a été brisée en petits corpuscules sur lesquels l'action du Soleil était plus énergique. Pourtant nous devons nous contenter de la construction mécanique du phénomène en laissant de côté sa partie physico-chimique.

Pour trouver la vitesse g nous n'avons qu'à employer la formule approximative

$$g^2 \cdot r^2 = 2(1-\mu)\varepsilon \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

En octobre et en novembre la comète reculait du Soleil presque en ligne droite, et cette circonstance rend la formule moins défectueuse. Les taxations grossières nous ont donné plus haut deux valeurs de ε avec lesquelles et avec $1-\mu=1$ on a pour le 19 octobre $g=0.208$ et pour le 9 novembre $g=0.226$, d'où en moyenne arithmétique

$$g=0.217.$$

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 44.

Pour trouver l'angle limite G on peut employer la formule connue

$$x = -y \cdot \operatorname{cotg} G + (1-\mu) y^2 : 2r^2 g^2 \sin^2 G, \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

où l'origine des coordonnées se trouve dans le noyau de la nouvelle comète. A l'aide de cette formule on a pour le 19 octobre, avec $1-\mu = 1$

$$0{,}3138 = -0{,}0738 \cdot \operatorname{cotg} G + (0{,}0738)^2 : 2 \cdot r^2 g^2 \sin^2 G.$$

Avec $g = 0{,}217$ on obtient par des approches successives l'angle limite

$$G = 16°51';$$

donc l'ouverture de la partie plus dense du cône d'émission était 33°7. Mais une faible lueur était visible toujours au dehors de la courbe de maximum, le 10 novembre, par ex., jusqu'à là courbe aa (fig. 1), pour laquelle on a $x = 0{,}3647$ et $y = 0{,}1313$. Pour ces valeurs on obtient l'angle limite du cône d'émission $G = 18°1$.

Pour la parabole limite correspondante à toutes les valeurs de G, on transporte l'origine des coordonnées dans le point f et alors pour le 9 novembre $x' = 0{,}4264$, et la formule

$$y'^2 = 4qx',$$

où $q = \varepsilon$, nous donne $y' = 0{,}3245$. Cette parabole limite bb est portée sur notre planche (fig. 1). La largeur de cette parabole, pour $x' = 0{,}4264$ correspondrait à 24°6.

On comprend ainsi pourquoi une lueur pouvait se prolonger beaucoup au delà de la courbe (pointillée) de maximum: autour de la partie plus dense du cône d'émission se trouvait évidemment une partie extérieure plus faible d'une étendue angulaire indéterminable.

D'autres espaces obscurs soupçonnés par M. Schiaparelli le 9 novembre et le 17 novembre, par ex., au dehors de la courbe de maximum donnent à supposer l'existence des valeurs de $1-\mu$ qui surpassent 1; mais ici le calcul n'a pas des données suffisantes.

Pour le conoïde intérieur nous n'avons aucune valeur de ε; on peut en avoir quelque idée de la manière suivante. Cet appendice appartenait évidemment au III type, donc pour lui il faut adopter approximativement la valeur de $1-\mu = 0{,}3$, comme pour la partie postérieure de la queue principale[12]). On peut admettre de plus que pour lui l'angle limite G est le même que pour le conoïde extérieur, c'est à dire 16°51'.

---

12) Annales de l'Obs. de Moscou; IX, 2, pgg. 66—68 et planche, fig. 4.

Le 19 octobre la longueur du tuyau est $x = 0{,}0891$ et y est égal à 0,5 de sa largeur, c'est à dire $y = 0{,}0108$. Avec ces données et à l'aide de la formule (2) on obtient $g = 0{,}037$, et avec ce g la formule (1) nous donne

$$\varepsilon = 0{,}003.$$

Le sommet du petit conoïde se trouve donc plongé dans la couche plus large qui forme le sommet du grand conoïde extérieur, où $\varepsilon = 0{,}062$.

Pour vérifier maintenant l'admission de $1 - \mu = 1$ pour le conoïde extérieur, calculons la position des particules au bout de ce conoïde, c'est à dire des particules qui sont sorties avant toutes les autres, lors de la formation de la nouvelle comète, ou le 17.9355 septembre. Nous avons dit plus haut à quelles conditions doivent être assujetties la longueur, la direction et la largeur du conoïde.

Pour nos calculs nous avons les formules suivantes:

$$H_1^2 = H^2 + g^2 - 2Hg \cdot \cos(\beta - G), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

où G est positif en arrière du rayon vecteur;

$$\sin\gamma = g \cdot \sin(\beta - G) : H_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

$$\beta' = \beta + \gamma \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

β est l'angle du rayon vecteur avec la tangente au moment d'émission. Pour $1 - \mu = 1$:

$$l = (M' - M) \cdot K \cdot H_1, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

où M est le moment d'émission et M' celui d'observation; $\log k = 8.2355814 - 10$

$$R^2 = r^2 + l^2 - 2lr \cdot \cos(180 - \beta') \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

$$\sin(R, r) = \sin\beta' \cdot l : R \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

$$V = v + (R, r), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

où R est le rayon vecteur de la particule au moment M'; r — le rayon vecteur de la comète dérivée et v son anomalie au moment M. Enfin, si r' est le rayon vecteur de la comète génératrice et v' son anomalie pour le temps M', on a

$$\Delta^2 = R^2 + r'^2 - 2Rr' \cdot \cos(v' - V) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

$$\sin\varphi = R \cdot \sin(v' - V) : \Delta, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

où Δ et φ sont les coordonnées polaires de la particule, pour le temps M', dont l'origine est le noyau de la comète génératrice; φ est l'angle de Δ avec le rayon vecteur prolongé r' pris pour l'axe de ξ (fig. 1).

Dans l'orbite elliptique II de la comète dérivée on a, pour $M =$ sept. 17,9355, lg $r = 8{,}9081552$ et $v = 144°17'13''{,}4$, d'où l'on calcule $\beta = 18°11'58''{,}9$. Puis, avec $g = 0{,}217$ on a:

	Bord antér.		Bord postér.
G	$-$ 16° 51′		$+$ 16° 51′
lg R	0,6414		0,6377
V	163° 12′		161° 47′
M'		nov. 9,6541	
lg r'		0,1912	
v'		171° 53′	
lg Δ	0,4554		0,4513
φ	13° 23′		15° 38′

En comparant ces coordonnées à celles de la queue principale (fig. 1), on voit que la position et la longueur du conoïde sont très satisfaisantes, mais la largeur du conoïde, égale à 2°,2 est trop petite. Par conséquent la vitesse admise $g = 0{,}217$ et l'angle limite $G = \mp 16°{,}8$ sont trop petits pour le bout de notre conoïde.

Pour la même vitesse g, mais avec $G = \mp 60°$ on obtient pour le bord antérieur lg $\Delta = 0{,}4728$ et $\varphi = 11°40'$, et pour le bord postérieur lg $\Delta = 0{,}4614$ et $\varphi = 18°10'$.

La longueur et la position sont de nouveau satisfaisantes, mais la largeur 6°,5 est encore trop petite, et sans une augmentation de la vitesse g on ne parvient pas à élargir suffisamment le conoïde.

Après quelques épreuves, j'ai trouvé qu'on a le meilleur système de g et G quand on pose $g = 0{,}4$ et $G = \mp 60°$ [13]).

Alors on obtient:

	Bord ant.	Bord post.
lg H_1	0,68617	0,66560
β'	22°49′,6	14°53′,9
lg l	0,64371	0,62314
lg R	0,65102	0,63116
V	166°16′,6	158°28′,3
lg Δ	0,46771	0,44558
φ	8°33′,5	20°49′,2
lg η	9,64039	9,99634

13) Il ne faut pas aller plus loin avec G, car on ne doit pas perdre de vue la matière au dehors de la courbe de maximum.

Les positions de ces particules sont portées sur notre planche et on les trouve dans les points C et D (fig. 1). L'axe du conoïde correspondant à $1-\mu=1$ et $G=0$ est indiqué par la lettre E.

Pour les particules émises plus tard, par ex. le 19.300 septembre, avec $g=0{,}4$ et $G=\mp 60^\circ$ on trouve déjà le conoïde, vers la moitié de sa longueur, un peu trop large et on doit prendre $g=0{,}3$ et $G=\mp 43^\circ$. Cela montre que la vitesse initiale g et l'angle G diminuaient avec le temps. A mesure que la nouvelle comète, ou l'amas de météores, s'éloignait du Soleil, la vitesse g diminuait et l'angle G se rétrécissait, mais, — ce qui est important, — la constante de la force répulsive restait invariable.

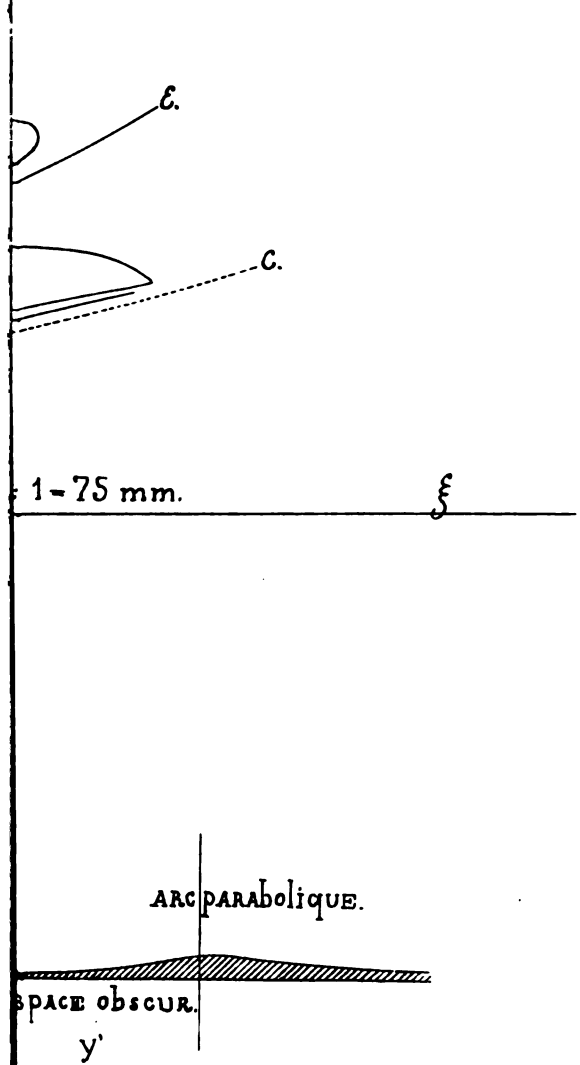
Quant au petit conoïde intérieur, — il n'exige plus aucun calcul par rapport à la force: il se dirige exactement dans la branche du III type de la queue principale, et par la partie prépondérante de son étendue il se confond avec cette branche à n'y être plus reconnaissable; donc on a pour lui la même force.

L'explication, ou plutôt la construction des phénomènes extraordinaires présentés par la grande comète de 1882, exposée ci-dessus, est parfaitement plausible sous tous les rapports[14]), tant plus qu'elle n'ajoute aucun nouveau facteur à ceux que nous avons toujours employés dans nos études des phénomènes cométaires.

J'ai fait remarquer plusieurs fois dans mes recherches sur les comètes que la vitesse initiale parait être variable avec le rayon vecteur. Dans le cas présent sa variation est évidente et le rayon vecteur a subi un changement énorme durant la visibilité de la comète. Malgré cette variation de la vitesse, il reste toujours impossible d'indiquer la forme de sa dépendance du changement dans le rayon vecteur. Cette fonction doit être très compliquée par plusieurs circonstances physico-chimiques; dans la queue principale nous n'avons pas trouvé un pareil changement de la vitesse initiale.

---

14) La force $1-\mu=1$ pourrait être, non sans avantage, augmentée d'une petite fraction.



Imcino. Почтамтская ул., 13.

MÉLANGES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

TIRÉS DU

BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG.

TOME VII.

Sur deux lois nouvelles dans la mécanique céleste. Par H. Struve. (Lu le 11 septembre 1890).

De la discussion de mes observations des satellites de Saturne, faites avec le grand réfracteur de 30 pouces, sur lesquelles j'ai déjà donné il y a quelque temps une petite communication, on pouvait déduire encore quelques résultats dignes d'être relevés, parmi lesquels il faut signaler deux relations, ayant lieu entre les satellites Mimas et Tethys d'une part, Encelade et Dione d'autre part, qui sont d'une grande importance pour la théorie du système de Saturne et qui du reste comme lois remarquables de la mécanique céleste pourraient avoir un intérêt général.

Il est connu que les périodes de ces satellites, dans chaque couple, se trouvent dans des rapports presque commensurables, c'est à dire que les temps des révolutions de Tethys et de Dione sont à peu près les doubles des temps des révolutions de Mimas resp. d'Encelade. D'ailleurs on avait reconnu déjà auparavant, que les mouvements de Mimas et de Tethys sont sujets à des inégalités considérables. Il fallait à présent découvrir la cause de ces anomalies et en même temps révéler la signification des commensurabilités approchées; car on pouvait supposer a priori qu'elles ne soient pas purement accidentelles.

Les observations de Mimas, faites à l'aide du grand réfracteur, montrent que l'orbite de ce satellite a une inclinaison assez forte, de $1°26'$, sur l'équateur de Saturne et que les noeuds ont un mouvement de $1°$ par jour, de telle manière que le plan de l'orbite au bout d'une année retourne à peu près dans la même position. En outre mes observations prouvent une accélération considérable du mouvement de Mimas pendant les dernières années.

En comparant ces résultats aux données trouvées antérieurement pour l'orbite de Tethys (Bull. de l'Acad. T. VII), il se manifeste immédiatement la loi régissant le mouvement de Mimas et de Tethys. On peut l'énoncer de la manière suivante: «quatre fois le mouvement moyen de Tethys moins deux fois le mouvement moyen de Mimas est pour toujours égal à la somme des mouvements moyens des noeuds des orbites de Mimas et de Tethys sur l'équateur de la planète».

Désignons par $l\ l_1$ les longitudes des satellites — l'équateur de Saturne pris pour le plan fondamental — par $n\ n_1$ les moyens mouvements, par $\Theta\ \Theta_1$ les longitudes des noeuds, par $\Delta\Theta\ \Delta\Theta_1$ les moyens mouvements de ces noeuds; nous avons:

$$4n_1 - 2n = \Delta\Theta + \Delta\Theta_1 .$$

Dans ce cas l'argument

$$W = 4l_1 - 2l - (\Theta + \Theta_1)$$

joue un rôle important; il ne peut qu'osciller autour de zéro. Mes observations prouvent que cet angle avait au courant des derniers dix ans 80 à 90 degrés, d'où il suit qu'il y a lieu ici d'une libration d'une grandeur non connue jusqu'à présent dans le système solaire. La période et l'amplitude de cette libration se laissent déduire des anciennes observations, soit des conjonctions soit des élongations de Mimas et l'on trouve que l'angle W a atteint son maximum de 97° à peu près en 1884 et que la période de la libration doit être approximativement 68 ans. Du rapport des oscillations des longitudes de Mimas à celles des longitudes de Tethys on peut d'ailleurs fixer le rapport des deux masses à $\frac{1}{15}$. Ensuite l'on trouve avec les données dérivées pour les inclinaisons des deux orbites, les expressions suivantes pour les oscillations des longitudes:

$$\text{pour Mimas } \delta l = -\ 44^{\circ}68 \sin \frac{360^{\circ}}{68} t - 0^{\circ}80 \sin \frac{360^{\circ}}{68} 3t$$

$$\text{pour Tethys } \delta l_1 = +\ 2^{\circ}36 \sin \frac{360^{\circ}}{68} t + 0^{\circ}04 \sin \frac{360^{\circ}}{68} 3t .$$

Dans ces expressions t désigne le nombre d'années écoulées depuis le moment où W passait par zéro. Prenant des valeurs convenables pour les moyens mouvements des satellites, ces formules représentent d'une manière très satisfaisante l'ensemble de toutes les observations, tant bien les antérieures que les récentes. La masse de Tethys dépend du produit des inclinaisons et surtout de la période de la libration et l'on trouve, la masse de la planète prise pour unité:

$$\text{la masse de Tethys} = \frac{1}{767.000},$$

d'où résulte:

$$\text{la masse de Mimas} = \frac{1}{11.500.000}.$$

Tandis-que le système Mimas-Tethys se distingue par des inclinaisons assez considérables des plans de leurs orbite sur l'équateur de la planète, les satellites Encelade-Dione se meuvent au contraire aussi près dans le

plan de cet équateur, que jusqu'à présent les observations n'en indiquent nulles déviations appréciables. D'autre part les orbites de ces satellites montrent des excentricités petites, mais pourtant sûrement annoncées — d'à peu près 0.0047 et d'égale grandeur — et des mouvements progressifs des périsaturnes, montant à $\Delta P = 120°$ par an pour Encelade et à $\Delta P_1 = 30°$ par an pour Dione. Donc le mouvement du périsaturne d'Encelade correspond exactement au mouvement du point de conjonction de ces deux satellites; c'est pourquoi l'on peut supposer a priori, qu'il existe pour tous les temps la relation:

$$2n_1 - n = \Delta P.$$

Dans ce cas l'argument

$$V = 2l_1 - l - P$$

doit être égal à zéro ou du moins il doit osciller autour de zéro. C'est ce que mes observations prouvent en effet, en donnant pour l'angle V des valeurs qui ne s'écartent pas sensiblement de zéro.

Par cette loi on est mis en état d'évaluer la masse de Dione pour laquelle on trouve la valeur:

$$\text{la masse de Dione} = \frac{1}{528.000}.$$

S'il existe dans ce cas une libration, ne peuvent décider que des observations postérieures. D'après la comparaison des longitudes d'Encelade une telle libration paraît assez probable, quoiqu'elle ne puisse pas être grande. — Du reste l'analogie de ce cas avec la relation bien connue entre Hypérion et Titan se manifeste au premier coup d'oeil.

Les lois énoncées ci-dessus peuvent être exprimées aussi dans les termes suivantes:

1) «Les conjonctions de Mimas et de Tethys ont lieu pour tous les temps autour du point qui se trouve au milieu entre les noeuds ascendants de leurs orbites sur l'équateur de Saturne. Elles peuvent s'éloigner de ce point d'à peu près 48° et exécutent cette libration dans 68 ans».

2) «Les conjonctions d'Encelade et de Dione coïncident pour tous les temps avec le périsaturne d'Encelade, ou du moins, elles doivent osciller autour de ce point».

Parmi les conséquences, auxquelles on est conduit par ces lois, nous nous bornons à relever encore les suivantes. Le mouvement séculaire des noeuds de Mimas étant réduit par la première loi à la détermination du mouvement des noeuds de Tethys, ces mouvements peuvent être comparés entre eux et d'ailleurs avec les mouvements séculaires des périsaturnes et

des noeuds des autres satellites. Cela nous permet de déterminer avec une grande exactitude la constante de l'aplatissement de la planète, d'apprécier la masse de Rhea, enfin de faire des conclusions importantes sur la masse des anneaux. Quant à la détermination de la dernière masse, ou plutôt à la fixation d'une limite supérieure, elle ne dépendra en dernier lieu que des suppositions qu'on pourrait faire sur la distribution de cette masse.

En outre il n'est point sans intérêt de comparer les masses des satellites, déterminées à présent, à leurs éclats relatifs. Il se manifeste ici un accroissement merveilleux de la force réfléchissante en passant des satellites plus éloignés aux satellites plus proches de la planète — soit que l'albedo augmente, soit que la densité diminue — un fait, semblable à celui qui existe dans le système de Jupiter, soulevant des questions intéressantes cosmogoniques.

MÉLANGES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

TIRÉS DU

BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG.

TOME VII.

Über eine von Prof. Ceraski angedeutete persönliche Gleichung bei Helligkeitsvergleichungen der Sterne. Von E. Lindemann. (Lu le 23 Octobre 1890).

Auf der Anfang Januar 1890 in St. Petersburg abgehaltenen VIII-ten Versammlung russischer Naturforscher und Aerzte, so wie später in den Annalen der Moskauer Sternwarte (II. Série, Vol. II, 1890, p. 175) hat Prof. Ceraski über eine auffallende Wahrnehmung Mittheilung gemacht: Wenn er zwei gleich helle Sterne nebeneinander vergleicht, so erscheint ihm stets der rechts stehende Stern um ein bedeutendes (ungefähr um eine halbe Grössenclasse) schwächer als der linke. Diese Erscheinung soll, nach Herrn Ceraski, bei allen Sterngrössen, jedoch für die verschiedenen Grössen in verschiedenem Betrage, auftreten und beruht offenbar, wie Herrn Ceraski's Versuche mit einem speciell von ihm zu diesem Zwecke construirten kleinen Apparate zeigen, auf einem physiologisch-psychologischen persönlichen Fehler des Beobachters.

Wenn nun auch nicht alle photometrischen Beobachtungen mit diesem persönlichen Fehler behaftet zu sein brauchen, und der letztere namentlich keinen Einfluss auf solche Beobachtungen ausübt, welche, wie z. B. die Pulkowaer Messungen durchweg bei Einstellung des beobachteten Sterns in der Mitte zwischen den beiden künstlichen Sternen des Zöllner'schen Photometers ausgeführt werden, oder wie die Harvard-College-Beobachtungen mit symmetrischer Umkehrung der beiden zu vergleichenden Objecte erhalten werden, so erwächst doch für jeden Astronomen, der sich mit photometrischen Messungen oder mit Helligkeitsbestimmungen durch Stufenschätzungen beschäftigt, aus dieser unerwarteten Erkenntniss die Pflicht sein Auge auf das Vorhandensein dieser persönlichen Gleichung zu prüfen.

Tritt diese Erscheinung auch bei anderen Beobachtern, vielleicht bei der Mehrzahl derselben auf, so ist die Tragweite derselben offenbar von sehr grosser Bedeutung. Ältere photometrische Beobachtungen, von denen unbekannt wäre, auf welche Beobachtungsart sie erhalten sind, und für welche eine Untersuchung der betreffenden persönlichen Gleichung des Beobachters nicht mehr zu erhalten wäre, dürften dann nur in dem Falle ihren vollen

Werth behalten, wenn sie mit notorisch von diesem Fehler unbehafteten Beobachtungen übereinstimmen. Für zukünftige Beobachtungen wird, wie gesagt, eine diesbezügliche Untersuchung zur nothwendigen Bedingung. Für die Helligkeitsbestimmungen durch Stufenschätzungen tritt hiermit ein neuer Factor bei der Wahl der Vergleichsterne in's Spiel; und die bisher constatirten Differenzen zwischen den Epochen veränderlicher Sterne, welche einerseits durch photometrische Messungen, andrerseits nach der Methode der Stufenschätzungen ermittelt wurden, dürften sehr wohl gerade in dieser persönlichen Gleichung ihre Erklärung finden, auf welche Möglichkeit ich schon 1884 in meiner Schrift «Über den Lichtwechsel des Sterns *V* Cygni (Bulletin de l'Académie Imp. d. sc. de St.-Pétersbourg)» hingewiesen habe, indem ich die Differenzen zwischen J. Schmidt und mir in der Bestimmung der Maxima dieses Veränderlichen zu erklären suchte.

In der Absicht einen Beitrag zu der Verfolgung dieser interessanten Frage zu liefern habe ich diesen Herbst einige vergleichende Messungen an Sternen angestellt, indem ich gleichzeitig nach meiner alten Beobachtungsmethode (beobachteter Stern in der Mitte zwischen den beiden künstlichen), so wie auch derartig mass, dass die beobachteten Sterne sowohl rechts als links von den künstlichen Sternen eingestellt wurden und zwar so dass die beiden Entfernungen zwischen den drei Sternen stets gleich waren. Es mussten demnach, wenn auch mein Auge mit dem fraglichen persönlichen Fehler behaftet ist, die Messungen für die links eingestellten beobachteten Sterne eine grössere, für die rechts eingestellten Sterne eine geringere Helligkeit ergeben, als für die Einstellungen zwischen den beiden künstlichen Sternen.

Die nachfolgende Zusammenstellung dieser Messungen enthält: in der ersten Columne Zone, Nummer und Grösse der beobachteten Sterne nach der Bonner Durchmusterung, in der zweiten Columne die Mittel aus je vier Einstellungen (zu zweien auf jeder Seite des Nullpuncts) am Intensitätskreise und die entsprechenden Helligkeitslogarithmen für die Einstellungen des natürlichen Sterns links von den künstlichen, in der dritten Columne die entsprechenden Werthe für die Einstellungen zwischen den künstlichen Sternen, und in der vierten Columne dasselbe für die Einstellungen rechts von den künstlichen Sternen.

Bezeichnung der Sterne.	Stern links von den künstlichen.	Stern zwischen den künstlichen.	Stern rechts von den künstlichen.
Sept. 20,1890 $9^h24^m - 10^h35^m$ D:1, Bl. III			
$+23°3820$ 4.6^m	$61.6°$ 9.888	$56.5°$ 9.842	$46.1°$ 9.716
3829 5.9	40.8 9.630	38.0 9.578	34.9 9.516
3843 7.0	18.4 8.998	17.9 8.976	19.3 9.038
3845 7.0	20.4 9.084	19.5 9.048	21.1 9.112
Sept. 24,1890 $9^h35^m - 11^h5^m$ D:1, Bl. III			
$+21°3713$ 4.7^m	$61.95°$ 9.892	$58.2°$ 9.858	$51.15°$ 9.782
3690 6.0	35.6 9.530	33.7 9.488	30.3 9.406
3672 6.2	31.6 9.438	30.4 9.408	28.9 9.368
3674 7.7	17.85 8.972	17.3 8.946	17.05 8.934
Oct. 29,1890 $10^h15^m - 11^h25^m$ D:1, Bl. III			
$+23°94$ 6.0^m	$60.2°$ 9.876	$57.85°$ 9.856	$51.7°$ 9.790
84 6.0	55.6 9.834	52.5 9.798	49.7 9.764
92 6.5	36.1 9.540	33.85 9.492	31.3 9.432
82 7.0	34.9 9.514	33.8 9.490	30.3 9.406

Ausser der Bezeichnung der Sterne ist in der ersten Columne noch das Datum und die Pulkowaer mittlere Zeit der Beobachtungen angeführt, so wie durch *D:1* und *Bl. III* die Angabe, dass die Messungen unter Anwendung der grössten Öffnung im Diaphragma vor der Lampe und der stärksten Blendung vor dem Objectif, deren Öffnung einen Durchmesser von 27,2 mm. besitzt, angestellt sind.

Bezeichnen wir die Helligkeitslogarithmen der gemessenen Sterne

für die Einstellung links von den künstlichen durch L
für die Einstellung zwischen den künstlichen durch M
für die Einstellung rechts v. den künstlichen durch R

und bilden die Differenzen $L—M$ und $M—R$, so erhalten wir folgende übersichtlichere Darstellung der Beobachtungsresultate:

Sept. 20.	$L-M$.	$M-R$.
23° 3820	+ 0.046	+ 0.126
3829	+ 0.052	+ 0.062
3843	+ 0.022	— 0.062
3845	+ 0.036	— 0.064
	+ 0.039	+ 0.015
Sept. 24.		
21° 3713	+ 0.034	+ 0.076
3690	+ 0.042	+ 0.082
3672	+ 0.030	+ 0.040
3674	+ 0.026	+ 0.012
	+ 0.033	+ 0.052
Oct. 29.		
23° 94	+ 0.020	+ 0.066
84	+ 0.036	+ 0.034
92	+ 0.048	+ 0.060
82	+ 0.024	+ 0.084
	+ 0.032	+ 0.061
im Mittel:	+ 0.035	+ 0.043

Das entschiedene Vorherrschen, oder richtiger gesagt das fast ausschliessliche Auftreten des Zeichens + in diesen beiden Zahlenreihen zeigt unbestreitbar, dass auch für mein Auge der rechts eingestellte Stern stets schwächer erscheint, als wenn er zwischen den künstlichen Sternen eingestellt ist, und der zwischen den künstlichen Sternen eingestellte stets schwächer als bei der Einstellung links, wenngleich der quantitative Betrag dieser Differenz — meiner persönlichen Gleichung — bedeutend geringer ist als der mittlere Werth, um welchen die photometrischen Messungen gewöhnlich von einander abweichen. Es würde demnach diese Differenz meine Beobachtungen auch dann nur unmerklich beeinflussen, wenn ich nicht in meiner gewöhnlichen dieselbe gänzlich ausschliessenden Einstellungsweise beobachtete.

Es wären aber auch für mein Auge Fälle denkbar, wo diese persönliche Gleichung die Helligkeitsvergleichungen der Sterne afficiren könnte, indem sich die Werthe $L-M$ und $M-R$ zu der vollen Summe ihres Betrages $L-R$ steigerten, z. B. bei der Vergleichung eines Veränderlichen nach der Methode der Stufenschätzungen einmal mit einem rechts von ihm stehenden Vergleichsterne, und am nächsten Abende mit einem links stehenden. Am ersten Abende ergäbe dann die Vergleichung den Veränderlichen um 0.04 des Helligkeitslogarithmus d. i. um 0.1 einer Grössenclasse zu hell, am

zweiten um dieselbe Quantität zu schwach; die Zusammenstellung beider Beobachtungen würde scheinbar zeigen, dass der Veränderliche in der Zwischenzeit um den doppelten Betrag der persönlichen Gleichung schwächer geworden wäre, während er in Wirklichkeit unverändert blieb. Für einen Beobachter, dessen persönliche Gleichung eine halbe Grössenclasse erreichte, würde sich unter solchen Umständen eine bloss scheinbare Änderung der Helligkeit um eine ganze Grössenclasse ergeben.

Die Ansicht der obigen, für jeden Abend nach der Grösse der Sterne geordneten Zusammenstellung der Differenzen $L—M$ und $M—R$ lässt vielleicht eine kleine Abhängigkeit dieser Differenzen von der Helligkeit der Sterne vermuthen, indem die Differenzen für die schwächeren Sterne an den ersten beiden Abenden geringer auszufallen scheinen. Angesichts des geringen Betrages der Differenzen selbst dürfte jedoch dieser Unterschied als vollkommen verschwindend betrachtet werden. Stellt man die logarithmischen Helligkeitsverhältnisse je zweier Sterne, für die Einstellungen L, M und R zusammen, so zeigt sich in der That eine vollkommen zufriedenstellende Übereinstimmung:

Sept. 20.	L	M	R
3820—3829	0.258	0.264	0.200
3829—3843	0.632	0.602	(0.478)
3845—3843	0.086	0.072	0.074
Sept. 24.			
3713—3690	0.362	0.370	0.376
3690—3672	0.092	0.080	0.038
3672—3674	0.466	0.462	0.434
Oct. 29.			
94—84	0.042	0.058	0.026
84—92	0.294	0.306	0.332
92—82	0.026	0.002	0.026

Wie man sieht, ergeben alle drei Beobachtungsarten für die verschiedenen Sterngrössen so gut untereinander übereinstimmende Resultate, wie man nur wünschen kann.

Eine sofortige Erklärung für das Auftreten der oben besprochenen persönlichen Gleichung lässt sich bei der Neuheit der Frage natürlich nicht erwarten. Einige anderweitige Erfahrungen lassen mir jedoch die Zurück-

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 81.

führung derselben auf eine Prädisposition des Beobachters vorwiegend den rechten Stern zu fixiren als sehr plausibel erscheinen. Das Bild des linken Sterns müsste in solchem Falle auf die seitlich von der Augenaxe belegenen Theile der Retina fallen und demzufolge, wie längst bekannt ist, heller erscheinen als das Bild in der Augenaxe selbst.

MÉLANGES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES
TIRÉS DU
BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG.
TOME VII.

Über ein von der Temperatur abhängiges Glied in den Collimatorablesungen des Pulkowaer Meridiankreises. Von M. Nyrén. (Lu le 6 Novembre 1890).

In der Einleitung des «Vol. VIII des Observations de Poulkova» ist von Herrn Director Struve eine die Beobachtungen am Meridiankreise betreffende Frage als noch unentschieden gelassen worden, bis weiteres Untersuchungsmaterial darüber vorläge. Es ist dies eine in der ganzen Beobachtungsreihe von 1840 bis 63 — von Sabler, Döllen, Winnecke — scharf hervortretende Abhängigkeit der Ablesungen des auf die Collimatoren eingestellten Kreises von der Temperatur im Beobachtungssaal. Es zeigt sich nämlich, dass in beiden Lagen von Objectiv und Ocular, und zwar für beide Kreise, die Differenz: Kreisabl. Nord — Kreisabl. Süd mit steigender Temperatur wächst, beiläufig um 0″.03 für 1° R.

Aus dem von Winnecke zusammengestellten, hierauf bezüglichen Material hatte Dr. Backlund in seiner Abhandlung «Über die Herleitung des im achten Bande der Obs. de Poulkova...» (Mém. de l'Acad. de St.-Pét. T. XXXVI) den genannten Coefficienten zuerst ermittelt. Er hat aus dieser Erscheinung den Schluss gezogen, dass die Biegung des Instruments mit der Temperatur veränderlich sei. Eine steigende Temperatur würde also in der einen Lage von Objectiv und Ocular den Biegungscoefficienten numerisch vergrössern, in der anderen verkleinern. Nur für eine bestimmte Temperatur würden die beiden Werthe numerisch zusammenfallen. Da aus der Anwendung der verschiedenen Kreise auch verschiedene Biegungscoefficienten herauskommen, so würde demnach die in allen 4 Lagen des Instruments beobachtete Declination eines Sterns nur dann ganz frei von dem Einfluss der Biegung herauskommen, wenn das Mittel der bei den 4 Beobachtungen abgelesenen Temperaturen einen bestimmten Werth hat.

Bedenkt man aber, welche Veränderungen in einem Instrument vor sich gehen können, indem Objectiv und Ocular umgesteckt werden, d. h. indem an jedem Ende des Rohres ein Gewicht abgenommen und durch ein anderes, gleich schweres und gleich befestigtes ersetzt wird, so wird man, so lange man nur die im Rohre und Kreise vor sich gehende Biegung in Betracht zieht, sich schwerlich vorstellen können, wie numerisch verschiedene Werthe für die

Horizontalbiegung in den beiden Lagen entstehen sollten. Wenn die optischen Axen der beiden Collimatoren zusammenfallen oder die für etwaige Abweichungen davon erforderlichen Correctionen schon angebracht sind, so müssen ja die aus den Ablesungen des Kreises gebildeten Differenzen Coll. Nord — Coll. Süd vor und nach dem Umstecken, bis auf das Zeichen der doppelten Biegung, theoretisch genommen, identisch sein, also:

$$\begin{aligned} \text{Lage I } N-S + 360^\circ &= 180^\circ + 2b \\ \text{» II } N-S &= 180 - 2b. \end{aligned}$$

Ob nun dieses b für alle Temperaturen denselben Werth behält, können wir natürlich nicht a priori wissen. Wenn es aber veränderlich ist, so muss ja bei z. B. steigender Temperatur der eine Werth von $N-S$ wachsen, der andere abnehmen. Die hier in Rede stehenden Collimatorablesungen geben aber

$$\begin{aligned} \text{I } N-S + 360^\circ &= 180^\circ + 2b + 0''.03t \\ \text{II } N-S &= 180 - 2b + 0.03t. \end{aligned}$$

Das von der Temperatur abhängige Glied lässt sich also nicht mit b vereinigen.

Die Frage, ob die Biegung mit der Temperatur veränderlich ist oder nicht, hat Herr Struve in der oben erwähnten Einleitung besonders untersucht. Er kommt dabei zu dem Schluss, dass man wenigstens für Temperaturen zwischen — 10° und + 10° R. die Horizontalbiegung des Instruments als constant annehmen kann. Da die mit der Temperatur veränderlichen Differenzen Kreisabl. Nord — Kreisabl. Süd folglich anderen Ursachen zugeschrieben werden mussten, so hat er dafür folgende Erklärung als möglich hingestellt. Ausgehend von einer von W. Struve gemachten Bemerkung, dass Luftschichten von verschiedener Temperatur innerhalb des Beobachtungsraumes die Collimatorablesungen beeinflussen können, spricht er die Ansicht aus, dass diese Schichten zu verschiedenen Jahreszeiten unzweifelhaft verschieden auf einander folgen und dadurch auch die Collimatorablesungen verschieden beeinflussen können.

Ohne die Möglichkeit einer solchen Erklärung bestreiten zu wollen, scheint es mir doch sehr wenig Wahrscheinlichkeit für sich zu haben, dass in einem Raume mit offenen Klappen und wo der Beobachter und das Instrument fortwährend in Bewegung sind, die unteren Luftschichten anders als ausnahmsweise sich so regelmässig ordnen sollten, dass ausgeprägt systematische Abweichungen in den Collimatorablesungen dadurch bewirkt werden könnten. Dass Herr Struve selbst diese Zweifel ebenfalls nicht ausser Acht gelassen hat, geht übrigens aus dem Wortlaut seiner hypothe-

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 84.

tischen Erklärung hervor, wo er die Erforschung der eigentlichen Ursache erst durch weiter zu veranstaltende Untersuchungen erwartet.

Später hat Prof. Schwarz in Dorpat in einer besonderen Schrift («Eine Studie auf dem Gebiete der practischen Astronomie») dieselbe Frage discutirt. Dabei hat er auch die Beobachtungen, welche Gromadzki in den Jahren 1866—69 an demselben Instrument angestellt, auf dieselbe Frage untersucht und auch für diese dieselbe Erscheinung gefunden[1]). Da aber Herr Schwarz bei Einführung einer Reihe von Hypothesen weiter keine Facta zu ihrer Erhärtung vorbringt, so gehe ich hier auf diese Schrift nicht näher ein.

Auf Herrn Struve's Wunsch hatte ich schon im Frühjahr 1889 einige hierauf bezügliche Untersuchungen angestellt und zwar dann ausschliesslich an den Collimatoren. Damit begnügte ich mich damals, weil ich meinte die erwähnte Erscheinung durch das Ergebniss meiner Untersuchung mit genügender Sicherheit erklären zu können. Später sind mir jedoch in dieser Hinsicht einige Zweifel entstanden, und ich habe deshalb versucht die Frage durch andere Untersuchungen zu lösen, theils durch Nachmessungen an dem auf die Collimatoren eingestellten Kreise, theils durch eine hierauf bezügliche Bearbeitung der von Herrn Romberg in den Jahren 1874—1876 an demselben Instrument gemachten Collimatorablesungen. Ohne dass ich jetzt sagen könnte, ich habe die eigentliche Ursache des erwähnten Phänomens mit Sicherheit festgestellt, glaube ich doch diese Ursache innerhalb so enger Grenzen eingeschlossen zu haben, dass ihre Unschädlichmachung für die Zukunft möglich ist. Und dies ist das einzige, was im gegenwärtigen Falle von practischem Nutzen ist. Da diese Untersuchungen nicht nur für den hier in Rede stehenden Fall, sondern für die meisten mit Hülfe von Collimatoren ausgeführten Beobachtungsreihen Interesse haben dürften, so erlaube ich mir hier die Resultate mitzutheilen. Weil aber, wie erwähnt, diese Frage schon mehrfach behandelt worden ist und zwar von scharf verschiedenen Gesichtspunkten, so kann eine sonst wohl überflüssige Ausführlichkeit hier nicht vermieden werden.

Bei der erwähnten Bearbeitung der von Herrn Romberg gemachten Collimatorablesungen habe ich die entsprechenden Temperaturen, nicht wie früher geschehen, direct aus Thermometerangaben, sondern aus der Länge der Blase des zu dem einen Collimator gehörenden Niveaus ableiten lassen.

---

1) Herr Schwarz sagt p. 4, dass Gromadzki die Mikroskope am Westpfeiler gehabt. Dies ist, wie aus den im Vol. VII des Obs. de Poulkova gedruckten Beobachtungen ersichtlich, ein Versehen. Es hat aber auf das Resultat der «Studie» keinen Einfluss gehabt, weil durch ein weiteres Versehen angenommen worden ist, dass die Differenz Kr.-Abl. N — Kr.-Abl. S auch für eine solche Stellung der Mikroskope dieselbe Bedeutung beibehalten hätte.

Diese Temperatur muss jedenfalls die sicherste Grundlage für einen aus instrumentellen Angaben zu berechnenden Temperaturcoefficienten bilden.

In analoger Weise wie bei den älteren Reihen sind auch diese Collimatorablesungen nach der Temperatur geordnet. Es ergab sich dann, beim Einführen nur zweier Unbekannten, Biegung und Temperaturcoefficient:

$$\begin{aligned} \text{I}\quad & S-N+360^\circ = 180^\circ + 2b + 0''.043t \\ \text{II}\quad & S-N \qquad\quad = 180 \quad - 2b + 0.031t. \end{aligned}$$

Der aus dieser Reihe folgende Temperaturcoefficient der Amplitude steht also sowohl was Grösse als was Zeichen anbetrifft in guter Übereinstimmung mit den aus den älteren Reihen abgeleiteten: früher, mit den Mikroskopen am Ostpfeiler, vergrösserte sich die Amplitude N — S mit wachsender Temperatur, hier wo sie am Westpfeiler sitzen, nimmt die Amplitude S — N zu, im Mittel um 0″.037 für 1° R.

In Anbetracht der Grösse und des regelmässigen Auftretens dieses Coefficienten konnte man erwarten, dass er sich auch im Laufe von manchen einzelnen Abenden bemerkbar machen musste. Bei den älteren Reihen sind aber die Collimatoren im Laufe eines Abends meistentheils nur einmal abgelesen, und eignen sich also diese Ablesungen nicht gut für eine derartige Untersuchung. Bei Herrn Romberg dagegen, dessen Beobachtungsabende gewöhnlich viele Stunden umfassen, sind aus diesem Grunde auch die Collimatoren meistentheils zweimal abgelesen, und da die Temperatur in der Zwischenzeit in der Regel nicht unbedeutend gesunken war, so musste diese Reihe auf die gestellte Frage eine Antwort geben können.

Setzen wir

Δ_S = Zweite — Erste Abl. des Südcollimators,
Δ_N = Zweite — Erste Abl. des Nordcollimators,
t_1 = Temperatur bei der ersten Abl.,
t_2 = » » » zweiten Abl.

so fand sich:

H.W.I Coll. a in Nord $\Sigma(t_2 - t_1) = -105^\circ.5$ aus 39 Abend.
» b » Süd $\Sigma(\Delta_S - \Delta_N) = -23''.14$;

» a » Süd $\Sigma(t_2 - t_1) = -138^\circ$ aus 51 Abend.
» b » Nord $\Sigma(\Delta_S - \Delta_N) = -21''.48$;

» a » Nord $\Sigma(t_2 - t_1) = -179^\circ.5$ aus 66 Abend.
» b » Süd $\Sigma(\Delta_S - \Delta_N) = -39''.14$;

H.O.II » a » Nord $\Sigma(t_2 - t_1) = -346^\circ$ aus 115 Abend.
» b » Süd $\Sigma(\Delta_S - \Delta_N) = -39''.71$;

Die vier Perioden, welchen diese Lagen der Collimatoren entsprechen, geben also als Temperaturcoefficienten der Amplitude für 1° R. resp.

	+ 0″,22	aus 39	Abenden
	+ 0,16	» 51	»
	+ 0,22	» 66	»
	+ 0,12	» 115	»
im Mittel	+ 0″,16.		

Aus diesem überraschendem Resultat, wo der besagte Coefficient vier- bis fünfmal so gross ist wie der auf dem anderen Wege gefundene, geht mit Deutlichkeit hervor, dass die Abhängigkeit der Amplitude von der Temperatur durch keine lineare Function ausgedrückt werden kann.

Es liegt ja nahe bei der Hand, die Erscheinung einem geringen Schlottern des Objectivs des Meridiankreises zuzuschreiben. Infolge des grösseren Ausdehnungscoefficienten der Metallfassung müsste das Schlottern bei höherer Temperatur grösser sein als bei niedriger und würde auch, bei dem verschiedenen Leitungsvermögen für Wärme, mit den Temperaturänderungen der Luft nicht gleichen Schritt halten. Um eine solche Erklärung als die richtige erscheinen zu lassen, müsste aber der Coefficient entgegengesetztes Zeichen haben. Ausserdem habe ich mich durch genaue Untersuchung des Objectivs davon überzeugt, dass ein, wenn auch noch so geringes Schlottern desselben so gut wie unmöglich ist.

Aus denselben Gründen kann die Veränderung auch nicht einem Schlottern der Collimatorobjective zugeschrieben werden; auch für einen solchen Fall müsste der Coefficient umgekehrtes Zeichen haben.

Eine Durchbiegung der Horizontalfäden im Fernrohre oder in den Collimatoren würde ebenfalls die Amplitude beeinflussen können, und es liesse sich wohl denken, dass eine solche mit der Temperatur veränderlich wäre. Es sind aber sowohl im Instrument selbst wie in den Collimatoren mehrere Fadennetze zur Anwendung gekommen, und es kann wohl als geradezu unmöglich betrachtet werden, dass sie alle so nahe in demselben Grade diese in die Augen fallende Eigenschaft gehabt hätten. Aber auch wenn die Fadennetze die ganze Zeit dieselben geblieben wären, so hätte die Frage auch damit noch keine Lösung gefunden, denn eine Durchbiegung der Fäden müsste doch wohl am grössten sein in der Jahreszeit, wo die Feuchtigkeit der Luft am grössten ist, also im Winter; hier müsste es aber umgekehrt sein.

Es ist auch die Hypothese aufgestellt worden, dass der Temperaturcoefficient der Amplitude einer Erwärmung des Ocularzapfens durch die zur Beleuchtung des Fadennetzes der Collimatoren angewandte Lampe zu-

geschrieben werden könnte[2]). Abgesehen davon, dass die Collimatorablesungen der Romberg'schen Reihe besonders im Sommer oft bei Tageslicht, also ohne die Möglichkeit irgend welcher partiellen Erwärmung, gemacht sind, müsste ja auch eine solche Erwärmung grösser sein in demselben Grade wie die Temperaturdifferenz zwischen der erhitzten Lampe und dem Collimator grösser gewesen wäre, also aus doppelten Gründen am grössten bei der niedrigsten Temperatur. Wenn aber der Ocularzapfen zu dick ist, so bekommen wir eine grössere Amplitude als zu der Zeit, wo die beiden Zapfen gleich sind. Sollte ein Temperaturcoefficient aus dieser Quelle herstammen, so müsste er also auch dann umgekehrtes Zeichen haben[3]). Aus den zu Herrn Romberg's Beobachtungsreihe gehörenden Nivellements der Collimatoren, die ich auch darauf hin untersucht habe, finde ich factisch, dass im Laufe eines Beobachtungsabends, also bei sinkender Temperatur, das Ocular-Ende beider Collimatoren im Verhältniss zum Objectiv-Ende sich hebt, beim

Nordcollimator im Mittel um 0″,56
Südcollimator » » » 0,44.

Diese Niveauveränderungen sind aber wahrscheinlich eher von der Tageszeit abhängigen Bewegungen der Pfeiler als einer Erwärmung (der Zapfen oder der Lagerstücke) durch die Lampen zuzuschreiben.

In welchem Verhältniss die nach den beiden Richtungen gemachten Collimatorablesungen an der Verminderung der Amplitude im Laufe des Abends participiren, geht aus folgender Zusammenstellung hervor:

H. W. I Coll. a in Nord $\Delta_N = -0''{,}16$
» b » Süd $\Delta_S = -0{,}48$
aus 39 Ab. im Mittel $= -0''{,}64$

Coll. a in Süd $\Delta_N = -0''{,}04$
» b » Nord $\Delta_S = -0{,}38$
aus 51 Ab. im Mittel $= -0''{,}42$

Coll. a in Nord $\Delta_N = -0''{,}12$
» b » Süd $\Delta_S = -0{,}46$
aus 66 Ab. im Mittel $= -0''{,}58$

2) Herr Schwarz hat in seiner Schrift sowohl diese Hypothese wie die von einem Schlottern des Objectivs und Durchbiegung der Horizontalfäden vorgeschlagen.

3) Es ist ein Versehen von Herrn Schwarz, wenn er meint, dass die gemessene Amplitude infolge eines zu dicken Ocularzapfens eine positive Correction erfordert. Vergl. «Studie» S. 18.

H. O. II Coll. a in Nord $\Delta_N = +\ 0''{,}25$
» b » Süd $\Delta_S = -\ 0{,}59$

aus 115 Ab. im Mittel $= -\ 0''{,}34$

oder aus allen Lagen:

$\Delta_N = +\ 0''{,}046$
$\Delta_S = -\ 0{,}505$

aus 271 Ab. im Mittel $= -\ 0''{,}459$.

Nach diesem Resultat sollten also die Veränderungen der Amplitude fast ausschliesslich in den auf den Südcollimator gemachten Einstellungen ihren Grund haben. In Wirklichkeit können wir aber nichts darüber sagen, weil die Stellung der Mikroskope zum Horizont höchst wahrscheinlich auch mit der Temperatur Veränderungen unterworfen ist, welche dann die einzelnen Δ, aber nicht ihre aus N. und S. gebildeten Summen beeinflussen müssen.

Eine Fehlerquelle könnte man ja auch in einer mit der Temperatur veränderlichen Biegung der Collimatoren vermuthen. Letztere sind nämlich zwischen den Unterstützungspunkten 834 mm. lang bei einem Durchmesser von 50 mm. und sind also unzweifelhaft einer messbaren Biegung unterworfen. Bei höherer Temperatur muss auch diese grösser sein als bei niedriger. Da nun Objectiv und Fadennetz sich nicht in einer Verticalebene mit den resp. Lagern befinden, könnte also auch bei veränderter Temperatur die optische Axe Veränderungen erleiden, ohne dass solche durch das Niveau angezeigt wären. Um diese Frage zu untersuchen habe ich bei verschiedener Belastung der Collimatoren durch in ihrer Mitte angebrachte Gewichte eine Reihe Ablesungen gemacht. Dabei ergaben sich, bei einer Temperatur im Saal von — 8° R., im Mittel folgende Resultate:

Kreisablesungen.

	Ohne Belast.	2 Klgr.	4 Klgr.
Südcollimator	11″,36	10″,81	10″,16
Nordcollimator	3,50	3,80	4,16
S—N	7,86	7,01	6,00

Eine Veränderung der Amplitude mit veränderter Biegung — also wohl auch mit veränderter Temperatur — der Collimatoren ist also constatirt. Sie geht aber in entgegengesetztem Sinne gegen den hier nachzuweisenden

Temperaturcoefficienten. Bei einer nachher vorgenommenen Messung der Entfernungen des Fadennetzes und des Objectivs von ihren resp. Lagern fand ich auch, dass es so sein musste: das Fadennetz ist 10 mm. weiter entfernt von seinem Lager als das Objectiv von dem seinen. Der gefundene Temperaturcoefficient der Amplitude kann also auch nicht der Biegung der Collimatoren zugeschrieben werden.

Nachdem alle diese Fehlerquellen, die man sonst als Grund der Veränderlichkeit der Amplitude hätte in Verdacht haben können, sich als unannehmbar erwiesen haben, gehen wir zur Untersuchung der Zapfen der Collimatoren über.

Die Collimatoren können nicht, ohne den Kreis aus den Lagern zu heben, auf einander eingestellt werden; der (verticale) Winkel zwischen ihren optischen Axen muss also mit Hülfe der Niveaus und ihrer bekannten gegenseitigen Entfernung berechnet werden. Die Zapfen sind aus Glockenguss und ruhen in rechtwinkligen Lagern aus demselben Metalle, welche in Pfeiler aus Granit eingelassen sind. Sie sind seit der ersten Aufstellung des Instruments kein Mal umgeschliffen. Nur aus dem Jahre 1861 existiren von Winnecke einige — übrigens ziemlich flüchtige — Untersuchungen über ihre Form, und hat er sie damals alle conisch gefunden (Backlund, «Über die Herleitung etc.» p. 21—22). Da er aber die Untersuchung mit Hülfe eines kleinen Setzniveaus ausgeführt hat, ohne dabei den Abstand der Füsse anzugeben, so weiss man nicht, auf welche Verticaldurchschnitte der Zapfen die gefundenen Neigungen sich beziehen. Jetzt habe ich ähnliche Untersuchungen von Neuem angestellt. Das angewandte Setzniveau hat einen Abstand von 10 mm. zwischen den Füssen und wurde zuerst so gestellt, dass der eine Fuss auf der Mitte des Zapfens ruhte, dann wurde es der Länge nach verschoben bis der zweite Fuss an der Anfangsstelle des ersten aufruhte. Die ganze Verschiebung betrug also etwa 10 mm. Nachdem diese Operation noch in umgekehrter Richtung ausgeführt war, wurde der Collimator in den Lagern um 180° gedreht und die andere Seite des Zapfens in derselben Weise untersucht. Es ergab sich dann, wenn wir die Reihenfolge der Verschiebungen von Süd nach Nord beibehalten und bezeichnen mit

$+$ = Nordende des Niveaus höher

$-$ = Südende des Niveaus höher:

Südcollimator.

Ocularzapfen		Objectivzapfen	
Vor der Drehung	Nach um 180°	Vor der Drehung	Nach um 180°
— 35″	— 35″	— 27″	— 28″
— 15	— 15	— 24	— 26
+ 11	+ 4	— 15	— 11
+ 16	+ 9	— 7	— 7
+ 22	+ 10	— 4	— 5
+ 33	+ 17	+ 4	— 3
+ 49	+ 23	+ 4	— 1
+ 91	+ 58	+ 14	+ 1
		+ 41	+ 41
		+ 88	+ 78

Nordcollimator.

Ocularzapfen		Objectivzapfen	
Vor der Drehung	Nach um 180°	Vor der Drehung	Nach um 180°
— 81″	— 76″	— 87″	—104″
— 27	— 45	— 67	— 98
— 16	— 25	— 26	— 62
— 13	— 12	+ 2	0
— 1	— 7	+ 2	0
— 1	— 1	+ 9	+ 7
+ 1	+ 2	+ 10	+ 15
+ 13	+ 7	+ 16	+ 19
+ 20	+ 15	+ 22	+ 22
+ 25	+ 24	+ 28	+ 29
+ 27	+ 27	+ 35	+ 37
+ 25	+ 27		

Obgleich nun diese Zahlen auf keine grosse Genauigkeit Anspruch machen können, ja sich vielleicht in einigen Fällen sogar um mehrere Secunden von der wirklichen Neigung entfernen, so geht doch aus den Messungen, die vor und nach der Drehung des Collimators sehr nahe dieselben Neigungen in demselben Verticaldurchschnitt zeigen, zur Evidenz hervor, dass alle Zapfen etwa in der Mitte einen nicht unbedeutend kleineren Durchmesser als gegen die beiden Enden haben. Ebenfalls ist es deutlich, dass diese Verkleinerung des Durchmessers nicht als eine plötzliche Vertiefung in der Mitte des Zapfens auftritt, sondern als eine allmälige

Abnahme von den Enden nach der Mitte zu. Von der ganzen Länge der untersuchten Zapfenfläche — 20 mm. — kann aber nur ein 4 mm., höchstens 5 mm. breiter Gürtel in der Mitte mit den Lagern und den Füssen der Niveaus in Berührung kommen. Die allmälige Abnahme der Zapfendurchmesser von den Enden nach der Mitte zu lässt deshalb vermuthen, dass diese, wenigstens zum Theil, von Anfang an existirt hat und nicht nur durch Abnutzung entstanden ist.

Die uns im gegenwärtigen Fall am meisten interessirenden Theile der Zapfen sind nun jedenfalls diejenigen 4 mm. bis 5 mm. breiten Gürtel, die mit den Lagern und den Niveaufüssen in Berührung kommen können. Diese habe ich noch in folgender Weise untersucht. Ohne den Collimator anzurühren, verschob ich, mit Hülfe einer durch den Niveaufuss gehenden Schraube, das zum Collimator gehörige Niveau längs den Zapfen und las dieses, nach jeder kleinen Verschiebung, von neuem ab. Nach Drehung des Collimators in den Lagern um 180° wurde dieselbe Untersuchung an der andern Seite der Zapfen ausgeführt. Die jedesmalige Verschiebung betrug 0.55 mm. und die abgelesenen Neigungen ergaben, wenn wir

\+ = Nordende des Niveaus höher
— = Südende des Niveaus höher

setzen, im Mittel aus 4 Reihen folgende Werthe:

Südcollimator.

Niveau nach Süden geschoben.

Verschieb. des Niv. vom Ausgangspunkte. mm	Vor der Drehung des Coll. um 180°	Nach
0,0	+ 0″,65	+ 0″,68
0,55	+ 0,17	+ 0,54
1,10	0,00	+ 0,18
1,65	+ 0,06	0,00
2,20	+ 0,76	+ 0,32
2,75	+ 1,43	+ 0,88
3,30	+ 2,32	+ 2,22
3,85	+ 2,55	+ 2,54
4,40	+ 2,29	+ 2,72

Nordcollimator.

Niveau nach Norden geschoben.

Verschieb. des Niv. vom Ausgangspunkte. mm	Vor der Drehung des Coll. um 180°	Nach
0,0	+ 3″,74	+ 3″,77
0,55	+ 3,89	+ 3,85
1,10	+ 3,47	+ 3,48
1,65	+ 2,97	+ 2,96
2,20	+ 1,67	+ 1,66
2,75	+ 0,58	+ 0,56
3,30	+ 0,19	+ 0,41
3,85	0,00	0,00

Wenn die durch das kleine Setzniveau gefundenen Ungleichheiten der Zapfen hauptsächlich durch allmälige Abnutzung entstanden wären, so hätte man erwarten können, dass sie beim Nivelliren mit dem gewöhnlichen Niveau sich zum guten Theil hätten aufheben müssen. Da das aber nicht geschieht, sehen wir auch darin einen Beweis dafür, dass die Zapfen von Anfang an mit derartigen Fehlern behaftet gewesen sind. Unter solchen Umständen müsste es, wenn man, durch Anwendung der Collimatoren, mit unserem Meridiankreis absolute Declinationen bestimmen wollte, von äusserster Wichtigkeit sein, dass Lager und Niveaufüsse die Zapfen vollkommen in derselben Verticalebene berühren und dass dieselben Verticalebenen, wo man die relative Dicke der Zapfen bestimmt hat, auch immer in Anwendung kämen. Mit welcher Peinlichkeit man auf diesen Umstand achten müsste, zeigen die schroffen Veränderungen der Neigung um die mittlere — wohl also auch die gewöhnlichste — Stellung des Niveaus, wo longitudinale Verschiebungen desselben um einen oder sogar um einen halben Millimeter Veränderungen in der Neigung von 1″ bis 2″ verursachen können.

Dass man bei der jetzt in Rede stehenden Beobachtungsreihe auch wirklich die Vorsicht gebraucht hat für eine möglichst unveränderliche Stellung der Niveaufüsse, Zapfen und Lager zu einander zu sorgen, ist vor Winnecke's Zeit nicht mit Worten gesagt; aber höchst wahrscheinlich ist durch unmittelbare Berührung zwischen den Flanschen der Zapfen und den am Niveau und am Lagerstücke befindlichen Contactschrauben eine solche Constanz herbeigeführt. Für diese Annahme spricht auch die bei solchen Zapfen noch gut zu nennende Uebereinstimmung der wenigen Bestimmungen der relativen Zapfendurchmesser.

Hier entsteht aber nun die Frage, ob man, selbst bei Anwendung der zuletzt erwähnten Vorsicht, sich auch gegen systematische Fehler geschützt

hat. Die Röhren der Collimatoren und der Niveauträger sind alle aus Messing und haben also denselben Ausdehnungscoefficienten. Hat man dann dafür gesorgt, dass der eine Niveaufuss auf dem Zapfen immer an derselben Stelle aufliegt, so ruht bei jeder Temperatur auch der andere an einer unveränderten Stelle. Die Zapfenlager sind aber in einem Granitpfeiler befestigt und behalten also, wenn nicht absichtlich verstellt, ihre gegenseitige Entfernung bei allen Temperaturen fast unverändert; die Berührungspunkte zwischen diesen Lagern und den Zapfen müssen sich also mit der Temperatur längs diesen letzteren verschieben. Wie oben gesagt, beträgt die Entfernung zwischen den Berührungspunkten der Lager jedes Collimators 834 mm., der Unterschied des linearen Ausdehnungscoefficienten von Messing und Granit etwa 0,000015 für 1° R. Eine Temperaturänderung von 40° R. bewirkt also in der Länge des Collimators im Vergleich mit der Entfernung der Lager eine Veränderung von 0,5 mm. Nach den oben mitgetheilten Resultaten der Nivellements würde an jedem der Collimatoren, etwa in der Mitte der Zapfen, eine Verschiebung des Contactpunktes um diese Quantität vollkommen genügen um die Neigung um mehr als eine ganze Secunde zu verändern. Dass die erwähnten Neigungsänderungen durch gleichzeitige Verschiebung beider Niveaufüsse entstanden sind, während es sich hier dagegen nur um den einen Berührungspunkt handelt, braucht an dieser Schlussfolgerung nichts zu ändern; denn es ist wenigstens ebenso wahrscheinlich, dass die Niveauänderung im letzteren Falle grösser, als dass sie kleiner herauskommt. Wird nun der eine Zapfen durch Anlehnen der Flansche des Collimators gegen die Contactschraube immer in unveränderter Stellung gegen das Lager gehalten, so muss bei Temperaturänderungen der andere sich in seinem Lager verschieben. Bringt man dann an alle Ablesungen des auf die Collimatoren eingestellten Kreises dieselbe Correction wegen der verschiedenen Zapfendicke an, so müssen bei verschiedenen Temperaturen auch verschiedene Amplituden herauskommen. In Anbetracht des verschiedenen Leitungsvermögens für Wärme bei der Messingröhre des Collimators und dem Granitpfeiler würde es auch hiermit gut übereinstimmen, dass die rascheren Temperaturänderungen eines Abends einen grösseren Coefficienten geben als die mit der Jahreszeit langsamer vor sich gehenden.

Wenn nun auch diese Erklärung mehr Wahrscheinlichkeit für sich hat, als die vorher discutirten, so lässt sie doch auch schwerwiegende Einwendungen zu. Die ermittelten Eigenschaften der Zapfen können nämlich, bei einer anderen als der hier hypothetisch angenommenen Stellung in Bezug auf die Lager, bei Veränderungen der Temperatur auch eine entgegengesetzte Wirkung auf die Amplitude haben, der Art, dass die Differenz N — S bei steigender Temperatur kleiner wird. Dieser Einwand wäre nicht von so

grosser Bedeutung, wenn es sich hier um Ergebnisse handelte, die durch einen einzigen Beobachter gewonnen wären; denn man könnte dann annehmen, dass dieser die ganze Zeit hindurch bestimmten Principien in der Anwendung der Collimatoren gefolgt wäre. Hier tritt uns aber dieselbe Erscheinung bei fünf verschiedenen Beobachtern entgegen, ohne dass ich irgendwo in den Tagebüchern hierauf bezügliche, allgemein zu befolgende Vorschriften gefunden hätte. Auch würde die bedeutende Vergrösserung des fraglichen Coefficienten, die aus den Ablesungen der einzelnen Abende erfolgt, nur zum geringsten Theil durch diese Ursache erklärt werden können.

Es sei deshalb zuletzt hier noch eine Wahrnehmung erwähnt, die möglicherweise auf dieselbe Quelle wie die Veränderung der Amplitude zurückzuführen ist. Nach einer Mittheilung von Herrn Romberg ist der Collimationsfehler des Collimators *a* (N) ebenfalls einer Änderung mit der Temperatur unterworfen, und zwar von 0″,03 für 1° R., also sehr nahe derselbe Betrag wie bei der Amplitude. Ausserdem ist, soweit die Untersuchung darüber sich erstreckt, die Bestimmung des genannten Fehlers in der warmen Jahreszeit bedeutend unsicherer als im Winter — w. f. einer Bestimmung resp. ± 0″,20 und ± 0″,13. Das Fadennetz der Collimatoren ist am Ende einer kleinen Röhre befestigt, die nur durch Reibung in ihrer Fassung gehalten wird. Wenn nun bei höherer Temperatur diese Röhre nicht fest genug gehalten wird, sondern etwas schlottert, so würde auch dadurch die in Rede stehende Frage vollständig erklärt werden können.

Dass der aus fehlerhaften Collimatorablesungen abgeleitete Zenithpunkt des Kreises auch nicht fehlerfrei herauskommt, ist wohl anzunehmen, wenn man auch jetzt nicht mehr bestimmen kann, ob oder in welchem Grade die Fehler von beiden Seiten sich aufheben. Die von Winnecke ausgeführten gleichzeitigen Bestimmungen des erwähnten Punktes durch Collimatoren und durch Nadirbeobachtungen müssten uns hierüber Aufschlüsse geben können, wenn sie nur bei hinlänglich verschiedener Temperatur ausgeführt wären. Die dabei gemachten Thermometerablesungen liegen aber alle innerhalb so enger Grenzen, dass daraus nichts gefolgert werden kann. Von grösserer Bedeutung sind dann die nach der Æ geordneten Abweichungen zwischen den am Verticalkreise und den am Meridiankreise gewonnenen Declinationen (Vgl. Backlund, l. c., S. 88—89). Diese zeigen in der That, mit einer für die verschiedenen Beobachter leidlichen Übereinstimmung, einen von der Æ, d. h. von der Jahreszeit der Beobachtungen abhängigen Gang, der wohl am einfachsten durch die in den Collimatorablesungen noch steckenden Fehler erklärt wird.

Für die aus den älteren Reihen abgeleiteten Resultate hat die hier behandelte Frage keine Bedeutung, da sowohl diese wie auch die von Herrn Romberg in neuerer Zeit an demselben Instrumente ausgeführten Beobachtungen durch strengen Anschluss an unseren Fundamentalcatalog von den besprochenen Fehlern so gut wie vollständig befreit sind. Sollte aber der Meridiankreis künftig unter Anwendung der vorhandenen Collimatoren zu selbständigen Declinationsbestimmungen benutzt werden, so wären, vorstehender Untersuchung zufolge, vorher jedenfalls noch folgende Vorsichtsmaassregeln zu ergreifen:

1) Vollständiges Umschleifen der Zapfen der Collimatoren;
2) Sichere Befestigung der die Fadennetze der Collimatoren tragenden Röhren.

Hinzugefügt kann hier noch werden:

3) Sorgfältigere Ausgleichung der äusseren und inneren Temperatur, als es früher im Allgemeinen geschehen ist.

MÉLANGES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES
TIRÉS DU
BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG.
TOME VII.

Über die Rotation des Jupiter. Von A. Belopolsky. (Lu le 6 novembre 1890.)

(Mit einer Tafel.)

Alle Veränderungen in dem Aussehen der Jupiterscheibe können überhaupt in zwei Classen getheilt werden, von denen die einen als zufällig, local und schnell vorübergehend, die anderen als regelmässig und gewissen Gesetzen unterworfen zu betrachten sind.

Die Erscheinungen erster Art deuten darauf hin, dass wenigstens ein Theil des Planetenkörpers flüssig oder gasförmig ist. Die der letzteren sollen den Hauptgegenstand dieses Artikels bilden und insbesondere diejenigen, welche mit der Rotation des Planeten um seine Axe zusammenhängen.

Es ist ausser Zweifel, dass die rasche Umdrehung um seine Axe auf das Detail der Oberfläche von grossem Einfluss ist. Ein flüchtiger Überblick der Zeichnungen von Jupiter vom XVIII Jahrhundert bis zu den jetzigen Zeiten genügt, um das beständige Vorhandensein von dunklen Streifen, die oft über die ganze sichtbare Oberfläche vertheilt sind, zu zeigen.

Grösstentheils sind sie unter einander, dem dunklen Aequatorialstreifen, sowie dem Aequator des Planeten parallel.

Der Aequatorialstreifen war nur ausnahmsweise nicht gesehen worden. Die anderen, weit feineren Streifen sind weniger constant, verschwinden und erscheinen in relativ kurzem Zwischenraume. So ist z. B. auf den Zeichnungen von Lohse (P. des. A. P. O. zu Pots. B. I.) ein scharf begrenzter Streifen in der nördlichen Halbkugel vom Jahre 1872 bis 1876 leicht zu verfolgen. Während des letzteren Jahres wurde er schwächer und am 20 Juni sind kaum noch Spuren von ihm sichtbar.

Man sieht oft 5—6 solcher Streifen zu gleicher Zeit und zwar zeigen die Zeichnungen eine nahe symmetrische Lage dieser Streifen gegen den Aequator des Planeten, weniger deutlich ausgesprochen auf der südlichen Halbkugel vielleicht wegen der Einwirkung hier störend auftretender Processe; diese Symmetrie zusammen mit ihrer gegenseitigen Parallelität deutet darauf hin, dass der Hauptgrund ihrer Entstehung in der Rotation des Planeten zu suchen ist.

Bei solcher Annahme lässt sich a priori erwarten, dass die aus verschieden liegenden Flecken abgeleiteten Rotationswerthe nicht constant sondern veränderlich und vielleicht, wie bei der Sonne, eine continuirliche Function der Breite sein werden, eine Frage, welche schon längst die Forscher lebhaft beschäftigt hat, die aber noch der Entscheidung harrt.

Schon früh erkannte man wohl, dass jeder Fleck eine andere Umdrehungszeit des Planeten giebt, aber das Gesetzmässige in den gefundenen Winkelgeschwindigkeiten blieb unentschieden. Unter den gefundenen Umdrehungszeiten kommen am häufigsten die Angaben 9^h50^m — 9^h51^m und $9^h\ 55^m$ — $9^h\ 56^m$ vor. Cassini findet aus seinen Untersuchungen, dass die Flecken sich desto rascher bewegen, je näher sie dem Centrum der Scheibe vorübergehen. (Mém. de l'Acad. MDCXCII). Eben dasselbe bemerkt Schröter. (Beiträge zu den neuesten astronomischen Entdeckungen von Bode pag. 91 und 121). In den neuesten Zeiten fand Lohse eine ähnliche Vertheilung der Rotationszeiten und Stanly Williams giebt in seinen «Zenographical Fragments» eine Tabelle der Rotationszeiten, die ich hier reproducire:

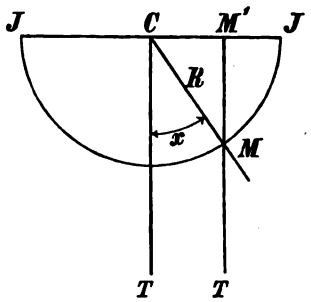
Jov. Breite.	Rot.-Zeit.	Zahl der Flecken.
+ 12°	$9^h55^m36^s.5$	17
+ 4	9 50 40.1	5
— 8	9 50 22.4	21
— 30	9 55 17.1	3

Aus diesen Daten, wie aus vielen anderen ist das Gesetz, welches in diesen Umdrehungszeiten herrscht, nur roh zu erkennen. Ich habe mich bemüht, mir schon bekanntes Material zu ergänzen und zu vervollständigen besonders durch solches, welches ich auf der Pulkowaer Bibliothek vorfand, es in Bezug auf die Vertheilung der Winkelgeschwindigkeiten hin zu untersuchen und so dem Gesetzmässigen näher zu kommen. Doch war die Ausbeute nicht so gross, als ich erwartete und Vieles erwies sich für meinen Zweck als unbrauchbar; auch erwiesen sich häufig die gemachten Angaben als lückenhaft und zu wenig genau.

Ich benutzte Zeichnungen des Planeten auf denen sich, wenn sie auch zu verschiedenen Zeiten gemacht waren, doch bestimmte Flecken identificiren lassen, und bestimmte die Lage dieser Flecken gegen den Polardurchmesser der Scheibe sowie ihre jovigraphische Breite. Die Zeiten, zu welchen die Zeichnungen gemacht waren, sind meist sehr unbestimmt angegeben und so konnte ich mich in den Annahmen der Rotationszeit mit dem Zehntel der Minute begnügen; es ist dies übrigens auch ganz genügend und für den grössten Theil der Flecken gilt noch bis jetzt Schröter's Äusserung

(pag. 115, v. I): «so ist das Resultat zwar insofern etwas unangenehm, dass wir aus allen dergleichen Beobachtungen der Flecken und Streifen, wenn auch ein und eben derselbe Gegenstand durch sehr viele Perioden hindurch sorgfältig beobachtet wird, die wahre Dauer der Jupiter-Rotation niemals mit grosser Zuverlässigkeit, oder bis auf Secunden bestimmen können».

Die Momente der Durchgänge der Flecken durch den Polardurchmesser wurden aus Zeichnungen auf folgende Weise bestimmt. Es sei CT die Verbindungslinie zwischen Erde und einem der Punkte auf dem Polardurchmesser der Jupiterscheibe, JMJ der Querdurchschnitt der Fläche CMT mit der Oberfläche des Planeten. M ein Fleck, M' seine Projection auf die Fläche senkrecht zur Visionslinie. Aus der Grösse CM', die man aus der Zeichnung direct erhält, findet man den Winkel $TCM = x = \text{ar. sin.} \frac{CM_1}{R}$; $2R$ ist der Durchmesser des Parallels. Mit Hülfe von x kann man den Moment des Durchganges des Flecks durch den Polardiameter bestimmen, wenn nur annähernd die Winkelgeschwindigkeit anderswoher bekannt ist. Ist z. B. die Winkelgeschwindigkeit nach der Rotationszeit des rothen Flecks zu 36°,275 pro Stunde oder 0°,605 pro Minute, oder nach der Rotationszeit $9^h\,50^m$ zu 0°,610 angenommen, so giebt die einfache Proportion



$$0°,61 : x = 1^m : t^m$$

den Zeitraum zwischen der gegebenen Lage des Flecks und seiner Lage auf dem Polardiameter. t wird zu dem Momente, zu welchem die Zeichnung gehört, hinzugefügt oder abgezogen, je nach der Lage des Flecks auf der Zeichnung.

Ähnlich verfuhr ich bei der Bestimmung der Jovigraphischen Breite des Flecks, indem ich hierbei die Tafel von Lohse benutzte (P. des A. P. O. zu Potsdam 9 H.).

An die so erhaltenen Momente wurden die Aberrationszeiten angebracht und die Lage des Planeten auf dieselbe geocentrische Länge reducirt.

Der Einfluss der Phase ist vernachlässigt worden.

Wenn ein Fleck mehrere Mal beobachtet war, so wurden die erhaltenen Momente nach der Methode der kleinsten Quadrate behandelt mit Einführung von Gewichten proportional den Zwischenräumen der Beobachtungen.

Ich gebe jetzt eine Zusammenstellung der sowohl von Anderen als von mir bestimmten Rotationszeiten.

Die Columnen bedeuten:

R — die Rotationszeit im Intervall der mittleren Zeit.

b — die jovigraphische Breite.

N — die Anzahl der Umdrehungen zwischen der ersten und letzten Beobachtung, oder bloss die Zahl der Beobachtungen.

Beobachtungen von Cassini (1666—1699).

(Mémoires et Histoire de l'Académie des Sciences).

	R	*b*	*N*	Bemerkungen.
1	$9^h55^m52^s$	— 16°	16 Jahre	Schwarzer Fleck in der südlichen hellen Zone; er scheint später von Maraldi beobachtet zu sein mit $R = 9^h55^m48^s$.
2	9 51	— 3°... — 6°	—	Einige weisse Flecke in der nördlichen Hälfte des Aequatorialstreifens.
3	9 55⅜	+10°... +12°	—	Eine Unterbrechung des nördlichen Aequatorialstreifens.
4	9 51	0	2 Monate	Drei Flecke in dem hellen Aequatorialstreifen.
5	9 51	0	95 Mal	Flecke in derselben Zone wie die vorigen.
6	9 53	—	—	Zwei dunkle Flecke am inneren Rande des dunklen Aequatorialstreifens.
7	9 50 9 51	—	5 Umdr.	Zwei dunkle Flecken auf dem Aequatorialstreifen.
8	9 55	?	—	Grosser Fleck.

Beobachtungen von W. Herschel.

(Phyl. Trans. v. LXXI. 1781).

	R	*b*	*N*	Bemerkungen.
9	9^h55^m	— 7	17 Umdr.	Heller Riss in dem dunklen Aequatorialstreifen.
10	9 55,4	— 7	12 »	Dunkler Fleck, dessen Aussehen sich änderte.
11	9 51,5	0	12 »	Drei Flecke.
12	9 51,5	+ 5	22 »	Weisser Fleck.

Beobachtungen von Schröter.

(Beobacht. und Folger. über die Rotat. etc. 1788).

	R	*b*	*N*	Bemerkungen.
13	7^h36^m	+ 6°	½ Umdr.	Dunkler Fleck.
14	8 —	—	—	Ein dem vorigem ähnlicher Fleck.
15	7 6	—	—	Ein dem 13 ähnlicher Fleck. Wenn man die beiden für denselben Fleck annimmt, so erhält man $R = 7^h7^m42^s$. Die Rotation dieser Flecken ist sehr ausführlich untersucht. Schröter meint den Fleck zum dritten Mal gesehen zu haben, woraus $R = 7^h7^m$.
16	9 50 30	+ 6½	17 Umdr.	Weisser Fleck.
17	9 55 17,6	— 20	250 »	Ein Riss in einem südlichen dunklen Streifen. Die Rotation dieser Detail variirte von $9^h56^m,5$ bis $9^h53^m,6$.
18	9 55 33,6	+ 12	242 »	Weisser Fleck auf dem nördlichen Rande des Aequatorialstreifens. Nach den Zeichnungen zu urtheilen, scheint seine Breite + 16° zu sein.
19	9 55 21	+ 30	3 Beobacht.	Langer heller Streifen.

Beobachtungen von Beer und Mädler.

(As. Nach. B. 12).

	R	*b*	*N*	Bemerkungen.
20	$9^h55^m26^s,5$	+ 5	432 u. 456	Zwei dunkle Flecke, deren relative Lage sich nur wenig änderte.

Note. Nach der Beschreibung der Flecken zu urtheilen scheint die angegebene Breite zu klein zu sein. Die Verfasser schreiben nämlich: «Gegen Ende December wurde die Intensität der beiden Mittelstreifen merklich ungleich, so dass der nördliche, der die Flecken zeigte, schwächer und schmäler erschien». Wenn man die systematischen Messungen der Lage der Ränder vom Aequatorialgürtel ansieht, so scheint es, dass im Mittel die Ränder etwa in 10° Jov. Breite liegen. Die Tabelle giebt die Breiten des Aequatorialgürtels, wie sie aus den Messungen von Lohse und Bredichin seit 1870 bis 1881 abgeleitet sind. (Pub. des A. P. O. zu Potsdam und Ann. de l'Observ. de Moscou.).

		S	N	N—S
Lohse	1870	—11°,2	+ 7°,7	18°,9
»	71	—10,6	+ 6,7	17,3
»	71	—10,0	+ 8,5	18,5
»	72	— 7,6	+ 7,5	15,1
»	73	—15,8	+ 9,3	25,1
Bredichin	74	—15,5	+ 9,3	24,8
»	75	—12,1	+24,7	36,8
»	76	—16,6	+12,9	29,5
»	77	— 7,9	+12,2	20,1
»	78	—16,2	+ 8,4	24,6
»	79	—12,9	+ 5,9	18,8
»	80	—13,3	+ 4,7	18,0
»	81	—13,0	+ 3,0	16,0

Beobachtungen von Airy.

	R	*b*	*N*	Bemerkungen.
21	$9^h55^m21^s,3$	—	255	Schwarzer Fleck über dem nördlichen Streifen.

Zeichnungen von Lassel.

(Mont. Not. v. XIX, № 2.)

	R	*b*	*N*	Bemerkungen.
22	$9^h55^m,8$	— 17	41	Kurzer dunkler Fleck.
23	9 55,8	— 17	41	Etwas länger als der vorige Fleck.

Beobachtungen von Gledhill 1869—70.

(Observatory № 33, 1880).

	R	*b*	*N*	Bemerkungen.
24	$9^h55^m34^s$	— 20	251	Elliptisch ringförmiger Fleck.

Zeichnungen von Birmingham 1869—70—71.

(Ast. Nach. Bd. 77).

	R	*b*	*N*	Bemerkungen.
25	$9^h56^m,2$	— 20	65	Ende eines dunklen Streifens.
26	9 55,7	— 10	128	Drei Knoten an der südlichen Grenze des Aequatorialgürtels.
27	9 57,2	— 14	19	Ein kurzer Streifen mit Knoten dem Südpol zugewandt.
28	9 55,7	— 11	31	—

Auf den Zeichnungen 7, 25 unter 30 findet man ein Detail, welches zur Bestätigung der beschleunigten Rotation des Aequators dienen kann. In der Südhalbkugel trennt sich nämlich vom Aequatorialstreifen ein enger dunkler Streifen, ähnlich dem Rauch aus einem beweglichen Schornstein.

Zeichnungen von Lohse.

(Beob. zu Bothkamp).

	R	*b*	*N*	Bemerkungen.
29	$9^h51^m,2$	— 3°	5	Drei helle Flecken, von denen der mittlere sich am wenigsten verändert hat.
30	9 54,4	— 35	5	Drei Querstreifen zwischen zwei Nordstreifen.
31	9 48,2	+ 6	27	Ein Ausläufer am nördlichen Rand des Aequatorialstreifens.
32	9 56,8	+ 14	10	Ein kurzer Streifen zwischen dem Aequatorial- und Nordstreifen. Am letzten Beobachtungstage ist der Streifen länger geworden.
33	9 55,3	+ 31	24	Ein dunkler Streifen.
34	9 55,7	+ 22	24	Ein Knoten in dem nördlichen Streifen.
35	9 56,0	+ 18	24	Ein gekrümmter Streifen.
36	9 51,9	+ 8	12	Ein heller Busen am nördlichen Rande des Aequatorialstreifens.
37	9 48	+ 4	15	Zweifelhaft identificirt.
38	9 55,8	— 9°...— 20°	17	Dünner Streifen, schräg zum Aequatorialstreifen. Rotationszeit des Ende — 9° angegeben.
39	9 54,7	+ 15	17	Ein Streifen vom nördlichen Rande des Aequatorialstreifens bis zum Nordstreifen.
40	9 54,5	— 9	17	Ein dunkler Streifen schräg zum Aequatorialstreifen. Rotation nach dem Ende — 9° abgeleitet.

Bestimmungen von Lohse.

(Pub. des A. P. O. zu Potsdam).

	R	*b*	*N*	Bemerkungen.
41	$9^h55^m20^s$	— 30	151 Tage.	Dunkler Streifen.
42	9 50 8	—	500 Umdr.	Ein weisser Fleck im Aequatorial-

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 127.

	R	b	N	
				streifen, aus Beobachtungen während 1879—80—81 abgeleitet; derselbe Fleck wurde auch von Denning, Kortazzi und Hough zur Bestimmung von R benutzt. Unten werden wir diese Bestimmungen näher betrachten.
43	$9^h55^m35^s$	+ 17°	166	Helle Wolke; wenn sie mit einem ähnlichen Gebilde, welches 1880 beobachtet war, identisch ist, so erhält man $R = 9^h55^m27^s.4$ aus 900 Umdr.
44	9 55 32	+ 34	99	Dunkler Fleck.
45	9 55 42	—	159	Heller Fleck in der nördlichen Polarzone.

Der rothe Fleck wird besonders betrachtet.

Bestimmungen von J. Schmidt.

(As. Nach. № 1978 und 2353).

	R	b	N	Bemerkungen.
46	$9^h55^m25^s.7$	—	—	Isolirter nördlicher Fleck *x*.
47	9 55 17,2	—	128 92	Südlich vom grossen Südstreifen, bildete in Zwischenstreifen eine scharfe Ecke *α*.
48	9 52 55	—	22	Ein grosser runder weisser Fleck *m* im Nordstreifen.
49	9 51 5	—	80	Ein dunkler Fleck im Südstreifen.
50	9 51 18	—	—	Fleck β im Südstreifen.
51	9 52 8	—	—	Weisser Fleck im Nordstreifen.
52	9 55 18	—	138	Weisser runder Fleck im Nordstreifen.
53	9 55 39	—	17	Weisser Fleck im Nordstreifen.
54	9 54 51	—	51	Dunkler Fleck im Nordrande des Südstreifens.
55	9 47 und 9 50	+ 25	—	Dunkle Punkte im feinen Nordstreifen (Vergl. Beob. von Bredichin, Kortazzi, Denning etc.).
56	9 55—56	+ 45	—	Dunkler Punkt *z* in einem der sehr feinen Nordstreifen.

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 128.

	R	*b*	*N*	Bemerkungen.
57	$9^h50^m,0$	— 8°	—	Heller Fleck *f* nahe der inneren Kante der südlichen Grenze des Aequatorialstreifens.
58	$9^h56^m7^s$	—	—	Eine dunkle gegen den Aequator vorspringende Spitze im Nordrande des Südstreifens.

Schmidt bemerkt, dass die Flecken, welche in den Streifen zu sehen waren, so schnell ihr Aussehen änderten, dass es oft unmöglich war, sie zu identificiren.

Beobachtungen von Ross.

(Mont. Not. v. XXXIV, № 5).

	R	*b*	*N*	Bemerkungen.
59	$9^h55^m14^s$	−18°...−22°	—	Ein weisser Streifen.
60	9 55 4	+ 12	70	Ein weisser Streifen.
61	9 54 55	+ 12	70	Ein weisser Streifen.

Zeichnungen von Knobel.

(Mont. Not. v. XXXIV, № 8).

	R	*b*	*N*	Bemerkungen.
62	$9^h50^m\ 5^s$	+ 9°,7	73	Weisser Fleck zwischen dem Aequator und dem nördlichen Rand des Aequatorialstreifens.
63	9 54,7	— 35	41	Die Enden eines dunklen Streifens.
64	9 55,4	— 16		
65	9 55,3	— 31	82	Weisser Fleck mit einem Ausläufer gegen den Aequatorialstreifen.
66	9 54,5	—	58	Ein dunkler Ausläufer zwischen 2 hellen Streifen der Aequatorialzone.
67	9 55,6	— 31	94	Weisser Fleck im südlichen dunklen Streifen.
68	9 54,5	— 19	29	Ein schräger dunkler Streifen zwischen dem Aequatorialstreifen und einem dunklen Streifen in der Südhalbkugel.
69	9 55,1	— 19	94	Eine dunkle Brücke zwischen dem Aequatorial-und Südstreifen—31°.

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 129.

Zeichnungen von Bredichin.

(Ann. de l'Obs. de Moscou v. II—IX).

	R	*b*	*N*	Bemerkungen.
70	9^h54^m	— 34°	58	Mehrere Ausläufer zum Südpol gerichtet (1874).
71	9 50,9	+ 4	56	Weisser Fleck (1875).
72	9 50,8	— 4	56	Weisser Fleck (1875).
73	9 50,2	+ 11°	73	Weisser Ausläufer aus dem nördlichen weissen Streifen in die Aequatorialzone (1876).
74	9 50,1	0	73	Runder Fleck (1876).
75	9 52,1	— 13	34	Drei Ausläufer auf dem südlichen Rand der Aequatorialzone.
76	9 53,5	0	2	Weisser Fleck (1879).
77	9 52,8	0	2	Weisser Fleck.
78	9 52,6	0	12	Weisser Fleck.
79	9 52,1	0	7	Ein Riss eines in der Aequatorialzone befindlichen Streifens.
80	9 54,6	— 28	2	Kleiner weisser Fleck.
81	9 47,7	+ 6	7	Weisser Streifen.
82	9 49,7	— 3	14	Weisser Fleck.
83	9 48,4	— 5	7	Ende eines Streifens.
84	9 52,0	0	19	Weisser Fleck.
85	9 53,4	— 7	5	Weisser Fleck (1880).
86	9 53,3	— 6	5	Weisser Fleck.
87	9 55,6	— 10	77	Ein gegen den Aequatorialgürtel geneigter Streifen.
88	9 45	+ 22	—	Schwarze runde Flecken (Vrgl. Schmidt, Denning etc.).
89	9 55,6	— 10	1190	Enger schmaler Streifen dicht am südlichen Rande der Aequatorialzone (1881).
90	9 50,1	0	7	Weisser Fleck.

Beobachtungen von John Brett.

(1876. Mont. Not. XXXVI, № 8).

	R	*b*	*N*	Bemerkungen.
91	$9^h51^m19^s$	0	29	Zwei weisse Flecke.
92	9 48 7	0	17	Dieselben Flecke zu einer 2-ten Periode.

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 130.

Beobachtungen von Kortazzi.

	R	b	N	Bemerkungen.
93	$9^h54^m-52^m-49^m,9$	—	—	Weisse Flecke in der Aequatorialzone.
94	$9^h50^m27^s$	— 9	—	

Der rothe und weisse Flecken sind besonders discutirt.

Bestimmungen von Trouvelot.

(Proc. of the Amer. A.).

	R	b	N	Bemerkungen.
95	$9^h47^m\ 0^s$	—	5	Ein Detail im nördlichen Theile der Aequatorialzone.
96	2 0	—	½	
97	9 55 40	—	576	Ein Fleck am südlichen Rande des Aequatorialstreifens.
98	9 55 37	—	2076	Ein Fleck am südlichen Rande des Aequatorialstreifens.
99	9 51 8	—	202	Heller wolkenartiger Fleck in der Aequatorialzone.
100	9 47 6	—	49	Schwarze runde Flecke (Vrgl. Bredichin, Schmidt etc.).
101	9 47 31	—	66	Einer, von den vorigen, den man besser verfolgen konnte.
102	9 52 53	—	34	Weisser Fleck in der Aequatorialzone.
103	9 52 15	—	24	Weisser Fleck am südlichen Rande des Aequatorialgürtels.
104	9 55 23	—	68	Grauer Streifen etwas südlicher als der rothe Fleck.
105	9 55 15	—	164	Grosser gräulicher Fleck in derselben Zone wie der vorige.

Beobachtungen von Barnard und Denning.

	R	b	N	Bemerkungen.
106	$9^h55^m31^s,5$	— 22°	348	Weisser Fleck.

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 131.

Beobachtungen von Stanly Williams.

(Observatory № 60).

	R	*b*	*N*	Bemerkungen.
107	$9^h55^m13^s,8$	—	—	Ende eines dunklen Streifens in der Südhalbkugel.
	9 49	—	—	Sechs runde dunkle Flecke (vergl. Schmidt, Bredichin, etc.).

Rotationszeit des rothen Flecks.

Ich gebe hier die Werthe, welche H. Sternberg aus einer sehr grossen Zahl verschiedener Beobachtungen erhalten hat. (Ann. de l'Obs. de Moscou 2^me Série, v. I, L. 2).

1879	$R = 9^h55^m35^s,1 \pm 0^s,05$	
80	$35,0 \pm 0,02$	
81	$36,1 \pm 0,03$	
82	$37,3 \pm 0,06$	
83	$38,1 \pm 0,04$	
84	$39,2 \pm 0,03$	
85	$40,1 \pm 0,08$	
86	$40,1 \pm 0,06$	
87	$40,6 \pm$ —	
88	$43,9 \pm 0,40$	Barnard, Holden.

Wie man sieht, hat sich die Rotationszeit im Zeitraum von 9 Jahren etwas vergrössert. Über die Lage in der Breite während der Zeit lässt sich mit Sicherheit nichts sagen. Die vorhandenen Daten dazu, welche sich übrigens nur über 4 Jahre erstrecken, sind:

	Lohse.	Bredichin.	Kortazzi.	Ricco.	Niesten.
1879	— 20°,7	— 21°,7	— 20°,1	—	— 22°,6
80	— 22,6	— 22,4	— 20,3	—	— 20,9
81	— 21,2	— 22,6	— 21,3	—	— 17,2
82	—	—	— 21,9	— 23,4	—

Oder im Mittel

1879	— 21°,3	
80	— 21,5	
81	— 21,7	Bestimm. von Niesten ausgeschlossen.
82	— 22,6	

Der Schluss auf eine Zunahme der Breite mit der Zeit wäre zu frühzeitig.

Der Fleck verschwindet allmählich und ist während der letzten Zeit nur durch mächtigere Fernröhre zu sehen. Auf der Lick-Sternwarte beobachtete man ihn noch im Jahre 1889. Denning sah ihn in 1890; er erklärt (Observatory, № 110, 1886), dass der Fleck periodisch verschwand und wieder erschien und dass dieses Verschwinden durch dunkle Streifen entsteht, welche über ihn hinziehen und eine schnellere Rotationszeit besitzen als er. Das Verschwinden wurde nach 786, 781 und 804 Tagen beobachtet und hieraus folgt die Rotationsdauer der verdeckenden Streifen $= 9^h55^m16^s—18^s$.

Rotationszeit des weissen Flecks in der Aequatorialzone.

Lohse findet im Zwischenraume von 1879 bis 1881

$R = 9^h50^m10^s7$

Hough 1879 — 82 $R = 9\ 50\ 9{,}8$.

Denning vereinigt seine eigenen Beobachtungen mit denen von Schmidt, Corder, Dennet, Barnard und Anderen und findet für

1880	$R =$	$9^h50^m\ 7^s$ (Auch Kortazzi).
1881		9 50 3,5
1884		9 49 28,9 und $9^h49^m47^s3$ (Observatory № 93, 94).

Seit Januar 1885 ist dieser Fleck verschwunden.

Man sieht also, dass die Rotationszeit dieses Gebildes mit der Zeit kleiner wurde — gerade das Gegentheil von dem, was für den rothen Fleck gefunden war.

Die gegenseitige Rotationszeit des rothen und des weissen Flecks änderte sich, nämlich sie war

1879	44^d	2^h	aus Niesten's Beobachtungen.
80	45	—	aus Denning's Bestimmungen.
»	$44\frac{1}{2}$		» » »
81	45	3	» » »
»	43	23	» » »
82	45	4	» » »
»	44	15	» » »

Alle von mir gesammelten Rotationszeiten habe ich in Zonen je von 5° zu 5° vertheilt. Beide Halbkugeln wurden zuerst zusammen behandelt. Diejenigen, bei denen die Angabe der Breite mangelhaft ist, gebe ich in besonderen Columnen. Es sind: «Die Aequatorialzone», «Rand der Aequatorialzone» und «Unbekannte Lage».

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 133.

Tab. A.

0°—5°	№	Umdr.	Breite
9^h51^m	2	—	—3°...—6°
51	4	—	0
51	5	—	0
51.5	11	12	0
51.5	12	22	+ 5
51.2	29	5	— 3
48	37	15	+ 4
50.9	71	56	+ 4
50.8	72	56	— 4
50.1	74	73	0
53.5	76	2	0
52.8	77	2	0
52.6	78	12	0
52.1	79	7	0
49.7	82	14	— 3
48.4	83	7	— 3
52.0	84	19	0
50.1	90	7	0
49.7	91	92 46	0
50.7	Stan.Wil.	5F.	+ 4

5°—10°	№	Umdr.	Breite
9^h55^m	9	17	— 7°
55.4	10	12	— 7
50.5	16	17	+ 6½
55.4	20	426	+ 5
48.2	31	27	+ 6
51.9	36	12	+ 8
55.8	38	17	— 9
54.5	40	17	— 9
50.0	57	—	— 8
50.5	62	73	+10
47.7	81	7	+ 6
53.4	85	5	— 7
53.3	86	5	— 6
50.5	94	—	— 9
50.4	Stan.Wil.	21F.	— 8

10°—15°	№	Umdr.	Breite
$9^h55^m.7$	3	—	+10°...+12°
55.6	18	242	+12
55.7	26	128	—10
57.2	27	19	—14
55.7	28	31	—11
56.8	32	10	+14
54.7	39	17	+15
55.1	60	70	+12
54.9	61	70	+12
50.2	73	73	+11
52.1	75	34	—13
55.6	87	77	—10
55.6	89	1190	—10
55.6	Stan.Wil.	17F.	+12

15°—20°	№	Umdr.	Breite
$9^h55^m.3$	17	250	—20
55.8	22	41	—17
55.8	23	41	—17
55.6	24	251	—20
56.0	35	24	+18
55.6	43	166	+17
55.4	64	41	—16
54.5	68	29	—19
55.1	69	94	—19

20°—25°	№	Umdr.	Breite
$9^h56^m.2$	25	65	—20
55.7	34	24	+22
55.2	59	—	—13...—22
55.5	106	348	—22
55.6	Rot.Fl.	—	—22
(48	101	66	+22)

25°—45°	№	Umdr.	Breite
$9^h55^m.4$	19	3Beob.	+30
54.4	30	—	—35
55.3	41	30	—30
55.5	44	99	+34
55.5	56	—	+45
54 7	63	41	—35
55.3	65	82	—31
55.6	67	94	—31
54	70	28	—34
54.6	80	2	—28
55.3	Stan.Wil.	3F.	—30

Aequatorialzone

9^h50^m	7	—
51		
52.9	48	—
51.1	49	—
51.3	50	—
52.1	51	—
55.3	52	—
55.6	53	—
56.1	58	—
54	93	—
52		
49.9		
47	95	5
51.1	99	202
52.9	102	34

Rand der Aequatorialzone

9^h53^m	6	—
54.8	54	—
55.7	97	576
55.6	98	2076
55.2	103	24

Unbekannte Lage

$9^h55^m.2$	107	
55.5	106	
55.4	104	
55.2	105	
55.7	45	
55.4	36	
55.3	47	
55.4	21	
2 0	96	
7 7	15	

Die eingeklammerten Zahlen sind als sehr unsicher anzusehen.

Verwirft man hier die Schröter'sche Rotationszeit 7^h7^m, die Trouvelot'sche 2^h und die der kleinen runden dunklen Flecken auf der Breite 22°, so lehrt die Tafel Folgendes: Die Rotationszeiten zerfallen in zwei Classen: 1) Solche, sehr nahe an 9^h50^m und 2) 9^h55^m. Beide zeigen sich nicht gleich oft auf der ganzen Oberfläche des Planeten. Die ersteren erscheinen vor-

wiegend in der Zone 0°– 5°. Die letzteren allein in der Zone von 10°– 45°. Nur in der Zone 5°—10° kommen beide nebeneinander vor ohne allmählichen Übergang der einen in die andere, sondern vermischt. Dasselbe findet sich auch in der Columne «Aequatorialzone» ausgesprochen und ist erklärlich, da die Breite der Aequatorialzone nicht selten über 15° beobachtet war. Also verfallen von selbst die 5-gradigen Zonen von 10° bis 45°, da kein wesentlicher Unterschied in den Rotationszeiten zu bemerken ist. Das fand Hough (Chicago) aus seinen Beobachtungen im Jahre 1880—81.

Die ausgeschlossenen 3 Rotationszeiten können wie Erscheinungen besonderer Art angesehen werden. Es kommen noch etwa 3^m abweichende Rotationszeiten für die Zone 0°—5° vor, die aber nur aus 2 Rotationen bestimmt sind. Trennen wir die Halbkugeln und die Rotationszeiten besonders zu Zonen von 5° zu 5°, so erhalten wir die folgende Tafel.

Tab. B.

Nördliche Breite.

0°—5°	№	Umdr.	Breite	5°—10°	№	Umdr.	Breite	10°—15°	№	Umdr.	Breite
$9^h51^m.5$	12	22	+ 5°	$9^h50^m.5$	16	17	$+6\frac{1}{2}°$	$9^h55^m.7$	3	—	+10°...+12°
48	37	15	+ 4	55.4	20	426	+ 5	55.6	18	242	+12
50.9	71	56	+ 4	48.2	31	27	+ 6	56.8	32	10	+14
50.7	Stan. Wil.	5F.	+ 4	51.9	36	12	+ 8	54.7	39	17	+15
				50.5	62	73	+10	55.1	60	70	+12
				47.7	81	7	+ 6	54.9	61	70	+12
								50.2	73	73	+11
								55.6	Stan. Wil.	17F.	+12
15°—20°				20°—25°				25°—45°			
$9^h56^m.0$	35	24	+18	$9^h55^m.7$	34	24	+22	$9^h55^m.4$	19	3Beb.	+30
55.6	43	166	+17	48	101	66	+22	55.5	44	99	+34
								55.5	56	—	+45

Südliche Breite.

0°—5°				5°—10°				10°—15°			
9^h51^m	2	—	—3°—6°	9^h55^m	9	17	— 7°	$9^h55^m.7$	26	128	—10°
51.2	29	5	— 3	55.4	10	12	— 7	57.2	27	19	—14
50.8	72	56	— 4	55.8	38	17	— 9	55.7	28	31	—11
49.7	82	14	— 3	54.5	40	17	— 9	52.1	75	34	—13
48.4	83	7	— 3	50.[illegible]	57	—	— 8	55.6	87	77	—10
				53.4	85	5	— 7	55.6	89	1190	—10
				53.3	86	5	— 6				
				50.5	94	—	— 9				
				50.4	Stan. Wil.	21F.	— 8				
15°—20°				20°—25°				25°—45°			
$9^h55^m.3$	17	250	—20	$9^h56^m.2$	25	65	—20	$9^h54^m.4$	30	—	—35
55.8	22	41	—17	55.2	59	—	—13—22	55.3	41	30	—30
55.8	23	41	—17	55.5	106	348	—22	54.7	63	41	—35
55.6	24	251	—20	55.6	Rot. F.	—	—22	55.3	65	82	—31
55.4	64	41	—16					55.6	67	94	—31
54.5	68	29	—19					54	70	28	—34
55.1	69	94	—19					54.6	80	2	—28
								55.3	Stan. Wil.	3F.	—30

Die Vergleichung dieser Tafel mit Tafel A zeigt uns einen Unterschied in der Vertheilung der Rotationszeiten und zwar in der Zone 5°—10°. Die Rotationszeiten mit 9^m50^m fallen nämlich vorwiegend in die nördliche, die mit 9^h55^m dagegen in die südliche Halbkugel. Daraus könnte man vielleicht auf eine unsymmetrische Lage der Zone der Rotationszeiten mit 9^h50^m gegen den Aequator schliessen so, dass sie grösstentheils in der nördlichen Halbkugel liegt.

Tafel C giebt die graphische Darstellung der Vertheilung der Rotationsgeschwindigkeiten pro Stunde, die Abscissen stellen die Breiten, die Ordinaten — die Rotationsgeschwindigkeiten ξ vor.

Es scheint sonach der grösste Theil der Jupiteroberfläche mit ziemlich constanter Geschwindigkeit zu rotiren und nur ein enger Gürtel voranzueilen. Wenn man für diesen letzten die Rotationszeit $9^h50^m,5$ annimmt, so wird er einen ganzen Umlauf gegen den Planeten in $46^d,875$ machen.

Diese hier erhaltene Vertheilung der Rotationszeiten findet eine Bestätigung in den neuesten Beobachtungen von Keeler, die am 36-Zöller der Lick-Sternwarte im Jahre 1889 gemacht wurden.

Auf den Zeichnungen der Jupiterscheibe, die von diesem Astronom herrühren (Himmel und Erde 1890, H. 11 und 12), sieht man merkwürdige Details in Form von engen weissen Streifen zu beiden Seiten des hellen breiten Aequatorialgürtels. Sie haben das Aussehen einer aus dem Aequatorialgürtel ausfliessenden Materie, welche von der nebenliegenden, langsamer rotirenden Oberfläche des Planeten von der Quelle zurückgehalten wird. Die Ränder des hellen Aequatorialgürtels reichen nach den Zeichnungen zu urtheilen in der südlichen Halbkugel bis zur Breite 3°,5—6°, in der nördlichen bis 9°. Dies harmonirt mit dem, was für die Lage der Zone der kleinen Rotationszeiten folgte — dass sie vorwiegend in die nördliche Halbkugel fiele. Ich führe ein Citat aus dem Artikel von Keeler über diese Erscheinung an:

«Die Lichtfäden, welche von beiden Seiten des Aequatorialgürtels in die anliegenden rothen Streifen hineinreichten, waren das wunderbarste und interessanteste Object in dieser Region . . . . . Sie zeigen sich in allen Zeichnungen. Nahe an der Verbindung mit dem Aequatorialgürtel waren diese Fäden weiss und scharf begrenzt. . . . . Waren diese Fäden lang, so waren sie unveränderlich stets nach dem nachfolgenden Rand der Jupiterscheibe gerichtet, und nach allen Beobachtungen zu schliessen, stellten sie Wolkenmassen dar, welche, von den Rändern der Aequatorialzone nach aussen strömend, allmählich hinter dem voraneilenden Strom der Aequatorialzone zurückblieben. Wenn das die wahre Natur der langen Wolkenfäden auf den rothen Streifen ist, so folgt daraus, dass von der Aequatorialzone ein Abströmen nach aussen stattfinden muss, und in einigen Fällen

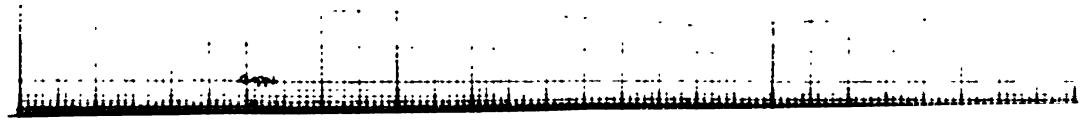
Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 186.

konnte ein solcher Strom auch durch Beobachtungen erhöhter Punkte oder Knoten auf den Fäden konstatirt werden». Spuren solcher Fäden kann man auch auf Zeichnungen anderer Beobachter, z. B. von Birmingham, von Denning (The Journ. of the Liv. A. S. v. VI, 1888 und v. VI, 1887) u. s. w. sehen.

Das behandelte Material zeigt eine Ähnlichkeit in der Rotation des Jupiter und der Sonne nur insofern, als bei beiden der Äquatorialgürtel sich schneller bewegt; im Übrigen aber stellt die Rotation des Planeten eine Erscheinung dar, die ohne äussere Ursachen schwer zu erklären wäre. Vielleicht ist es eine Erscheinung, zu vergleichen, wie Schröter schon gethan hat, den Passaten und Antipassaten der Erdatmosphäre, in der Nähe des Aequators, wo sie über den Ocean hin dem Aequator nahe parallel sich bewegen? Dazu müsste man eine Annahme machen, die für die Erde nicht statt hat, dass nämlich die Atmosphäre des Jupiter dicke Wolken in der Höhe der Antipassaten hat.

Erklärt sich vielleicht ferner die oben hervorgehobene Unsymmetrie der Gebilde auf der Jupiterscheibe ganz wie bei der Erde durch besondere Vertheilung von Materie auf den Halbkugeln, auf welche die Sonnenwärme verschieden einwirkt?

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 137.



MÉLANGES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

TIRÉS DU

BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG.

TOME VII.

Sur les Perséides observés en Russie en 1890. Par Th. Bredichin. (Lu le 10 avril 1891).

(Avec une planche).

1.

L'année passée, c'est à dire en 1890, j'ai proposé à quelques uns de nos astronomes d'observer avec soin le célèbre courant des Perséides, et ils ont bien voulu prendre part à ces observations: à Poulkovo — Mrs. Batchinsky, Bélopolsky, Wittram, Iveronoff, Koslovsky, Lindemann, Morine, Renz et Schroeter; à Ostrogojsk — M. Rjevsky, à Kinechma (Pogost) — M. Kostinsky, à Moscou — M. Pokrovsky, et à Libavá — M. le prof. Ceraski.

Le temps a été mauvais le 12 et le 13 août et peu favorable du 1 au 9 août.

Les observateurs se sont servis de la carte d'étoiles publiée par M. Ceraski dans les Annales de l'observatoire de Moscou pour l'époque de 1855.0. D'après les coordonnées des météores notées sur cette carte, les trajectoires de ces météores ont été tracées sur la carte connue de M. Lorenzoni, et puis leurs prolongements sur cette carte m'ont servi à la recherche des radiants. Ce travail est exécuté par Mrs. Bélopolsky et Morine qui ont tracé les cartes séparées pour chaque station et chaque nuit. Les météores du 10 août observés à Poulkovo, vu leur grand nombre, sont portés sur deux cartes. —

Dans l'exposé d'observations on trouve dans les deux premières colonnes les numéros courants des météores et le temps moyen de Poulkovo; les deux colonnes suivantes donnent les coordonnées α et δ de l'apparition des météores et puis les deux dernières colonnes présentent les coordonnées de leur disparition. A Poulkovo, un grand nombre de météores furent observés par plusieurs observateurs chacun; les coordonnées dans ces cas sont les moyennes arithmétiques de toutes les positions de chaque météore, et le nombre correspondant d'observateurs figure à la suite de la sixième colonne. A la fin on trouve quelques notes éparses concernant l'aspect des météores.

Note. Les numéros rayés par les observateurs sont omis et ne figurent plus ni dans la table, ni dans les radiants.

1890.

Ostrogojsk.

		Apparition.		Disparition.		
Août 6. №		α	δ	α	δ	
1.	8^h58^m	38.°1	39.°2	37.°0	35.°0	
2.	9 6	67.5	57.4	83.0	57.0	
3.	24	8.7	25.4	3.0	20.5	
4.	43	23.0	60.7	21.5	65.6	
5.	46	350.0	44.0	353.8	38.0	
6.	10 13	26.5	22.5	23.4	17.0	
7.	18	50.8	50.4	57.0	47.4	
8.	20	40.9	41.0	43.2	34.4	
9.	21	30.9	65.8	37.0	62.0	
Août 7.						
1.	8^h28^m	7.5	29.5	2.3	26.0	
2.	35	13.0	34.0	20.4	28.0	brill.
3.	41	7.0	49.0	358.7	46.6	brill.
4.	9 6	43.9	43.2	46.0	41.0	
5.	11	24.0	29.5	21.5	25.0	
6.	38	26.0	61.8	10.0	61.9	
7.	10 3	112.0	48.5	80.0	46.0	très brill.
8.	5	45.0	40.0	48.0	36.2	
Août 8.						
1.	9^h8^m	24.7	25.8	34.0	21.2	
2.	13	47.8	57.5	54.1	55.7	
3.	15	44.9	38.4	43.0	35.0	
4.	16	26.5	40.4	20.6	36.2	
5.	52	53.1	49.9	61.8	45.0	
6.	55	30.0	41.8	37.1	44.7	
7.	59	69.1	55.8	82.0	54.3	
8.	10 2	25.8	36.6	25.1	30.1	
9.	5	27.0	63.6	34.0	68.1	
10.	11	11.0	36.8	7.8	33.5	
11.	13	23.8	30.8	29.2	33.0	
12.	16	20.0	47.6	15.0	46.8	
13.	21	50.4	49.1	59.5	48.1	
14.	30	14.6	39.0	34.5	52.5	
15.	49	68.1	43.1	76.3	38.7	
16.	50	16.0	35.0	14.0	39.0	
17.	56	47.2	57.0	50.3	62.6	
18.	11 25	43.6	37.5	44.0	33.0	

		Apparition.		Disparition.		
Août 10.		α	δ	α	δ	
№						
1.	8ʰ34ᵐ	2.0°	28.9°	2.0°	28.9°	
2.	10 34	28.1	54.9	29.0	46.0	
3.	40	23.5	39.8	14.0	34.9	
4.	41	23.0	28.6	20.0	21.0	
5.	46	48.0	48.5	46.5	46.4	
6.	47	29.0	20.0	26.4	12.2	très brill.
7.	51	60.5	46.4	61.0	44.0	
8.	54	35.1	62.2	58.0	79.0	traînée 3′
9.	55	37.5	50.0	36.1	47.0	
10.	11 5	25.5	23.5	23.4	18.5	
11.	6	31.9	66.2	34.0	73.5	brill.
12.	9	36.4	21.0	33.5	14.2	
13.	13	57.5	38.4	59.9	32.0	
14.	18	74.5	45.5	82.0	40.4	brill.

Libava.

Août 8.						
1.	10ʰ58ᵐ	28.8	25.4	33.3	22.5	
2.	11 58	5.0	46.5	355.5	39.6	
3.	12 20	49.3	43.8	50.0	39.0	
4.	26	35.9	32.7	35.1	28.5	
5.	33	13.0	56.8	19.0	62.6	
6.	34	45.0	57.6	50.8	60.5	
Août 9.						
1.	10ʰ35ᵐ	36.9	39.4	38.5	35.7	
2.		51.3	44.4	52.3	40.4	
3.	40	14.0	36.0	6.2	29.7	1 grand.
4.	58	1.4	20.3	359.5	17.0	
5.	11 27	355.4	23.3	352.4	20.0	
6.		358.2	31.0	355.5	28.1	
7.	46	37.1	23.9	33.3	10.2	2 gr. lent.
8.		39.8	38.0	38.6	34.1	
9.		82.0	36.1	83.3	33.6	
10.	12 4	33.0	30.5	33.5	25.7	
11.	36	78.0	45.1	78.9	43.0	
12.		42.5	37.0	40.4	31.3	2 grand.
13.		35.5	25.5	35.6	19.4	
14.		96.3	57.5	101.0	56.5	

Août 10.

№		Apparition. α	Apparition. δ	Disparition. α	Disparition. δ	
1.	10ʰ26ᵐ	19.5°	51.9°	16.8°	50.7°	
2.	37	353.5	21.0	7.6	11.4	1 gr. bl. cl.
3.	55	22.3	41.4	20.3	39.3	
4.	11 14	30.7	64.0	35.0	62.7	
4 bis		31.9	39.0	33.6	37.0	
5.		73.6	59.4	87.0	58.4	
6.		72.1	61.1	78.0	61.4	
7.	23	52.0	27.0	52.9	25.0	
8.		75.9	39.0	78.7	35.5	
9.		25.0	71.4	23.0	74.4	
10.	56	25.0	39.2	29.8	36.5	
11.		339.0	65.0	330.0	65.1	
12.	12 4	73.2	43.6	76.1	40.7	
13.	8	357.0	25.9	4.8	23.3	
14.		60.0	25.0	61.0	23.0	
15.	19	82.3	46.5	89.0	41.8	1 gr. bl. cl.
16.		32.5	12.8	30.6	9.5	
17.		28.5	23.5	24.7	17.0	
18.		71.0	49.0	73.5	47.4	
19.		44.5	34.4	44.0	32.0	
20.	40	25.0	21.3	21.5	15.0	1 grand.
21.		30.0	21.0	29.3	16.8	
22.	44	39.6	25.5	38.1	18.1	1 gr. bl. cl.
23.		78.1	39.6	78.3	38.3	
24.	58	26.5	21.0	25.0	13.0	1 gr. bl. cl.
25.		12.5	18.0	10.0	14.8	
26.		36.2	34.8	35.9	32.0	
27.		7.0	51.4	4.8	49.0	
28.	13 10	28.4	18.7	27.0	12.6	1,5gr.bl.cl.
29.		13.0	45.6	9.0	43.0	
30.		358.4	28.0	353.5	23.0	2 gr. bl. cl.
31.	17	30.8	22.5	28.3	16.2	
32.		36.9	46.8	33.7	42.0	1,5 grand.
33.		11.4	29.9	7.8	25.0	
34.		50.3	35.9	51.0	31.6	
35.	40	27.0	23.3	25.8	21.4	
36.		82.5	60.8	93.0	60.0	
37.		37.6	11.7	38.6	9.0	
38.	53	6.8	36.4	3.0	33.0	
39.	14 6	24.5	29.5	23.6	26.0	
40.		56.5	42.0	59.5	38.0	
41.		39.0	56.8	46.5	59.8	2,5 grand.

Poulkovo.

		Apparition.		Disparition.		
Août 9.		α	δ	α	δ	
№		°	°	°	°	
1.	10^h35^m	20.0	56.5	19.1	48.4	2
2.	37	15.5	48.5	19	44	
3.	40	86	56.5	94	50.5	
4.	11 8	21.5	45.5	16	36.6	
5.	11	39	64	41	69.8	
6.	12	49.2	60.0	33.2	65.5	2
7.		35	27.6	33.2	23.5	
8.	17	6.8	45.8	356.5	38.9	2
9.	18	359	51.4	354.2	41.6	
10.	19	70.4	51	82	48.3	
11.		69	60.5	75	60.2	
12.	26	19	63.2	343	65	
13.	31	23.5	54.0	13.4	52.1	2
14.	45	36.8	68.3	26.3	76.6	3
15.	45	10	41	6.7	37.8	
16.	52	316	61	313	60	
17.		19.8	48	11.6	45.5	
18.	55	352.3	46.0	348.4	42.7	3
19.	59	316.5	62.2	278.0	38.6	
20.	12 1	22.6	25.0	23	20.5	
21.	17	39.7	52.0	37.6	48.1	3
22.	18	30.5	26.2	28.7	22.0	3
23.	27	7.4	67.6	15.8	63	
24.		19	53	14.5	50.4	
25.	40	25	60	12	61	
26.	41	79.6	45	84.5	42	
27.	42	38.5	55.2	29.3	54	
28.	43	27.5	46.8	11.5	39.5	
29.	46	35.7	68	4.8	65	
30.	56	59.5	35.8	62.9	26.2	2
31.	56	45.5	47	47	39.3	
32.	13 17	3	53	12	54.2	
Août 10.						
1.	10^h35^m	41.6	66	80	54.5	
2.	35	27.6	26	28	21	
3.		56	34	53.5	31	
4.		54.2	43	58.2	38	
5.		31	53.7	26	53.2	
6.		74	52	80	50.7	
7.		41.8	46.7	41	45.4	
8.	51	350.7	47.2	348.1	43.1	3

Août 10.

№		Apparition. α	Apparition. δ	Disparition. α	Disparition. δ	
9.		6.3°	42°	359°	38°	
10.		38.5	43	36.7	40	
11.	10^h57^m	37.3	35.9	30.3	29.9	5
12.	57	83	44.7	93.5	42.5	2
13.	58	62.2	49.9	65.3	47.2	3
14.		42.8	36.8	36.4	24.3	
15.	11 0	54.3	49.2	56.1	46.3	2
16.	2	55.1	50.0	57.9	46.6	3
17.		49	58	47.6	52.4	
18.	5	15.5	24.2	15.2	20.1	2
19.		52	57.5	58	54	
20.	8	1.0	34.3	358.1	28.6	4
21.	11	85.4	44.4	91.9	39.2	3
22.		6	35.5	3.5	32.4	
23.	13	24.4	17.3	21.5	12.2	4
24.	13	37.2	45.8	35.5	38.9	2
25.	14	85.4	49.8	91	43	
26.	14	355	43	351.5	39	
27.	15	40.4	50.4	44.0	46.7	3
28.	18	358.2	41.4	355.4	36.7	5
29.	19	7.8	66.0	348.2	68.5	4
30.	20	72	35	78	34	
31.	21	83	47.7	91	47.2	
32.	23	50.2	29.3	50.0	23.9	5
33.	28	20.7	59.1	11.7	59.4	3
34.	33	22	51.3	17.8	48.0	
35.	34	29.3	47.5	20.5	39.0	6
36.	34	6.5	30.8	3.1	25.2	4
37.		356.5	58.5	340	47.5	
38.		10.7	19	8.4	15	
39.		6	57.5	2.5	55	
40.		89	58	94	58	
41.		27.8	45.4	23	38.8	
42.	36	24.9	56.3	17.0	54.9	4
43.		86	46.7	89.7	45.4	
44.		37.7	56.2	33	57	
45.	39	41.1	69.4	37.5	70.9	2
46.	40	326.5	63.4	313	60	
47.	42	32.6	18	32.3	14.5	2
48.	43	17.7	33.8	14.9	29.3	2
49.		33.5	54.7	28.4	53.8	
50.	44	61.1	42.8	63.4	37.5	
51.	46	40	70.5	36.5	75	
52.	50	37	51.8	33	48	

Août 10. №		Apparition. α	Apparition. δ	Disparition. α	Disparition. δ	
		°	°	°	°	
53.	11ʰ50ᵐ	18.5	39.5	1.4	31.0	
54.	51	20.5	61.6	5.6	60.1	2
55.	51	14.1	44.3	7.7	40.2	5
56.	54	73.5	54.9	86.0	53.3	3
57.	55	34.4	59.2	46.5	65	
58.	55	1.5	56.7	343	47	
59.	56	353.6	50.9	344.6	45.1	7
60.	57	30.0	34.5	26.2	29.8	2
61.		23.9	28	21.5	22.5	
62.		51.4	29.3	57.3	25.0	
63.		20	23	18.6	18.4	
64.		26.6	29.3	24	18	
65.		59.8	34	62.2	28.5	
66.		77.7	45.3	85	42	
67.	12 0	76.2	47.2	79.6	44.0	2
68.	0	31.4	33.0	29.7	28.7	2
69.	3	81.9	44.4	90.5	39.3	4
70.	4	38	68	31	73	
71.		28	73	27.5	78	
72.	4	79	45.2	84	43	
73.	5	46.7	35.0	46.5	31.1	3
74.	5	76.5	41.5	84	33.2	2
75.	7	11	60.6	5	64	
76.	10	81.3	43.6	86.7	39.5	5
77.	10	16.4	35.6	359	28.3	
78.	12	51.9	23.6	53.3	19.3	2
79.	12	351.7	43.0	347.3	41.2	2
80.	12	16	51.8	35.5	47	
81.	12	78	44.5	83	40.5	
82.	16	7.8	28.3	6.5	23.3	3
83.	16	331	63	324	61.6	
84.	16	52.4	27.5	53.4	18	
85.	17	14.8	34.	11.2	27	
86.	17	40	53.7	38.4	46.3	
87.	20	78.2	47.1	90.0	46.0	3
88.	22	11.0	58.0	360.7	60.6	7
89.	22	41	62	44	65.2	
90.	25	30	67.4	24	72.2	
91.	34	81.6	36.4	87.5	32.6	4
92.	34	62.2	24	63.5	20	
93.	35	32	36	24	26.4	
94.	39	29.2	31.1	24.6	21.4	4
95.	39	47.2	47	46	43.6	
96.	40	43.5	53.0	76	59.5	

Août 10.

№		Apparition. α	Apparition. δ	Disparition α	Disparition δ	
97.	12^h43^m	54°	46.8°	59.2°	41°	
98.	43	35	49.8	27.5	46.3	
99.	44	58	56	76	58.	
100.	44	43.1	57.4	75.9	58.1	4
101.		56	35	58	31.5	
102.		61.7	26.2	63.5	22.6	
103.	46	0.3	34.5	357.4	30.2	3
104.	46	12	49	1.5	36	
105.	47	59	26	61.2	21.5	
106.	46	41	53	68	51.2	
107.	48	51.9	53.4	66.5	50.3	4
108.	54	29.0	20.5	31.3	7.0	2
109.		57.6	34	59	29	
110.	58	29.6	45	25	41.5	
111.	13 0	40.5	51.3	39.4	45.7	3
112.	0	25.6	31	23.5	26.0	
113.	2	46.9	14.5	46	10	2
114.	5	19.9	59.8	11	60.0	3
115.	5	30	42	28.8	29	
116.	8	32.3	37.8	27.7	32.5	3
117.	10	34	67.4	32.5	69.7	
118.	10	46	39.2	42.7	20	
119.		77.6	27.7	79.8	22.2	
120.	10	39.4	32.6	37.7	26.5	
121.	10	40.5	53.2	39	58.2	
122.		50	53.5	61	60.5	
123.	10	41.5	37.2	35	26.5	
124.	11	35.5	35.5	34.2	31	
125.	12	16.4	36.5	4	21	
126.	14	12.5	32	3.5	21.5	
127.	15	54	43.5	56	33.5	
128.	15	9.7	23.0	7.7	18.7	3
129.		43.6	25	43.8	19.7	
130.		31	17.2	32.7	9.5	
131.		21.3	7.7	20.0	5	
132.	18	72.0	55.6	84.7	53.3	2
134.	24	55	34	56	22	
135.	26	43.4	52	33.5	33	
136.	30	54.3	31.6	54.7	25.2	4
137.	31	61.3	31.5	63.4	24.8	3
138.	31	35.3	35.3	34.2	33.5	3
139.	32	44	40	30.5	22	
140.	35	12.2	28.8	9	24	
141.	36	60	35.7	64.8	34.3	

	Août 10.	Apparition.		Disparition.		
№		α	δ	α	δ	
142.	13^h37^m	6.5°	32.5°	4°	28.6°	
143.	41	39.7	51.0	37.8	47.4	2
144.		19	56.7	9.4	55.3	
145.		38	38	36.5	33.3	
146.		27.3	17.3	24.0	9.0	
147.		28.7	24.4	28.0	19.	
148.	42	44.7	18.8	35.6	9.0	2
149.	44	61.5	58	70	59	
150.	45	29.1	24	23.2	17.3	2
151.	45	58.3	51.5	53	31	
152.	47	56	41	69.6	21	
153.	48	67.4	25.1	71.6	18.5	4
154.		42.8	58	50.5	65.5	
155.	50	41.0	55.0	32.0	45.0	2
156.	52	40.0	54.5	32.0	49.5	
157.		42	56.6	30.0	54.0	
158.	55	32.9	30.8	30.6	19.2	2
159.	55	28.9	15.2	26.3	8.5	2
160.	59	43.8	34.0	43.2	29.2	
161.	14 0	62.0	46.7	69.7	41.5	2
162.	0	43	55.3	73	40	

Pogost.

	Août 10.					
1.	9^h47^m	25.0	27.0	24.8	18.5	
2.	49	27.7	36.8	36.5	33.7	
3.	54	34.0	26.0	35.2	17.0	
4.	56	48.5	44.0	49.7	38.7	
5.	10 3	56.5	44.0	59.5	40.4	
6.	5	16.0	53.0	9.2	45.0	
7.	9	25.4	44.5	15.0	35.0	très brill.
8.	14	43.5	26.5	42.7	21.2	
9.	18	45.1	22.0	44.2	16.3	
10.	18	47.2	22.7	45.5	17.0	
11.	22	71.5	37.0	82.5	30.6	
12.	23	53.6	41.2	55.7	36.5	
13.	27	51.0	44.0	51.6	41.0	
14.	28	32.2	24.5	29.7	18.5	
15.	30	98.5	52.1	108.0	45.6	très brill.
16.	31	43.3	38.5	41.3	35.0	
17.	37	28.6	33.0	22.0	25.5	
18.	38	17.8	25.6	14.6	16.7	
19.	39	58.2	34.4	64.4	28.0	

		Apparition.		Disparition.		
Août 10. №		α	δ	α	δ	
20.	10^h46^m	104.5°	62.6°	128.0°	56.5°	très brill.
21.	49	40.8	26.0	43.3	20.0	
22.	52	52.0	41.8	53.6	35.4	
23.	53	56.4	29.6	58.4	23.5	
24.	57	53.3	41.0	52.6	34.0	
25.	11 2	17.3	29.5	12.2	18.5	
26.	8	88.8	47.0	97.5	40.4	
28.	11	28.0	20.6	24.7	14.9	
29.	13	25.5	17.3	26.2	8.0	
30.	22	24.5	26.5	21.0	17.4	
31.	22	24.0	37.0	20.6	30.0	
32.	28	26.5	64.5	14.5	66.5	
33.	28	67.0	35.0	71.0	28.3	
34.	32	44.0	41.8	42.0	38.0	
35.	32	64.5	40.0	65.0	32.0	
36.	36	83.0	39.0	87.9	34.5	
37.	42	68.5	61.0	81.2	62.4	
38.	46	26.8	35.8	22.5	28.0	
39.	47	30.0	44.1	26.7	39.7	
40.	49	54.3	45.0	55.0	41.0	
41.	12 6	48.7	31.4	54.5	24.2	
42.	9	34.7	28.8	33.0	23.0	
43.	15	38.8	52.5	35.5	48.3	
44.	18	32.0	67.0	27.0	70.0	
45.	23	86.0	55.5	98.3	58.0	
46.	26	57.2	42.3	59.8	37.3	
47.	29	75.0	66.8	104.5	66.2	
48.	32	40.0	38.0	31.7	27.0	très brill.
Août 11.						
1.	9^h58^m	71.5	63.2	92.6	66.0	
2.	59	69.0	41.8	77.4	35.8	
3.	10 2	67.5	54.5	73.2	50.7	
4.	3	65.3	41.8	68.5	33.0	
5.	10	17.4	40.5	16.3	45.3	
6.	12	47.0	63.0	46.0	65.0	très brill.
7.	16	28.8	36.0	23.5	25.0	
8.	26	48.6	34.5	49.0	27.5	
9.	26	57.9	22.5	59.6	15.5	
10.	28	33.0	41.5	25.1	33.8	
11.	31	23.2	31.5	18.4	25.5	
12.	32	50.5	34.0	52.0	24.5	
13.	34	34.3	41.5	30.4	35.5	

Août 11.

№		Apparition. α	Apparition. δ	Disparition. α	Disparition. δ	
		°	°	°	°	
14.	10^h37^m	19.0	28.0	17.7	21.4	
15.	37	32.0	24.4	28.5	17.2	
16.	42	57.6	21.5	58.5	15.8	
17.	51	45.2	36.8	55.0	39.1	
18.	51	33.8	24.8	33.0	20.2	
19.	55	42.5	31.4	38.0	24.9	
20.	57	45.0	44.0	42.8	38.2	
21.	59	17.3	64.5	346.0	66.0	
22.	11 0	47.0	51.0	45.2	49.3	
23.	2	89.0	54.8	99.0	44.0	traînée 10'
24.	4	41.0	54.4	48.0	54.7	
25.	7	15.6	42.5	16.8	38.0	
26.	9	19.0	17.4	16.5	19.3	
27.	10	74.4	45.3	77.5	41.0	
28.	12	57.7	47.5	60.1	39.5	
29.	14	36.8	48.7	31.5	43.3	
30.	22	47.9	29.3	50.0	23.0	
31.	23	42.8	36.5	41.0	31.5	
32.	26	43.8	40.2	46.9	37.8	
33.	28	33.0	67.5	28.5	70.3	
34.	37	47.0	29.3	49.7	19.6	
35.	42	60.4	33.0	63.8	23.5	
36.	43	26.4	23.0	23.4	15.0	très brill.
37.	45	31.2	28.7	31.5	20.5	très brill.
38.	48	23.5	68.4	357.0	71.1	
39.	49	14.1	29.3	11.0	25.9	
40.	50	17.3	25.4	15.8	18.5	
41.	52	46.4	10.3	48.7	6.5	
42.	54	51.0	21.5	53.0	13.0	
43.	56	56.1	30.0	56.5	21.3	
44.	57	47.8	27.6	46.7	21.0	
45.	59	69.5	28.8	74.5	22.9	
46.	12 0	24.2	7.2	22.3	0.0	très brill.
47.	3	42.0	36.5	43.4	31.0	
48.	6	25.4	26.3	22.9	19.9	
49.	8	42.6	13.8	46.5	9.1	
50.	9	42.2	19.8	39.7	13.5	
51.	12	73.7	43.3	78.2	36.0	
52.	12	6.5	28.5	3.5	14.5	très brill.
53.	14	70.0	38.0	78.3	32.0	très brill.
54.	16	33.4	15.6	36.2	21.0	
55.	18	66.3	15.2	70.6	9.5	
56.	20	44.3	21.0	42.5	9.5	très brill.
57.	22	59.6	30.0	63.4	21.9	

		Apparition.		Disparition.	
Août 11.					
№		α	δ	α	δ
58.	12^h24^m	53.°5	23.°8	52.°7	18.°5
59.	26	39.3	52.3	35.7	49.0
60.	28	61.2	22.0	62.4	16.0

Moscou.

Août 10.					
1.	9^h41^m	38.1	11.8	36.8	7.3
2.	54	346.0	61.0	20.0	71.6
3.	56	15.8	41.0	11.7	39.0
4.	58	78.7	47.3	96.4	48.8
5.	10 14	4.7	39.5	357.4	31.0
6.	26	90.0	72.0	121.2	64.1
7.	29	22.5	61.6	8.6	66.4
8.	34	19.0	68.0	6.0	68.2
9.	46	15.0	30.2	9.4	34.8
10.	51	15.0	19.8	12.0	13.8
11.	53	73.8	58.5	77.2	52.4
12.	11 1	34.0	35.3	40.4	33.0
13.	4	38.4	26.3	37.8	19.1
14.	21	52.1	59.5	66.0	63.6
15.	26	40.8	36.9	49.0	38.3
16.	28	63.0	44.4	67.2	38.6
17.	35	87.0	54.6	90.0	53.8
18.	36	72.0	57.6	81.8	54.7
19.	41	19.0	48.8	11.0	42.0
20.	43	52.0	36.7	53.4	29.6
21.	46	66.5	45.9	69.3	43.5
22.	47	23.7	51.0	18.3	49.8
23.	51	24.0	49.0	10.0	41.1
24.	58	26.4	49.3	23.6	47.7
25.	12 0	70.8	70.5	99.0	74.1
26.	4	92.0	69.5	117.0	72.0
27.	9	20.5	46.6	18.2	43.0
28.	11	6.3	42.2	0.5	36.0
29.	18	55.0	39.3	58.4	32.7
30.	19	16.4	36.6	25.8	42.7
31.	26	45.0	61.3	49.8	66.4
32.	27	1.7	26.8	0.0	26.4
33.	31	71.0	62.3	54.5	57.7
34.	31	24.5	76.5	26.5	79.0
35.	33	36.4	50.4	32.7	46.8
36.	35	54.7	49.7	58.5	48.2
37.	38	73.0	43.6	76.0	41.0

Août 10.

№		Apparition. α	Apparition. δ	Disparition. α	Disparition. δ
		°	°	°	°
38.	12^h44^m	42.5	39.3	32.8	39.5
39.	45	3.5	52.2	353.0	44.0
40.	47	32.6	45.3	27.5	42.7
41.	49	27.8	12.0	26.8	6.4
42.	53	30.5	7.9	30.2	5.0
43.	13 11	78.2	46.3	94.0	51.3
45.	18	76.3	68.5	92.0	70.5
46.	19	48.6	50.6	49.4	46.0
47.	27	58.0	64.8	69.2	63,7
48.	29	56.2	9.0	56.6	5.0
49.	30	15.4	52.3	21.8	49.6
50.	33	28.0	8.3	30.2	5.0
51.	35	34.4	31.1	35.7	22.7
52.	41	52.4	10.0	66.0	12.7
53.	42	20.0	7.6	18.6	5.0
54.	52	20.8	14.3	18.0	7.8
55.	14 0	12.0	62.1	359.5	59.5
56.	11 27	11.8	17.6	8.5	11.0
57.		7.0	52.8	348.0	42.5
58.		4.0	45.8	354.6	39.0
59.		20.5	57.3	11.5	55.8
60.		29.5	62.9	26.8	64.0
61.		51.0	71.4	68.0	73.2
62.		27.8	71.8	32.5	78.5
63.		88.5	70.5	97.5	72.8
64.		96.5	67.8	89.5	60.6
65.		96.4	68.8	96.3	62.5
66.		48.0	48.5	50.0	39.8
67.		42.3	54.0	39.6	52.5
68.		36.4	56.7	27.0	53.2
69.		37.5	56.5	30.0	55.9
70.		4.9	34.0	0.7	30.0
71.		7.6	19.5	5.7	16.0
72.		9.8	20.0	6.8	14.0
73.		7.5	14.2	7.7	12.0
74.		15.0	8.1	12.6	5.0
75.		25.6	24.7	23.0	16.8
76.		28.4	24.2	28.4	20.3
77.		20.2	30.8	26.0	26.0
78.		26.3	33.0	24.7	28.0
79.		25.1	32.5	25.2	27.0
80.		38.1	29.0	36.8	26.2
81.		39.4	34.0	39.1	28.6

Août 11.

№		Apparition. α	Apparition. δ	Disparition. α	Disparition. δ
1.	8h47m	21.°5	56.°3	18.°5	54.°6
2.	9 15	28.0	73.7	30.6	77.6
3.	20	11.4	40.2	16.0	37.3
4.	21	15.0	38.1	13.4	36.5
5.	23	13.6	52.1	8.2	50.3
6.	25	72.2	39.1	75.0	36.0
7.	29	73.2	39.5	77.5	38.8
8.	30	74.0	64.5	85.0	65.7
9.	45	34.0	71.2	41.5	77.4
10.	46	31.7	36.8	27.0	32.7
11.	58	68.0	63.3	73.0	63.4
12.	10 0	40.9	47.6	41.3	43.7
13.	7	28.7	23.8	28.4	21.5
14.	13	12.2	35.6	11.4	30.0
15.	14	73.2	65.8	87.8	68.2
16.	14	88.6	53.3	93.2	50.8
17.	21	35.2	38.0	30.6	35.0
18.	25	56.6	49.0	58.8	47.4
19.	29	3.6	58.4	357.8	55.5
20.	30	73.4	58.6	81.6	57.4
21.	33	33.1	38.6	32.3	34.0
22.	35	90.0	53.4	100.0	51.5
23.	42	7.0	28.5	2.6	23.0
24.	54	18.0	22.6	16.6	19.0
25.	57	91.5	62.9	105.3	63.1
26.	11 1	354.0	45.4	356.8	43.6
27.	7	7.0	30.3	2.2	25.2
28.	10	5.5	24.8	3.0	21.5
29.	16	12.0	38.3	7.0	34.5
30.	18	50.0	42.2	55.0	42.5
31.	18	38.4	62.2	33.0	64.4
32.	27	92.7	57.5	104.9	56.6
33.	34	26.4	28.1	33.8	27.2
34.	36	96.4	57.0	107.2	52.7
35.	42	51.1	29.0	53.5	25.6
36.	47	30.0	51.1	25.2	49.0
37.	49	21.4	45.0	25.2	41.9
38.	53	38.0	26.7	35.8	22.6
39.	58	42.8	30.4	41.5	26.6
41.	12 5	47.7	34.0	49.5	30.6
42.	13	2.0	36.4	358.8	33.2
43.	16	72.0	67.6	85.0	70.5
44.	16	12.3	6.1	12.2	5.0
45.	18	7.3	42.4	0.6	38.4

Août 11. №		Apparition. α	Apparition. δ	Disparition. α	Disparition. δ
		°	°	°	°
46.	12^h25^m	45.5	72.7	66.5	77.6
47.	28	64.9	15.3	65.5	13.4
48.	29	17.7	43.1	12.8	38.4
49.	30	92.2	53.1	99.7	53.2
50.	31	30.8	13.8	34.4	10.8
51.	39	92.0	59.6	101.2	60.7
52.	44	61.8	68.3	73.5	72.6
53.	47	73.2	63.7	76.4	64.4
54.	47	0.0	75.6	351.0	76.5
55.	49	42.2	26.3	41.8	23.8
56.	52	55.3	71.3	69.5	75.3
57.	58	69.9	31.6	74.3	26.5
58.	13 0	69.2	67.6	82.0	71.7
59.	1	55.0	27.0	56.8	23.0
60.	5	20.9	14.0	21.1	6.8
61.	7	20.6	18.5	22.3	14.7
62.	9	84.0	43.3	90.8	40.0
63.	15	25.8	9.8	22.8	7.4
64.	16	29.9	12.8	29.5	5.2
65.	17	52.7	31.2	53.1	29.6
66.	19	50.1	18.1	51.7	14.0
67.	23	76.1	47.8	83.0	48.9
68.	23	5.0	64.4	351.5	65.8
69.	25	23.6	25.2	21.3	21.0
70.	27	41.0	41.3	41.1	38.9
71.	28	73.5	56.6	86.6	55.2
72.	32	38.7	50.8	33.2	46.2
73.	36	20.8	39 0	16.6	32.8
74.	38	70.0	23.0	72.6	19.2
75.	40	40.9	7.0	41.0	5.0
76.	43	61.9	15.5	63.0	11.8
77.	50	357.0	57.6	344.6	66.2
78.	52	55.0	46.7	58.2	43.5
79.	54	25.3	17.2	12.8	28.5
80.	59	80.3	51.0	89.8	50.5
81.		46.3	65.4	46	67.6

Note. Le temps pour les №№ 57—81 du 10 août à Moscou n'est pas indiqué, et l'observateur dit dans son journal qu'ils se rapportent principalement au commencement de la nuit. —

2.

Quand on a tracé les cartes sur le réseau de Lorenzoni, on passe à la formation des radiants, et c'est un travail assez difficile qui exige beaucoup de précaution. On commence par la recherche des points situés le plus près possible du centre apparent de l'aire de radiation, où se présente la convergence évidente des prolongements en arrière de plusieurs météores. De ces radiants on passe aux points de convergence voisins, en s'éloignant peu à peu du centre. En même temps on examine les météores qui passent loin du centre, aux bords de l'aire de radiation. De cette manière on va à plusieurs reprises du centre à la circonférence et de celle-ci au centre, jusqu'à ce qu'on ait combiné tous les météores, — sans aucune répétition des mêmes météores dans des différents radiants, — autour des points distincts de radiation.

Il est aisé de voir que la position d'un radiant formé par deux météores seulement est toujours douteuse, car un météore donné peut être souvent combiné diversement avec d'autres météores. Il est vrai pourtant que dans le cas d'un nombre considérable des météores tracés sur la carte les erreurs dans les positions des faibles radiants, se trouvant dans l'intérieur de l'aire de radiation, doivent avoir pour ainsi dire une compensation mutuelle, et le centre de gravité de la configuration de radiants reste invariable. Dans le cas de la convergence de trois météores l'erreur est déjà plus limitée, et ainsi de suite. Pour cette raison le nombre des météores formant un radiant peut être considéré comme proportionnel au poids de la position de ce radiant. —

Les météores trop éloignés du centre de radiation sont rejetés, comme ceux aussi qui ont une direction vers le centre de radiation et proviennent évidemment d'autres régions du ciel.

Je donne ici la table de tous les radiants, formés pour chaque station et pour chaque nuit, en indiquant les numéros des météores qui forment le radiant donné.

Pour Poulkovo, outre les radiants déduits de toutes les observations, j'ai formé à part les radiants à l'aide des positions moyennes des météores tracés par plusieurs observateurs. La table de ces radiants est indiquée par l'inscription: Poulkovo, 10 août (moyennes).

Ostrogojsk, août 6.

	Radiants: α	δ	№ des météores.
	°	°	
1.	41.0	41.5	(6, 8)
2.	43.0	52.5	(1, 2, 7)

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 246.

août 7.

	Radiants: α °	δ °	№ des météores.
1.	36.0	50.5	(3, 4, 8)
2.	46.0	59.0	(5, 6)

août 8.

1.	25.0	62.3	(9, 2)
2.	26.0	48.0	(10, 14, 13)
3.	26.5	40.8	(6, 8)
4.	37.5	55.2	(5, 7)
5.	45.0	50.0	(18, 12, 4, 17)
6.	57.0	47.0	(15, 3)

Libava, août 8.

1.	40.0	54.0	(4, 6)
2.	46.0	58.5	(2, 3)

août 9.

1.	35.0	42.0	(1, 13)
2.	48.0	52.0	(5, 7)
3.	48.2	53.0	(2, 6)
4.	50.0	51.5	(3, 8)
5.	63.5	59.3	(9, 14)
6.	63.9	64.5	(4, 11, 12)

Poulkovo, 9.

1.	38.0	57.6	(5, 11, 15)
2.	39.8	54.0	(16, 21)
3.	40.5	62.8	(4, 18, 24)
4.	43.0	55.5	(31, 14, 13, 27, 26, 25, 12)
5.	47.0	52.0	(17, 28)
6.	50.0	53.0	(7, 10, 30)
7.	52.5	58.0	(6, 8, 22)

août 10 (1 carte).

	Radiants: α	δ	№ des météores.
	°	°	
1.	30.0	66.6	(1, 37)
2.	30.3	58.6	(71, 78)
3.	30.6	72.0	(8, 28)
4.	31.7	63.0	(26, 58)
5.	32.8	58.0	(29, 57)
6.	36.4	59.0	(3, 63, 85, 90)
7.	37.1	61.5	(54, 59)
8.	38.0	53.4	(4, 27)
9.	39.0	58.0	(22, 47, 64, 89)
10.	41.0	45.0	(53, 60)
11.	41.0	56.5	(17, 24, 34, 65, 86)
12.	41.0	52.5	(9, 66)
13.	43.0	58.5	(36, 41, 61)
14.	43.5	43.0	(12, 87)
15.	44.0	52.5	(6, 46)
16.	44.0	41.0	(11, 31)
17.	45.5	58.5	(21, 42, 48, 51, 70, 84)
18.	45.8	56.5	(16, 35, 52, 68, 81)
19.	47.0	68.3	(25, 39)
20.	48.4	53.5	(33, 38, 44, 56, 69)
21.	49.5	59.0	(15, 49)
22.	50.8	58.5	(7, 10, 19, 73)
23.	51.2	51.0	(23, 40, 43, 72)
24.	53.7	55.5	(13, 50, 55, 74)
25.	54.0	63.0	(32, 45)
26.	54.5	48.0	(76, 79)
27.	61.8	58.0	(5, 14, 67)

août 10 (2 carte)

1.	31.0	56.5	(115, 142)
2.	33.3	55.0	(102, 105, 128)
3.	36.8	63.0	(104, 147)
4.	38.7	54.0	(107, 112, 117, 154, 155, 158)
5.	39.6	50.2	(91, 99, 110, 126, 143)
6.	40.0	53.0	(106, 121)
7.	41.0	57.2	(100, 111)
8.	43.3	56.5	(124, 129, 132, 150, 156, 157)
9.	44.3	62.0	(103, 137)
10.	44.7	54.8	(92,97,98,114,135,145,161,162)
11.	44.7	48.5	(116, 122, 152, 153)

	Radiants: α	δ	№ des météores.
	°	°	
12.	46.0	48.0	(93, 138, 146)
13.	47.8	57.0	(109, 125, 140, 144, 160)
14.	50.2	55.5	(94, 95, 96, 118, 127, 134, 149)
15.	51.5	38.0	(113, 120, 141)
16.	53.0	48.8	(131, 136, 139, 159)
17.	59.2	56.0	(119, 123, 151)

Pogost, août 10.

1.	27.0	61.0	(1, 6)
2.	27.7	51.0	(3, 19)
3.	41.6	59.0	(18, 25, 31, 47)
4.	44.8	53.0	(4, 5)
5.	45.0	49.0	(16, 23, 44)
6.	46.4	55.0	(7, 22, 30, 33, 37, 42, 46)
7.	46.4	57.5	(13, 20)
8.	48.0	57.0	(8, 36, 38)
9.	48.2	48.0	(12, 34)
10.	50.5	62.5	(15, 43)
11.	51.8	50.3	(14, 17, 39, 48)
12.	53.5	58.5	(9, 24, 26, 40)
13.	56.0	49.5	(28, 32)
14.	57.8	42.0	(111, 45)
15.	63.0	57.2	(10, 35)

Août 11.

1.	27.2	56.5	(37, 40)
2.	28.3	60.0	(10, 14, 34, 47)
3.	39.0	53.5	(2, 42, 59)
4.	42.0	60.2	(18, 26, 35)
5.	45.7	50.5	(9, 11, 12, 22, 57)
6.	46.6	38.0	(17, 32)
7.	47.0	55.0	(1, 8, 21, 24)
8.	47.7	58.0	(7, 13, 16, 36, 48)
9.	49.0	48.5	(6, 33, 45, 53, 56)
10.	51.8	54.0	(39, 60)
11.	54.8	60.4	(4, 15, 20, 27, 29, 31, 43, 44)
12.	57.0	49.5	(28, 50)
13.	60.0	48.5	(19, 38)
14.	60.7	57.4	(3, 54, 58)

Moscou, août 10.

	Radiants: α	δ	№ des météores.
	°	°	
1.	25.0	63.4	(47, 51, 61, 62, 79)
2.	30.8	62.0	(27, 39)
3.	31.2	63.0	(55, 76)
4.	35.3	52.5	(23, 24, 71)
5.	38.4	56.2	(13, 42, 58, 69)
6.	40.2	57.8	(5, 17, 59, 68)
7.	43.0	53.0	(10, 22, 29, 45, 56, 60, 70)
8.	43.4	60.0	(16, 19, 31, 37, 41, 78)
9.	45.0	56.5	(14, 35, 66, 67, 72, 75, 81)
10.	45.8	58.8	(25, 57)
11.	47.0	38.0	(7, 74)
12.	49.2	53.5	(1, 20, 21, 28, 36, 46, 48, 54)
13.	53.0	61.5	(8, 80)
14.	53.5	40.0	(4, 32, 63)
15.	56.2	73.0	(6, 11)
16.	57.0	50.2	(3, 26, 40, 53)

Août 11.

1.	30.6	50.0	(2, 41)
2.	35.2	42.0	(35, 66)
3.	36.5	59.0	(1, 9, 11, 20, 34, 56, 64, 75)
4.	38.0	52.0	(4, 59, 62, 68)
5.	40.0	56.5	(12, 48, 53, 55, 57, 70, 73, 78)
6.	41.0	65.4	(19, 21, 24)
7.	45.7	56.4	(5, 6, 15, 31, 40, 43, 72, 81)
8.	48.6	52.6	(25, 29, 32)
9.	48.8	42.0	(30, 38)
10.	49.5	56.5	(36, 42, 47, 52)
11.	50.8	55.5	(8, 23, 58, 71)
12.	50.8	42.4	(7, 49, 51)
13.	54.7	52.5	(13, 18, 22, 27, 39, 45)
14.	54.9	41.4	(67, 76)
15.	58.0	49.5	(10, 17, 28, 54, 65, 69, 80)

Les radiants du 8, 9, 10, 11 août sont portés sur la carte ci-jointe, au système rectangle de coordonnées, — qui embrasse la région du ciel entre 25° et 65° en ascension droite et entre + 35° et 75° en déclinaison. Les dimensions des points qui présentent les radiants sont proportionnelles à leurs poids. L'aire de radiation parait être allongée dans le sens des

ascensions droites, mais c'est une déformation connue qui est produite par la projection adoptée pour notre carte.

Les positions moyennes de Poulkovo du 10 août, prises séparément, m'ont fourni les radiants suivants qui doivent avoir un grand poids relatif.

Poulkovo, août 10 (moyennes).

	Radiants: α	δ	№ des météores.
	°	°	
1.	26.0	54.0	(88, 153)
2.	30.4	55.0	(27, 48)
3.	31.7	62.4	(18, 28, 54)
4.	32.4	60.0	(20, 36, 82)
5.	37.4	56.0	(29, 68, 161)
6.	38.2	54.5	(24, 128, 158)
7.	40.3	57.0	(21, 35, 42, 76, 78, 100)
8.	42.0	57.5	(111, 114)
9.	42.0	54.5	(55, 56, 107, 143)
10.	47.7	46.0	(12, 91, 138)
11.	48.2	60.0	(13, 47, 103, 155)
12.	49.7	58.0	(23, 32, 45, 67, 74, 94, 132, 136, 156, 173)
13.	49.7	48.0	(60, 79, 159)
14.	50.5	54.0	(15, 16, 33, 69, 116)
15.	58.0	45.8	(11, 87, 113, 150)
16.	58.7	60.5	(59, 73)

Pour compléter la série d'observations entre le 1 et le 15 août, j'ai profité des observations des étoiles filantes faites en Italie en 1871 et 1872 et qui se trouvent dans les publications de l'observatoire de Brera (Osservazioni di stelle cadenti fatte nelle stazioni italiane. 1874; 1885. — 1871, pgg. 85 — 87; 1872, pgg. 37 — 43; 70 — 71).

Les stations les plus riches en observations m'ont donné les radiants suivants.

1872.

		Radiants		Poids.
		°	°	
1 août.	1	27.5	57.0	2
2 août.	1	45.0	48.5	2
	2	52.5	59.6	2
	3	57.0	50.0	2
	4	59.5	59.0	2
3 août.	1	25.0	52.0	2
	2	53.0	62.0	3
	3	65.0	52.0	2

		Radiants		Poids.
		°	°	
4 août.	1	28.0	37.0	3
	2	35.0	63.5	3
	3	35.0	67.0	4
	4	37.0	56.5	3
	5	39.0	43.8	2
	6	39.5	55.0	2
	7	45.0	57.0	3
	8	50.0	62.0	3
	9	53.0	59.0	4
5 août.	1	26.0	57.0	3
	2	26.4	61.0	2
	3	26.5	41.0	4
	4	34.0	38.0	4
	5	34.0	55.0	4
	6	37.0	49.0	3
	7	40.5	54.0	6
	8	43.0	36.5	5
	9	47.5	38.0	3
	10	48.0	52.0	3
	11	55.0	62.0	5
	12	60.0	49.0	3
	13	60.0	62.5	3
6 août.	1	29.0	55.5	2
	2	41.0	41.0	4
	3	45.5	60.5	3
	4	57.0	52.0	2
7 août.	1	37.6	46.8	2
	2	42.5	51.3	3
	3	43.0	55.6	2
	4	44.0	46.0	2
13 août.	1	35.0	59.0	3
	2	37.0	54.0	2
	3	53.0	47.5	2
	4	55.0	60.0	3
	5	60.0	58.0	2
15 août.	1	32.5	56.0	3
	2	35.8	46.0	4
	3	39.5	44.9	2
	4	49.5	56.0	3
	5	56.0	57.0	2

Les météores observés par M. Sawyer (Astronomical Journal, № 224) en 1890, le 3 et le 5 août donnent pour le 4 août encore un radiant 42°0, 54°0, avec le poids 2.

Le premier radiant de la table précédente, celui du 1 août, étant unique et faible, doit être omis.

Les positions des radiants du 2,....7 août sont indiquées sur notre carte par des petites croix; celles du 13 et du 15 août par des petits cercles.

Quand on jette un regard sur la carte des radiants, on se demande avant tout quelles sont les erreurs dans les directions observées des météores et quelle influence elles pourraient avoir sur l'étendue de l'aire de radiation. Les observations de Poulkovo nous fournissent un matériel assez utile sous ce rapport. Le 10 août 37 météores furent observés au moins par trois observateurs chacun, comme on le voit dans notre table des coordonnées des météores.

On a pris les moyennes arithmétiques pour chaque météore, et les différences entre ces moyennes et les positions indiquées par chaque observateur nous ont laissé déduire l'erreur probable d'une seule observation.

On a trouvé ainsi que cette erreur est égale à $\pm$ 2°. Ce n'est qu'une seule fois que l'erreur effective est égale à 13°, et rarement elle monte à 5°. Supposons que la fin du chemin d'un météore a la distance $s = 40°$ du centre de radiation ($\alpha = 45°$, $\delta = 57°$) et que sa position est erronée de 13°. Il est facile de calculer que la distance d de son prolongement du centre a l'erreur de 8°; l'erreur de 2° dans la direction, à la même distance s, donne $d = 1°2$. Pour $s = 15°$, l'erreur de 13° dans la direction donne $d = 3°5$, et avec l'erreur de 2° on obtient $d = 0°5$.

On voit ainsi que l'aire de radiation qui dans notre cas est déjà réduite au diamètre de 20° puisse difficilement être réduite encore au diamètre de 15° p. ex., et ce ne sont que quelques météores épars qui paraitront trop éloignés des centres de radiation par les erreurs dont ils sont affectés. Donc, dans le courant des Perséides il existe réellement une aire de radiation assez étendue. Je tacherai maintenant de montrer comment s'explique dans ma théorie l'existence d'une aire pareille.

3.

Avant tout, il faut avoir des données numériques qui sont indispensables pour tous nos calculs.

Les éléments de la comète 1862 III réduits à l'époque de 1890.6 sont:

$T = 1862$, août 22.91218 t. m. de Greenw.
$\pi = 345° 5'.4$
$\Omega = 137\ 50.9$
$i = 66\ 25.6$
$\log q = 9.983465$
$e = 0.961271.$

Le passage de la Terre par le plan de l'orbite cométaire en 1890 a eu lieu le 10 août à $2^h.38$ t. m. de Gr.; pour ce moment l'anomalie du rayon vecteur de l'orbite cométaire passant par la Terre est $27°14'.5$ et à cette anomalie correspond $\lg r = 0.00774$; la longitude du Soleil $\lambda = 137°51.0$, et pour le rayon vecteur de la Terre on a $\lg R = 0.00575$. La Terre au moment du passage se trouve dans l'intérieur de l'orbite, car $r > R$, $r - R = 0.0046$. L'angle de la direction du mouvement de la Terre avec son rayon vecteur est $89°26'$, et par conséquent la longitude de l'apex est $48°25'$.

Les positions de nos radiants se rapportent à l'équinoxe de 1855.0 et les corrections qu'on doit ajouter aux positions des points qui se trouvent près du milieu de l'aire de radiation, pour les réduire à l'époque de 1890.6, sont: $\Delta\alpha = +0°.7$ et $\Delta\delta = +0°.1$. L'influence de l'attraction du zénith peut être tout à fait négligée, vu la position de l'aire de radiation sur le ciel et sa hauteur au-dessus de l'horizon.

Il s'agit maintenant de trouver le centre de radiation, pour le 10 août p. ex. Prenons la moyenne arithmétique des positions des plus forts radiants formés des moyennes de Poulkovo, c'est à dire des radiants №№ 7, 12 et 14 dont chacun contient au moins 5 météores. En tenant compte des poids de ces radiants, on obtient pour la position du centre de l'aire de radiation $\alpha = 47°.2$ et $\delta = +56°.8$.

Employons maintenant un autre procédé: prenons les plus forts radiants, — contenant non moins de 5 météores, — du 9, 10 et 11 août de toutes les stations. La moyenne arithmétique pour ces 27 radiants, pris en considération leurs poids, nous donne $\alpha = 45°.8$, $\delta = 55°.3$.

C'est un accord très satisfaisant, et nous pouvons nous contenter pour le 10 août de la position tirée des observations de Poulkovo. La longitude et la latitude du centre, réduites à 1890.6 sont: $l = 62°.5$ et $b = 37°.7$. Pour déduire la position du plan du centre de radiation nous devons attribuer aux météores, faute d'autres données, la vitesse parabolique, et avec les nombres précédents et à l'aide des formules connues nous obtenons l'inclinaison du plan au plan de l'écliptique $i = 65°.8$ qui diffère de $0°.6$ seulement de l'inclinaison de l'orbite cométaire; il va sans dire que la longitude du noeud ascendant est $137°.8$. Nous ne parlons pas des éléments des orbites

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 254.

météoriques, car dans notre théorie chaque météore a son orbite à lui, dépendante des valeurs de j, J et v (voir mon mémoire: Sur l'origine des étoiles filantes. Bulletin de la société des Naturalistes de Moscou. 1889. №I).

Prenons maitenant le diamètre de l'aire de radiation égal à 10° et calculons les positions des plans des radiants qui se trouvent aux bords nord et sud de cette aire, pour lesquels $l = 63°$; $b = 33°$ et 43°; pour le premier plan on obtient $i = 58°$ et pour le second $i = 75°$. Ces plans se trouvent de deux côtés de l'orbite cométaire et sont inclinés de 8°5 au plan de cette orbite. Les météores appartenants à ces radiants se meuvent par conséquent dans des orbites assez inclinées au plan de l'orbite de la comète.

Il est intéressant de savoir dans quels plans se trouvent les centres de radiation avant et après l'époque de maximum. Les données pour chaque date séparée étant assez faibles, nous devons réunir plusieurs jours pour la formation d'une seule moyenne. Ainsi, tous les radiants du 2, 3, 4, 5, 6 et 7 août, au nombre de 42, nous donnent pour le 5.0 août en moyenne arithmétique $\alpha = 44°6$, $\delta = +52.6$. Les radiants du 13 et 15 août, au nombre de 10, donnent de la même manière pour le 14.5 $\alpha = 45°4$, $\delta = 53°9$. On peut noter ici en passant que l'aire de radiation ne se déplace pas considérablement dans 10 jours. Il ne faut pas perdre de vue que le second radiant est plus faible que le premier.

Ainsi nous aurons:

Août	5.0	$\lambda = 133°0$,	$l = 59°0$	$b = 34°0$
	14.5	142.1	60.1	35.1, d'où
Août	5.0	$\Omega = 133.0$	$i = 59.3$	
	14.5	142.1	59.8.	

La seconde donnée n'est pas assez sûre, mais le résultat général est très intéressant: vers le commencement et la fin du phénomène les plans des radiations principales (centrales) ont les inclinaisons et les noeuds qui diffèrent de ceux de la comète génératrice; ces différences sont:

		Com. — Mét.	
Août	5.0	$\Delta\Omega = +4°9$	$\Delta i = +7°1$
	14.5	-4.2	$+6.6$

La partie plus dense du courant a lieu du 9.5 au 11.5 d'août, et pour elle la variation dans la ligne des noeuds est égale par conséquent à 1°9. Plus loin nous dirons quelques mots par rapport à ce sujet.

Passons maintenant à l'explication de la divergence des météores (l'aire de radiation) par les différences des angles d'émission J et des vitesses initiales j (voir mon mémoire cité sur l'origine des étoiles filantes).

Chaque angle J et chaque valeur de j produisent une autre orbite, et la divergence de ces orbites lors de leur rencontre avec la Terre présente la divergence des météores.

Or, dans le plan de l'orbite cométaire la valeur totale de cette divergence D (pour le même j) s'évalue par l'angle entre les tangentes aux orbites extrêmes des météores (J + et — limites), c'est à dire par la différence des angles β du rayon vecteur avec les tangentes; dans le plan perpendiculaire à l'orbite la divergence D est égale à $2x$, où l'angle x est donné par la formule

$$\sin x = j.\ \text{Sin}\ J:\ H_1 \text{ où } H_1$$

est la vitesse orbitale du météore.

Nos calculs doivent être faits pour l'anomalie connue $v = +27°14'{,}5$. Admettons les valeurs limites pour $J \pm 45°$ et pour les valeurs de j prenons successivement:

$$0.27, \quad 0.14, \quad 0.05, \quad 0.025.$$

L'angle J négatif aura des limites au-delà desquelles les orbites deviennent hyperboliques; ces limites seront, respectivement aux valeurs précédentes de j:

$$-7°8, \quad -10°4, \quad -12°4, \quad -12°9.$$

Les valeurs de β (les angles avec le rayon de l'anomalie + 27°14′,5) seront:

J	+45°,	— 7°8;	+45°,	—10°4;	+ 45°,	—12°4;	+45°,	—12°9
β	83.6	87.8	79.8	82.2	77.7	78.7	77.3	77.5

d'où

$$D \quad 4°2 \quad 2°4 \quad 1°0 \quad 0°2.$$

Avec la diminution de j le faisceau devient plus étroit, il se trouve au dehors du faisceau précédent et il s'approche de plus en plus de la courbe de l'orbite cométaire; l'ensemble de faisceaux forme un éventail déplié dans le plan de l'orbite.

La divergence des orbites extrêmes, c'est à dire l'ouverture de l'éventail, sera évidemment $87°8 - 77°3 = 10°5$. —

Quand la Terre passe exactement par le point de la courbe cométaire — on doit voir les météores diverger de cette manière.

Quand le passage de la Terre se trouve à quelque distance de la courbe de la comète, par ex. dans l'intérieur de cette courbe, comme dans notre cas actuel, l'essentiel de la construction reste le même,mais les météores à différents j viendront vers la Terre non déjà de l'anomalie $v = 27\ 14.5$ mais des différents points de l'orbite cométaire. Expliquons cela plus en détail pour quelque j donné, p. ex. pour $j = 0.14$.

La Terre au moment du passage se trouve sur le rayon vecteur ayant l'anomalie $v = 27°14'.5$ et $r - R = 0.005$. La partie centrale du faisceau ($J = 0$) sortie du point A de l'orbite, ayant cette anomalie ne passe pas par la Terre. A l'aide de quelques épreuves (voir mon mémoire cité) on trouve que la partie centrale ($J = 0$) de l'émission engendrée au point B de l'orbite, ayant l'anomalie $v_1 = +24°2$ et $\log r = 0.00303$ aura une orbite elliptique qui coupe le rayon vecteur du point A là où se trouve la Terre au moment de passage, et la distance de ce point à la Terre est 0.005.

Pour $j = 0.27$ le point B sera moins éloigné du point A; au contraire, pour $j = 0.05$ la différence $v - v_1$ et par conséquent la distance $A\,B$ seront plus grandes que pour $j = 0.14$.

La construction de ces courbes dans l'imagination n'est point difficile.

Faisons remarquer en passant que le temps de révolution des météores engendrés dans le point A, où $v_1 = +27°2$, pour $J = 0$ et $j = 0.27$, sera de 19 ans; pour $j = 0.14$ de 27 ans; pour $j = 0.025$ l'orbite sera presque égale à celle de la comète, et ce cas correspond un peu à la formation des météores par l'action seule du Soleil.

Dans le plan perpendiculaire à l'orbite, c'est à dire pour $\varphi = 0$ (voir mon mémoire sur l'origine des comètes périodiques), avec $J = +45$, on obtient par la formule qu'on a plus haut:

pour $j = 0.27$ $\quad 2x = 16°3$
$\quad\quad 0.14 \quad\quad\quad 8.3.$

Dans le premier cas la divergence des météores sera donc $-16°$, dans le second $-8°$.

Avec la diminution de j les faisceaux seront de plus en plus étroits. Il est intéressant de se présenter la disposition relative des faisceaux, dont nous avons parlé déjà, en relation avec la diminution de leur divergence et de leurs dimensions.

Le sommet du faisceau B, pour $j = 0.14$, se trouve à la distance de 0.053 de la Terre, et il est facile de calculer que la Terre reste dans ce faisceau durant plus de 10 heures.

Les émissions engendrées aux points considérablement éloignés du point A (où $v = 27°2$) peuvent aussi, — dans certaines conditions trés limitées,— envoyer leurs météores vers la Terre. En effet, il est facile de calculer d'après nos formules que pour l'anomalie $v = +90°$ les particules avec $j = 0.025$ et $J = +45°$ auront l'orbite où $\pi = 347°7$, $\lg q = 9.97170$ $e = 0.9353$, et cette ellipse passera par la Terre.

Les particules avec $J < 45°$ passeront déjà entre la Terre et le Soleil.

En expliquant jadis la durée du courant des Perséides, je n'ai pas pris en considération cette circonstance (Sur l'origine des étoiles filantes, qua-

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 257.

trième page du § 5) et j'ai attribué, sans restriction, cette durée aux particules engendrées dans les parties éloignées de l'orbite.

Je saisis l'occasion de faire remarquer ici que cette interprétation est un peu forcée par rapport à j et J.

Dans la théorie de l'anneau météorique, la durée du phénomène s'explique par les dimensions de cet anneau. Mais dans le cas actuel ces dimensions doivent être énormes. Si la Terre reste 14 jours dans le courant, le diamètre de la section de l'anneau doit être égal à 25 diamètres solaires. Comme le phénomène se produit chaque année, cet anneau, dont le diamètre embrasse 50 rayons de l'orbite terrestre, doit être tout rempli de météores.

Les différences des noeuds et des inclinaisons conduisent naturellement à l'idée des perturbations des planètes, principalement de la Terre. Chaque faisceau contient des orbites aux temps de révolution énormément différents; l'action perturbatrice de la Terre sur ces orbites doit être par conséquent aussi très différente, et cette action renouvelée chaque année, quoique sur différents météores, peut produire à la longue des perturbations électives: les orbites à courte révolution seront changées autrement que les orbites allongées. Nous ne pouvons distinguer ces variations que dans les noeuds et les inclinaisons, car les autres éléments nous sont parfaitement inconnus.

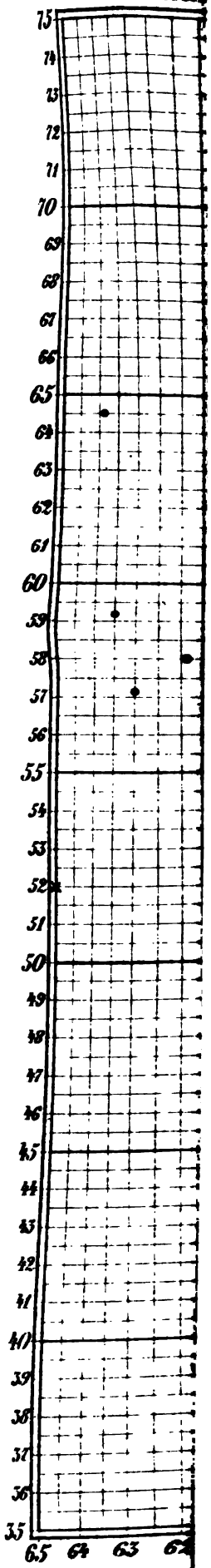
Puis la comète elle-même a dû changer avec le temps son orbite par l'action de la Terre: nous savons qu'en 1862 la distance de la comète à la Terre dans un moment donné n'était que 0.4.

Nous savons de plus, qu'en 1862 les émissions qui engendrent les météores, ont été très énergiques encore. Les petites variations de l'orbite cométaire combinées avec les émissions se renouvelant dans l'intervalle de 120 ans — voilà encore une cause du démembrement de la partie centrale de l'aire de radiation ou plutôt de la formation de nouveaux centres de radiation. Je me contente ici de ces réflexions générales, ayant en vue d'étudier la question plus tard.

En général, le courant des Perséides est un phénomène si compliqué et si intéressant qu'il est digne d'une étude approfondie et à plusieurs reprises.

On attribue une part dans le phénomène aux comètes 1870 I et 1871 IV. Leurs noeuds, 141.7 et 147.1, et leurs inclinaisons, 58° et 82°, en effet ne diffèrent pas beaucoup du noeud 237°8, mais leurs périhélies, 303°5 et 264°2, montrent que la Terre passe par leurs orbites dans des points avant les périhélies des noyaux. Les émissions donnent dans ces cas peu d'orbites météoriques. Ainsi, leur coopération dans le courant des Perséides, ou plutôt dans les courants voisins, probablement n'est que très insignifiante.

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 258.


75
74
73
72
71
70
69
68
67
66
65
64
63
62
61
60
59
58
57
56
55
54
53
52
51
50
49
48
47
46
45
44
43
42
41
40
39
38
37
36
35
65
64
63
62

MÉLANGES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES
TIRÉS DU
BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG.
TOME VII.

Astronomische Ortsbestimmungen im nördlichen Russland. Von O. Backlund. (Lu le 30 janvier 1891.)

In den Jahren 1889 und 1890 habe ich auf Einladung seitens des Ministeriums der Reichsdomänen eine Reihe von astronomischen Punkten im nördlichen Russland bestimmt. Zweck dieser Bestimmungen war die nöthigen Stützpunkte für die orographischen und geographischen Untersuchungen zu liefern, die Herr Tchernicheff gleichzeitig mit seiner geologischen Erforschung des Timaner-Gebietes während dieser Zeit ausführte. Der Bericht über meine Beobachtungen im Jahre 1889 ist vom geologischen Comité veröffentlicht worden.

Als Anfangs- und Endpunkt für die Längenbestimmungen im Jahre 1890 wurde die Stadt Mesen gewählt. Da aber die Länge dieser Stadt bis jetzt nicht genau bekannt war, so unternahm ich zusammen mit Herrn Rchevski Anfangs Juni den Längenunterschied zwischen Mesen und Archangelsk telegraphisch zu bestimmen. Der Längenunterschied zwischen Archangelsk und Pulkowa ist von den Herren Wittram und Wilkitzki vor einigen Jahren ermittelt worden.

Das anhaltend schlechte Wetter verzögerte die Längenbestimmung so, dass ich erst am 17. (29.) Juni die weitere Reise von Mesen antreten konnte. Von Mesen begab ich mich auf den Flüssen Pjosa und Zylma nach dem Dorfe Ustzylma an der Petschora, dann auf der Petschora nach dem Dorfe Welikovisjasotschnoje. Von hier ging die Reise nach Westen auf den Flüssen Sula, Soima, Urdjug, auf dem See Urdjug und dem Fluss Minin so weit es möglich war mit Boot vorzudringen bis in die kleine Semelskaja Tundra. In der Nähe des Flusses Minin gelang es mir Rennthiere zu miethen um den 20 Werst langen Weg nach der Einsiedelei Popov's in der Tundra zurückzulegen. Hier traf ich mit Herrn Tchernicheff zusammen, der alles für die Fahrt in der Tundra vorbereitet hatte. Mit ihm zusammen wurde der Übergang über das Timaner-Gebirge bis zum Fluss Volonga bewerkstelligt. Diesem Fluss entlang begaben wir uns nach dem Eismeer, dessen Ufer wir bis zur Mündung des Flusses Indigi folgten. Längs dieses Flusses ging dann die Reise nach Popovs Isba zurück. Die Rückreise nach Ustzylma geschah auf demselben Wege wie die Hinreise. In Ustzylma trennte ich mich von

Tchernicheff und fuhr auf den Flüssen Petschorskaja Pischma und Mesenskaja Pischma nach dem Fluss Mesen. In der Stadt Mesen langte ich am 31. August (12. September) an, und mit der Zeitbestimmung am 1. (13.) September war die Expedition beendigt.

Bis zum 1. August war das Wetter während der Expedition leidlich gut, nachher war es fast die ganze Zeit den astronomischen Beobachtungen sehr hinderlich. Deswegen, und in Folge der knapp zugemessenen Zeit, mussten die Beobachtungspunkte gewählt werden, auch wenn sie ohne besondere Merkmale waren. Zeichen von hinreichender Dauerhaftigkeit, um sie für künftige Zeiten anzugeben, konnten nicht aufgebaut werden. Der Topograph machte aber kurz vor oder nach mir denselben Weg und trug die Punkte auf die Karte ein.

Zur Bestimmung der astronomischen Punkte wurde ausschliesslich die Sonne beobachtet. Correspondirende Höhen und Höhen in oder sehr nahe dem Meridian gelang es während der letzten Hälfte der Expedition nur selten zu messen, ich habe mich meistentheils damit begnügen müssen die Sonne zu beobachten, wenn sie sich nur überhaupt zeigte.

Die Instrumente, die ich mitbrachte waren die folgenden:

1. Kleiner Theodolith.
2. Pistorskreis, 24 Centimeter Durchmesser.
3. Box-Chronometer von Adams, mittlere Zeit angebend.
4. » » Tiede, Sternzeit »
5. » » Wirén, » »
6. » » Erikson, mittlere Zeit »
7. Quecksilberbarometer (Fortin).
8. Aneroidbarometer.
9. 2 Thermometer.
10. Quecksilberhorizont.

№ 1, № 5 und № 9 gehören dem Ministerium der Domänen, № 2, № 3 und № 4 der Sternwarte in Helsingfors, № 6 der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften und № 7 und № 8 dem physikalischen Observatorium.

Die Längenbestimmungen.

Die Absicht war den Theodolith häufiger zur Anwendung zu bringen. Vordem wollte ich aber die relative Genauigkeit des Pistor'schen Kreises und des Theodolithen prüfen. Die Genauigkeit, welche ich bei den Zeit- und Breitenbestimmungen mit dem Pistor'schen Kreis erreichen konnte, war mir schon vom vorhergehenden Jahre bekannt. Bis eine genügende Vergleichung

vorlag war daher der Pistor'sche Kreis das Hauptinstrument. Indessen legte die Witterung ein solches Hinderniss in den Weg, dass die beabsichtigte Vergleichung in genügender Weise nicht ausgeführt werden konnte; nur so viel konnte ich folgern, dass bei den ungünstigen Verhältnissen, unter denen die Beobachtungen meistentheils angestellt werden mussten, der Theodolith wenigstens nicht genauere Resultate liefern konnte als der Pistor'sche Kreis. Die folgenden Resultate sind sämmtlich aus den Beobachtungen mit dem Pistor'schen Kreise abgeleitet.

Am schwierigsten ist es bei Expeditionen dieser Art die Längen durch Chronometerübertragung zu bestimmen. Die verschiedenartige Transportweise muss doch immer, trotz aller sonstigen Sorgfalt, einigen Einfluss auf den Gang der Chronometer haben; und da dieser nicht in Rechnung gezogen werden kann, so wird offenbar das Resultat davon beeinträchtigt. Um unbekannte Veränderungen im Gange der Chronometer so viel wie möglich zu eliminiren, wurden auf der Rückreise, so bald es nur anging, dieselben Punkte wie auf der Hinreise von Neuem bestimmt. Um die endgültigen Resultate in Bezug auf ihre Zuverlässigkeit leichter übersehen zu können, gebe ich hier die Ableitung der Längenunterschiede.

Ausser in Mesen, dem Anfangs- und Endpunkte, wurde an vier Punkten sowohl auf der Rückreise wie auf der Hinreise beobachtet, nämlich in Ustzylma, Welikovisjasotschnoje, am Fluss Minin und an Popov's Isba. Diese vier Punkte nebst Mesen bilden die Hauptpunkte, zwischen denen die Längen der übrigen Punkte interpolirt wurden. Demnach sollen diese Punkte zuerst ermittelt werden.

In der folgenden Zusammenstellung sind die Chronometerstände an den verschiedenen Tagen sowie ihre Mittel für die verschiedenen Punkte gegeben.

			ΔA	ΔT	ΔW	ΔE
1. Mesen.	Juni	21.9	+ 77^{m}35^s.3	+ 75^{m}24^s.7	+56^{m}40^s.8	+55^{m}28^s.4
	Sept.	14.9	+ 76 5.1	+ 71 31.6	+57 28.6	+54 24.4
Mittel	Aug.	3.4	+ 76^{m}50^s.2	+ 73^{m}28^s.2	+57^m 4^s.7	+54^{m}56^s.4
2. Ustzylma.	Juli	8.0	+108^{m}58^s.7	+106^m 9^s.7	+88^{m}24^s.0	+86^{m}57^s.3
	Aug.	27.5	+108 4.9	+103 56.0	+88 57.8	+86 25.5
Mittel	Aug.	2.5	+108^{m}31^s.8	+105^m 2^s.8	+88^{m}40^s.9	+86^{m}41^s.4
3. W.-Visj.	Juli	10.9	+108^{m}24^s.8	+105^{m}27^s.7	+87^{m}56^s.7	+86^{m}25^s.9
	Aug.	20.9	+107 40.0	+103 43.3	+88 18.2	+86 2.2
Mittel	Juli	31.4	+108^m 2^s.4	+104^{m}35^s.5	+88^m 7^s.5	+86^{m}14^s.1

			ΔA	ΔT	ΔW	ΔE
4. Fluss Minin.	Juli	21.0	+100^{m}15^s.8	+ 97^m 0^s.4	+80^m 9^s.3	+78^{m}28^s.3
	Aug.	16.0	+ 99 45.0	+ 95 54.0	+80 20.9	+78 10.2
Mittel	Aug.	3.0	+100^m 0^s.4	+ 96^{m}27^s.2	+80^{m}15^s.1	+78^{m}19^s.3
5. Popov's Isba.	Juli	23.0	+ 98^{m}31^s.7	+ 95^{m}14^s.3	+78^{m}28^s.2	+76^{m}45^s.5
	Aug.	15.0	+ 98 7.4	+ 94 16.2	+78 42.6	+76 32.7
	Aug.	3.5	+ 98^{m}19^s.6	+ 94^{m}45^s.3	+78^{m}35^s.4	+76^{m}39^s.1

Die Längenunterschiede werden folglich[1]):

	Minin — Popov's Isba.	Weliko-Visj. — Minin.
A	− 1^m 39^s.7	− 7^m 59^s.6
T	39.7	61.7
W	40.1	54.3
E	39.4	53.9
Mittel	− 1^m 39^s.7	− 7^m 57^s.4

	Ustzylma — Weliko-Visj.	Mesen — Ustzylma.
A	− 31^s.2	+ 31^m 40^s.2
T	33.0	31.1
W	31.0	35.7
E	28.9	43.9
Mittel	− 31^s.0	+ 31^m 37^s.7

Hieraus geht hervor, dass die Unsicherheit der Längen dieser Punkte in Bezug auf Mesen hauptsächlich von der Unsicherheit der Längendifferenz Mesen-Ustzylma abhängt. Aus den Abweichungen der Resultate der einzelnen Chronometer vom Mittel ergiebt sich der wahrscheinliche Fehler der Länge Mesen-Ustzylma etwas grösser als 2^s, und folglich der wahrscheinliche Fehler der Länge Mesen-Popov's Isba etwas kleiner als 2^s.5. Dies ist auch die obere Grenze der Unsicherheit, in so fern man nur die Abweichungen der einzelnen Bestimmungen vom Mittel berücksichtigt. Es ist aber sehr wohl möglich, dass die wirklichen Fehler beträchtlicher sind. Es könnte nämlich der Einfluss der Temperatur, der Feuchtigkeitszustand, die unvermeidlichen Stösse bei den Fahrten mit Tarantass oder mit Rennthieren u. s. w. auf den Gang der Chronometer in demselben Sinn wirken, so dass die Endresultate wesentlich unsicherer sind, als die Unterschiede der einzelnen Chronometer angeben. Um diese Frage näher zu beleuchten liegen glück-

1) Die Gänge sind nach der in dem Bericht über die Expedition 1889 gegebenen Formel berechnet.
Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 370.

licherweise einige nicht unwichtige Data vor. Professor Donner in Helsingfors hat die Güte gehabt den Temperaturcoefficienten der Chronometer *A* und *T* zu bestimmen und Herr Fuss in Kronstadt den Temperaturcoefficienten des Chronometers *W*. Demnach ändert sich der Gang von

A	um	−0ˢ.22	für 1°	Reaumur.
T	»	−0.25	» 1°	»
W	»	+0.21	» 1°	»

Für den Chronometer *E* habe ich bis jetzt nur constatiren können, dass sein Gang um mehr als 0ˢ.1 für 1°R. retardirt. Professor Donner hat nicht angegeben, ob seine Bestimmungen sich auf Réaumur oder Celsius beziehen. Ich habe angenommen, dass sie sich auf Réaumur beziehen. Die dadurch entstehende Unsicherheit wird wahrscheinlich nicht wesentlich grösser als die Unsicherheit der Bestimmungen selbst. Hier kommt es aber hauptsächlich darauf an constatirt zu haben, dass der Einfluss der Temperatur von entgegengesetztem Zeichen bei den Helsingforser Chronometern im Verhältniss zu den beiden anderen ist.

Wir wollen nun das Mittel der Längenunterschiede, wie sie *A* und *W* ergeben als mittelst *eines* Chronometers bestimmt betrachten und diesen fictiven Chronometer mit *M* bezeichnen. Nach den Untersuchungen von Donner und Fuss kann die Annahme, dass der Temperatureinfluss auf den Gang von *M* gleich 0 ist, nicht sehr fehlerhaft sein. Das Mittel der Resultate von *T* und *E* soll gleichfalls als von einem Chronometer *N* abgeleitet betrachtet werden. Wenn der Temperaturcoefficient von *E* nicht nur von entgegengesetztem Zeichen, sondern auch von derselben absoluten Grösse ist, so müssen die Resultate von *M* und *N* gleich sein, wenn anderweitige Einflüsse entweder sehr klein sind oder sich gegenseitig aufheben. Verfahren wir in dieser Weise, so ergiebt sich:

	Minin — Popov's Isba.	Welikovisj. — Minin.
M	−1ᵐ39ˢ.9	−7ᵐ57ˢ.0
N	39.6	57.8
Mittel	−1ᵐ39ˢ.7	−7ᵐ57ˢ.4

	Ustzylma — Welikovisj.	Mesen-Ustzylma.
M	−31ˢ.1	+31ᵐ37ˢ.9
N	−31.0	37.5
Mittel	−31ˢ.0	+31ᵐ37ˢ.7

Diese Übereinstimmung ist durchaus befriedigend und zeigt, dass die hier hinein spielenden mittleren Zustände unserer Annahme nicht widersprechen.

Die grösste Unsicherheit, nämlich für Popov's Isba in Bezug auf Mesen, würde demnach nicht 0ˢ.4 erreichen, eine Grösse, die den wahrscheinlichen Fehler einer Zeitbestimmung nicht wesentlich überschreitet.

Wir geben nun die Resultate für die zwischenliegenden Punkte. Mit der angeführten Längendifferenz zwischen Mesen und Ustzylma erhielt ich mit Benutzung der aus den Beobachtungen Juni 21.9 und Juli 8.0 abgeleiteten Gänge der Chronometer:

	Mesen — Jasovitzi.	Mesen — Saphonova.
M	+ 9ᵐ 12ˢ.0	+ 13ᵐ 49ˢ.4
N	12.0	50.1
Mittel	+ 9ᵐ 12ˢ.0	+ 13ᵐ 49ˢ.8

	Mesen — 6-te Postisba.	Mesen — 3-te Postisba.
M	+ 19ᵐ 54ˢ.1	+ 23ᵐ 46ˢ.5
N	54.1	46.9
Mittel	+ 19ᵐ 54ˢ.1	+ 23ᵐ 46ˢ.7

Aus den Chronometergängen so wie sie aus den Zeitbestimmungen in Welikovisjasotchnoje, Juli 10.9 und am Flusse Minin, Zuli 21.0 hervorgehen und mit Rücksicht auf die oben abgeleitete Längendifferenz zwischen diesen beiden Orten fand ich:

	Welikovisj. — Sula.	Welikovisj. — Soima.
M	− 57ˢ.2	− 3ᵐ 57ˢ.5
N	− 57.2	56.3
Mittel	− 57ˢ.2	− 3ᵐ 56ˢ.9

	Welikovisj. — Urdjug'sche Fluss.
M	− 5ᵐ 26ˢ.3
N	27.7
Mittel	− 5ᵐ 27ˢ.0

Die Chronometergänge, abgeleitet aus den Zeitbestimmungen in Ustzylma, August 27.5 und in Mesen September 14.9 gaben für die Längen der Punkte zwischen diesen Orten:

	Mesen — Samoiga.	Mesen — Schleppweg.
M	+ 17ᵐ 52ˢ.5	+ 23ᵐ 59ˢ.2
N	51.5	57.0
Mittel	+ 17ᵐ 52ˢ.0	+ 23ᵐ 58ˢ.1

	Mesen — Umba.	Mesen — Borovaja.
M	+ 28ᵐ 47ˢ.4	+ 30ᵐ 28ˢ.9
N	45.1	27.0
Mittel	+ 28ᵐ 46ˢ.3	+ 30ᵐ 28ˢ.0

Während die Übereinstimmung sowohl für die erste Reihe Punkte zwischen Mesen und Ustzylma, wie für die Punkte zwischen Welikovisja-sotchnoje und Minin vollkommen befriedigend und der Annahme entsprechend ist, so ergiebt sich ein systematischer Unterschied zwischen *M* und *N* für die zweite Punktreihe zwischen Mesen und Ustzylma. In der That waren während der Fahrt von Ustzylma nach Mesen, sowohl die Temperatur- wie die Feuchtigkeitsverhältnisse veränderlicher als sonst während der Expedition, mit Ausnahme jedoch von der Fahrt in der Tundra, wo die Temperatur und Feuchtigkeitsunterschiede noch bedeutend grösser waren.

Betrachten wir nun die Unterschiede zwischen *M* und *N* für sämmtliche interpolirte Punkte als von zufälliger Art, so ergiebt sich der wahrscheinliche Fehler einer aus dem Mittel von *M* und *N* abgeleiteten Längendifferenz zu ±0ˢ.41 im Mittel. Bezogen auf Mesen ergiebt sich demgemäss, dass sämmtliche Längen bis Popov's Isba inclusive nicht unsicherer als 0ˢ.5 sind. Betrachten wir die zweite Reihe zwischen Mesen und Ustzylma besonders, so ergiebt sich für diese ein wahrscheinlicher Fehler von ± 0ˢ.8. Dann wird der wahrscheinliche Fehler der übrigen Punkte durchschnittlich etwa±0ˢ.3. Fasse ich alles zusammen, die Unsicherheit der Zeitbestimmungen mit einbegriffen, so kann ich die Längen der obigen Punkte in Bezug auf Mesen sicherer als 1ˢ anschlagen. Der wahrscheinliche Fehler einer Zeitbestimmung beträgt durchschnittlich ±0ˢ.30.

Was die Punkte in der Tundra betrifft, so stellt sich die Sache etwas ungünstiger. Am 24. Juli brachen wir von Popov's Isba auf und begaben uns in west-südwestlicher Richtung über das Timaner Gebirge. Das Wetter war am Anfang der Reise sehr gut, so dass während der Überfahrt über das Gebirge die Sonne fast jeden Tag beobachtet werden konnte. Die Temperatur war hoch, + 20° C. Angelangt am Flusse Volonga folgten wir, wie schon erwähnt, dessen Lauf in nordwestlicher Richtung bis an das Eismeer — Tcheskaja-Bucht. Unweit der Mündung des genannten Flusses wurde der erste Punkt am Meeresufer bestimmt. An diesem Tage fiel zum ersten Mal ziemlich starker Regen während der Tundrafahrt. Die hohe Temperatur dauerte noch fort. Aber vom 7. August an ging der Wind auf Nordost über und die Temperatur fiel auf + 6°. Die letzte Beobachtung am Meeresufer — Besov Bach[1]) — fand am 11. August zwischen Regengüssen statt. Das sehr feuchte und kalte Wetter dauerte bis zur Rückkehr zu Popov's Isba. Vom 24. Juni bis zum 6. August war die mittlere Temperatur im Chronometer-Kasten + 19° C., vom 6. August bis 14. August. + 9° C.; die Differenz betrug also 10°.

1) Etwas östlich von Tschaitschin Mys.

Die Punkte in der Tundra sollen der Reihe nach mit 1, 2, u. s. w. bezeichnet werden. Zur Ermittelung der Längen in Bezug auf Popov's Isba wurden die Chronometerstände an dieser Stelle, Juli 23.0 und August 15.0 angewandt. Die Längen ergaben sich wie folgt:

	Popov's Isba.			
	1	2	4	4
M	$-2^m 24^s.1$	$-2^m 48^s.9$	$-4^m 10^s.1$	$-5^m 33^s.2$
N	26.7	52.3	14.0	37.2
Mittel	$-2^m 25^s.4$	$-2^m 50^s.6$	$-4^m 12^s.1$	$-5^m 35^s.2$
	6	7	8	9
M	$-5^m 40^s.4$	$-7^m 35^s.2$	$-6^m 37^s.4$	$-4^m 45^s.3$
N	42.7	40.1	40.1	48.7
Mittel	$-5^m 41^s.5$	$-7^m 37^s.7$	$-6^m 38^s.8$	$-4^m 47^s.0$

Die grossen Unterschiede zwischen *M* und *N* können nun sehr wohl davon kommen, dass die Temperaturcoefficienten von *M* oder *N* oder von allen beiden nicht Null sind, sondern schon bei so starken Temperaturunterschieden wie die während der Fahrt in der Tundra merkbar werden. Möglicherweise kann auch der Grund in den Feuchtigkeitszuständen der Luft liegen. Herr Fuss hat mir die Mittheilung gemacht, dass seine Untersuchungen über die Wirén'schen Chronometer ergeben haben, der Gang ändere sich mit dem Feuchtigkeitsgrade der Luft. In dieser Beziehung liegen keine Untersuchungen über die von mir angewandten Chronometer vor. Durch die plausible Hypothese, der Temperatur-Coefficient von *T* sei numerisch um 0.06 grösser als derjenige von *E*, oder dass sie in der That numerisch gleich sind, während die von Donner angegebenen Temperatur-Coefficienten sich auf das Thermometer Celsius bezogen, konnte *M* mit *N* zur völligen Übereinstimmung gebracht werden. Endlich ist es nicht unwahrscheinlich, dass die beiden fictiven Chronometer *M* und *N* kleine numerisch gleiche Temperatur-Coefficienten aber von entgegengesetztem Zeichen haben, in Folge dessen die Mittel frei vom Einflusse der Temperatur sein würden. Wie dem auch sei, so lange die Temperatur-Coefficienten sämmtlicher Chronometer mit hinreichender Schärfe nicht bekannt sind, müssen wir mit den gewonnenen Resultaten zufrieden sein und die Unterschiede zwischen *M* und *N* als die Genauigkeit der Längendifferenzen beeinträchtigend ansehen.

Aus den Unterschieden von den Mitteln ersieht man, dass der wahrscheinliche Fehler der angeführten Längendifferenzen in Bezug auf Popov's Isba im Mittel $\pm 1^s.4$ beträgt. Da nach dem Vorhergehenden mit ziemlich

grosser Sicherheit angenommen werden kann, dass die Längen der übrigen Punkte, Popov's Isba inclusive, mit Unsicherheiten behaftet sind, die jedenfalls kleiner als 1′ sind, so wird demnach die Unsicherheit der Längen der Punkte in der Tundra auch jedenfalls kleiner als 2′ sein. In der That ergiebt es sich, wie schon angeführt ist, dass der wahrscheinliche Fehler einer Längenbestimmung zwischen Mesen und Popov's Isba im Mittel ±0.′4 beträgt, woraus folgt $\pm \sqrt{1.4^2 + 0.4^2} = \pm 1.'5$ als wahrscheinlicher Fehler für die Längen in der Tundra. Wenn wir also für sämmtliche Punkte bis Popov's Isba incl. setzen:

1. wahrscheinlicher Fehler einer Längendifferenz in Bezug auf Mesen < 1′

und für die Punkte in der Tundra

2. wahrscheinlicher Fehler einer Längendifferenz in Bezug auf Mesen < 2′,

so dürften auch hiermit die oberen Grenzen der Unsicherheit angegeben sein.

Die Chronometer wurden in einem Kasten verwahrt, der auf Spiralfedern ruhend in einem zweiten Kasten eingeschlossen war; dieser war wiederum mit Rennthierfellen und wasserdichtem Segeltuch umgeben. Dank diesem Umstande konnte die Temperatur, die täglich abgelesen wurde, im inneren Kasten bis auf 5 oder 6 Grad constant gehalten werden, mit Ausnahme jedoch von den Fahrten in der Tundra und von Ustzylma nach Mesen, wo die Variationen, wie schon erwähnt, grösser waren. Es versteht sich von selbst, dass ich während der Fahrten die Aufsicht über die Chronometer einem Anderen nicht anvertraute und stets bemüht war, sie vor heftigen Stössen zu bewahren.

Die Breitenbestimmungen.

Zur Bestimmung der Breite wurden, wenn irgend wie möglich, Sonnenhöhen in der Nähe des Meridians gemessen. Leider musste ich mich aber wegen der Witterung häufig damit begnügen, für diesen Zweck Sonnenhöhen auch bei Azimuthen bis 45° zu messen. Wie für die Zeitbestimmungen, so war ich auch für die Breitenbestimmungen immer bemüht, den oberen und unteren Rand der Sonne gleichmässig zu beobachten. Die Correction des Nullpunktes des Kreises wurde mit sehr wenigen Ausnahmen jedesmal bestimmt, und zwar durch Messung des Durchmessers der Sonne. Zur Controle wurden bei allen möglichen Gelegenheiten die Sonnenhöhen nahe dem Meridian «rechts» und «links» gemessen.

Die Correction des Nullpunktes erwies sich von einer merkwürdigen Constanz. Sämmtliche Bestimmungen dieser Correction fallen zwischen

$$+3'\,27''\text{ und }+3'\,31''..$$

Den Reductionen der Beobachtungen wurde die Correction

$$+3'\ 30''$$

zu Grunde gelegt. Ich bemerke, dass diese Correction bei der Expedition des vorhergehenden Jahres fast dieselbe war. Um zu zeigen, dass diese aus den Messungen des Sonnendurchmessers abgeleitete Correction von systematischen Fehlern wesentlich frei ist, führe ich die aus den «links» und «rechts» gemessenen Circummeridianhöhen bestimmten Correctionen an und bemerke dabei, dass in jeder Lage des Kreises durchschnittlich 8 Höhen gemessen sind:

Juli	2.	Saphonova	Corr. d. Nullpunktes = $+3'24''$
»	5.	6te Postisba	» » » 3 28
»	6.	3te Postisba	» » » 3 31
»	8.	Ustzylma	» » » 3 34
»	11.	Welikovisjasotchnoje .	» » » 3 30
»	18.	Fluss Urdjug	» » » 3 31
»	22.	Popov's Isba	» » » 3 30
»	29.	1ter Punkt in der Tundra	» » » 3 32
»	31.	3ter » » » »	» » » 3 28
August	1.	5ter » » » »	» » » 3 31
»	6.	8ter » » » »	» » » 3 33
»	15.	Popov's Isba	» » » 3 29
			Mittel $3'30.1''\pm0''48$

wahrscheinlicher Fehler einer Best. $=\pm1''68$.

Hieraus geht die Constanz des Nullpunktes, so wie die völlige Übereinstimmung mit der direct bestimmten Correction zur Evidenz hervor. Wir können uns hieraus zugleich ein Urtheil über die Genauigkeit der aus Circummeridianhöhen abgeleiteten Breiten bilden. Setzen wir den wahrscheinlichen Fehler einer Breitenbestimmung «rechts» = dem wahrscheinlichen Fehler einer Breitenbestimmung «links», in dem wir unter einer Bestimmung das Resultat aus mindestens 8 gemessenen Sonnenhöhen verstehen, so wird offenbar der wahrscheinliche Fehler ε einer solchen Bestimmung

$$\varepsilon = \pm\frac{1''68}{\sqrt{2}} = \pm 1''20$$

und der wahrscheinliche Fehler ε_1 des Mittels einer Bestimmung «rechts» und «links»

$$\varepsilon_1 = \pm\frac{1.68}{2} = \pm 0''84.$$

Diese Resultate können wir gewissermaassen controliren. An den 4 Hauptpunkten sind die Breiten je zwei Mal bestimmt worden:

Ustzylma.	Juli 8.	$\varphi = 65° 26' 31''$
»	August 27.	65 26 34
Welikovisj.	Juli 11.	67 15 6
»	August 21.	67 15 7
Minin.	Juli 21.	67 15 11
»	August 16.	67 15 8
Popov's Isba.	Juli 22.	67 22 17
»	August 15.	67 22 19.

Diese Bestimmungen widersprechen nicht dem berechneten wahrscheinlichen Fehler.

Die Beobachtungen des oberen und unteren Randes stimmen vollkommen; den Beweis dafür werde ich hier nicht geben, weil, wie schon bemerkt, sowohl der obere wie der untere Rand gleich häufig beobachtet wurde, und also ein eventuel vorhandener Unterschied auf das Endresultat keinen Einfluss haben wird.

Für die jetzt folgende Zusammenstellung ist die Länge der Stadt Mesen in Bezug auf Greenwich zu $2^h\ 57^m\ 2^s$ angenommen. Dieser Werth ist nur ein vorläufiger, indem einerseits die von Rchevski und mir ausgeführte Längenbestimmung zwischen Mesen und Archangelsk noch nicht definitiv berechnet worden, andererseits das Resultat der Längenbestimmung zwischen Archangelsk und Pulkowa, welche die Herren Wittram und Wilkitski ausgeführt haben, bis jetzt nicht publicirt ist. Zu den auf Mesen bezogenen Längen wird man dann möglicherweise eine constante Correction noch hinzuzufügen haben.

Um alles beisammen zu haben, werde ich noch die Ortsbestimmungen, die ich im Jahre 1889 ausführte, anführen.

	Nördliche Breite.	Östliche Länge von Greenwich.
1. Besov Bach am Eismeere. 9ter Punkt in der Tundra	67°37'56"	$3^h\ 13^m\ 44^s.5$
2. Wasili Popov's Isba	67 22 18	3 18 31.6
3. Am Flusse Welikaja. 8ter Punkt in der Tundra	67 20 9.5	3 11 52.8
4. Im Timaner-Gebirge. 1ter Punkt in der Tundra	67 19 36	3 16 6.2
5. Im Timaner-Gebirge. 2ter Punkt in der Tundra	67 17 48	3 15 41.0
6. Am Flusse Minin	67 15 9.5	3 20 11.3

	Nördliche Breite.	Östliche Länge von Greenwich.
7. Welikovisjasotchnoje, an der Petschora	67°15′ 6″.5	3^h 28^m 8^s.7
8. Am Flusse Urdjug	67 14 0	3 22 41.7
9. Im Timaner-Gebirge. 3ter Punkt in der Tundra	67 13 45	3 14 19.5
10. Bjelaja Schlje, am Eismeere. 7ter Punkt in der Tundra	67 9 17	3 10 53.9
11. Am Flusse Wolonga. 6ter Punkt in der Tundra	67 6 13	3 12 49.9
12. Am Flusse Wolonga. 5ter Punkt in der Tundra	67 5 58	3 12 (54)
13. Im Timaner-Gebirge. 4ter Punkt in der Tundra	67 5 32	3 12 56.4
14. Am Flusse Soima	67 4 20	3 24 8.8
15. Am Flusse Sula	66 54 56	3 27 11.5
16. Mesen	65 50 13	2 57 2
17. 6te Postisba, an der Zylma	65 42 50	3 16 56.1
18. Dorf Jasovitzi, an der Pjosa	65 42 29	3 6 14.0
19. Dorf Saphonova, an der Pjosa	65 40 15.5	3 10 51.8
20. 3te Postisba, an der Zylma	65 39 20	3 20 48.7
21. Dorf Ustzylma, an der Petschora . . .	65 26 32.5	3 28 39.7
22. Dorf Borovaja, an der Petschorskaja Pischma	65 14 36	3 27 30.0
23. Schleppweg, an der Petschorskaja Pischma	64 55 20	3 21 0.1
24. Mündung des Flusses Umba, an der Mesenskaja Pischma	64 44 34.5	3 25 48.3
25. Mündung des Flusses Samoiga, an der Mesenskaja Pischma	64 32 12 .	3 14 54.0
26. Niuineraek, im Timaner-Gebirge . . .	62 47 28.5	3 32 38.4
27. Pot-Tchurk » » » . . .	62 44 13	3 34 0.6
28. Mosirdyn, am Flusse Otch	62 43 16	3 32 46.8
29. Mündung der Otch, an der Nivschera	62 33 58	3 31 28.5
30. Dorf Wichera, am Flusse Wichera . .	62 15 10.5	3 29 58.1
31. Mündung des Flusses Wichera, an der Wichegda	61 55 45	3 29 39.5
32. Stadt Ustsyssolsk	61 40 25.5	3 23 24.6

An die vorstehenden Längen der Orte 1—25 kommt, wie schon bemerkt, möglicherweise noch eine Correction wegen verbesserter Länge von Mesen.

Im Catalog des Generalstabs finden sich Bestimmungen für die Punkte 7, 18, 19, 20 und 21, und zwar sind folgende Werthe der Coordinaten demselben entnommen:

7.	$\varphi = 67^\circ\ 15'\ 12''$	$\lambda = 3^h\ 28^m\ 15^s.0$
18.	65 42 19	3 6 38.0
19.	65 40 36	3 10 45.7
20.	65 38 47	3 20 42.5
21.	65 26 34	3 28 35.0.

Vergleicht man diese mit meinen Bestimmungen, so findet man:

	Backlund — Catalog.	
	$\Delta\varphi$	$\Delta\lambda$
7.	— 5″.5	— 6ˢ.3
18.	+ 10.0	— 24.0
19.	— 20.5	+ 6.1
20.	— 76.0	+ 3.0
21.	— 1.5	+ 4.7

Der Punkt 20 im Catalog bezieht sich auf die Mündung von Bereosoba und liegt etwa 150 Saschen nach Nordwest von der 3ten Postisba, was aber nicht den grossen Unterschied in der Breite erklärt.

Krusenstern hat im Jahre 1843 Welikovisjasotchnoje und Ustzylma wie folgt bestimmt:

7.	$\varphi = 67^\circ\ 14'\ 59''.3$	$\lambda = 3^h\ 28^m\ 17^s.2$
21.	65 26 23.6	3 28 36.4.

Hieraus finde ich durch Vergleichung mit meinen Bestimmungen:

	Backlund — Krusenstern.	
	$\Delta\varphi$	$\Delta\lambda$
7.	+ 7″.2	— 8ˢ.5
21.	+ 8.9	+ 3.3

während die Längendifferenz zwischen Ustzylma und Welikovisjasotchnoje sich nach meinen Beobachtungen zu — 31ˢ.0, nach dem Cataloge zu — 20ˢ.0 und nach Krusenstern's Beobachtungen zu — 19ˢ.2 ergiebt. Die scharfe Controle bei meinen Beobachtungen, lässt nicht daran zweifeln, dass die aus denselben hervorgehende Längendifferenz richtig ist. In Ustzylma beziehen sich die Beobachtungen auf den Thurm der grossen (orthodoxen) Kirche, in Welikovisjasotchnoje ebenfalls auf den Kirchthurm. Wenn die alten Bestimmungen sich auf die Mündung der Wiska in Welikovisjatchnoje und auf das Petschora-Ufer in Ustzylma beziehen, so würde der Unterschied sich zum

Theil erklären lassen. Indessen darf man nicht vergessen, dass Krusenstern's Längenbestimmung auf einem einzigen Chronometer beruht.

Im Jahre 1850 hat Krusenstern für W. Popov's Isba folgende Bestimmung erhalten:

$$\varphi = 67^\circ\ 22'\ 11'' \qquad \lambda = 3^h\ 18^m\ 43{:}5.$$

Im Jahre 1856 hat er Jasovitzi und Saphonova bestimmt.

Jasovitzi:	$\varphi = 65^\circ\ 42'\ 31''$	$\lambda = 3^h\ 6^m\ 16{:}2$
Saphonova	65 40 7	3 10 54.2[1])

Vergleichen wir diese mit meinen Bestimmungen, so ergiebt sich:

	Backlund — Krusenstern.	
	$\Delta\varphi$	$\Delta\lambda$
·2	$+7''$	$-11{:}9$
18	$-2''$	$-2{:}2$
19	$+8.5$	-2.4

Krusenstern's Breitenbestimmung von Mesen im Jahre 1856 lautet (nach Wittram):

$$\varphi = 65^\circ\ 50'\ 16''.$$

Also für diesen Ort

Backlund — Krusenstern
$\Delta\varphi$
$-3''$.

1) Manuscript von Herrn Dr. Wittram.

MÉLANGES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES
TIRÉS DU
BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG.
TOME VII.

Genäherte Elemente und Ephemeride des Enke'schen Cometen für 1891. Von O. Backlund. (Lu le 29 mai 1891).

Mit Berücksichtigung der Störungen durch die Planeten Venus, Erde, Mars, Jupiter und Saturn 1884 Dec. 18.0—1888 März 7.0, der Störungen durch Jupiter allein 1888 März 7.0 — 1891 Mai 31.0 sowie der empirischen Correctionen $\Delta M = -16''.20$ und $\Delta\mu = -0.012249$ wurde aus den Elementen:

Epoche und Osculation 1884 Dec. 18.0 M. Z. Berl.

$$\begin{aligned} M &= 336°15'\ 11''.09 \\ \varphi &= \ \ 57\ 45\ 18.63 \\ \Omega &= 334\ 36\ 56.32 \\ \pi &= 158\ 32\ 45.21 \\ i &= \ \ 12\ 54\ \ 0.76 \end{aligned} \Big\} \text{M. Aequ. 1885.0}$$

$$\begin{aligned} \mu &= 1073.012513 \\ \mu' &= +\ 0.053121 \\ \varphi' &= -\ 1.88 \end{aligned}$$

das folgende System abgeleitet:

Epoche und Osculation 1891 Mai 31.0 M. Z. Berl.

$$\begin{aligned} M &= 318°12'\ 48''.96 \\ \varphi &= \ \ 57\ 49\ 48.64 \\ \Omega &= 334\ 41\ 26.74 \\ \pi &= 158\ 38\ 46.35 \\ i &= \ \ 12\ 54\ 57.86 \end{aligned} \Big\} \text{M. Aequ. 1891.0}$$

$$\begin{aligned} \mu &= 1074.379285 \\ \mu' &= +\ 0.053121 \\ \varphi' &= +\ 1.88 \end{aligned}$$

Mit diesen Elementen ist die Ephemeride berechnet.

Weil die Störungen durch Venus, Erde, Mars und Saturn während des letzten Umlaufes des Cometen nicht berücksichtigt sind, so kann sie selbstverständlich den Ort des Cometen nicht genau wiedergeben; im Laufe der Erscheinung wird die Abweichung wohl einige Bogenminuten erreichen können.

Indessen werden das Auffinden und die Beobachtungen des Cometen nach den Angaben der Ephemeride keine Schwierigkeit bieten.

Aus der Ephemeride ist ersichtlich, dass der Comet nach dem Perihel-durchgang diesmal überhaupt nicht beobachtet werden kann.

Ephemeride.

0^h	M.B.Z.	$\mathcal{R}$	Diff.	Decl.	Diff.	Log.-Entfernung v. ☉	Log.-Entfernung v. δ	Aberr.-Zeit.
1891	Juli 2	$2^h 32^m 50^s$		+22°40′.2		0.2768	0.3488	18 31
			+2m 7s		+13.3			
	3	2 34 57		+22 53.5		0.2742	0.3446	
			+2 9		+13.3			
	4	2 37 6		+23 6.8		0.2716	0.3405	18 11
			+2 10		+13.4			
	5	2 39 16		+23 20.2		0.2690	0.3463	
			+2 12		+13.6			
	6	2 41 28		+23 33.8		0.2663	0.3321	17 50
			+2 14		+13.6			
	7	2 43 42		+23 47.4		0.2636	0.3279	
			+2 14		+13.6			
	8	2 45 56		+24 1.0		0.2608	0.3235	17 29
			+2 16		+13.6			
	9	2 47 12		+24 14.6		0.2580	0.3191	
			+2 20		+13.8			
	10	2 50 32		+24 28.4		0.2552	0.3147	17 7
			+2 22		+13.9			
	11	2 52 54		+24 42.3		0.2523	0.3102	
			+2 22		+13.9			
	12	2 55 16		+24 56.2		0.2494	0.3057	16 46
			+2 24		+13.9			
	13	2 57 40		+25 10.1		0.2465	0.3011	
			+2 27		+14.1			
	14	3 0 7		+25 24.2		0.2436	0.2966	16 25
			+2 29		+14.2			
	15	3 2 36		+25 38.4		0.2406	0.2920	
			+2 31		+14.3			
	16	3 5 7		+25 52.7		0.2375	0.2872	16 4
			+2 34		+14.2			
	17	3 7 41		+26 6.9		0.2345	0.2824	
			+2 36		+14.3			
	18	3 10 17		+26 21.2		0.2314	0.2776	15 43
			+2 39		+14.3			
	19	3 12 56		+26 35.5		0.2282	0.2727	
			+2 41		+14.4			
	20	3 15 37		+26 49.9		0.2250	0.2678	15 22
			+2 44		+14.5			
	21	3 18 21		+27 4.4		0.2218	0.2628	
			+2 47		+14.6			
	22	3 21 8		+27 19.0		0.2186	0.2579	15 1
			+2 50		+14.7			
	23	3 23 58		+27 33.7		0.2153	0.2529	
			+2 53		+14.7			
	24	3 26 51		+27 48.4		0.2119	0.2477	15 40
			+2 57		+14.8			
	25	3 29 48		+28 3.2		0.2085	0.2426	
			+3 0		+14.9			
	26	3 32 48		+28 18.1		0.2051	0.2374	14 20
			+3 4		+14.9			
	27	3 35 52		+28 33.0		0.2016	0.2321	
			+3 7		+14.9			
	28	3 32 59		+28 47.9		0.1981	0.2268	14 0
			+3 11		+14.9			
	29	3 42 10		+29 2.8		0.1945	0.2215	
			+3 15		+14.9			
	30	3 45 25		+29 17.7		0.1909	0.2160	13 39
			+3 17		+14.9			
	31	3 42 42		+29 32.6		0.1872	0.2105	
			+3 23		+14.9			

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 402.

0^h	M.B.Z.	$\mathfrak{A}\mathfrak{R}$	Diff.	Decl.	Diff.	Log.-Entfernung $\odot$	Log.-Entfernung δ	Aberr.-Zeit
1891	Aug. 1	$3^h52^m\ 5^s$	$+3^m27^s$	$+29°47'.5$	$+14'.9$	0.1834	0.2050	13 16
	2	3 55 32	+3 31	+30 2.4	+14.9	0.1796	0.1995	
	3	3 59 8	+3 36	+30 17.3	+14.9	0.1758	0.1939	12 54
	4	4 2 39	+3 41	+30 32.2	+14.8	0.1719	0.1883	
	5	4 6 20	+3 47	+30 47.0	+14.8	0.1680	0.1826	12 36
	6	4 10 7	+3 52	+31 1.8	+14.8	0.1640	0.1768	
	7	4 13 59	+3 57	+31 16.6	+14.7	0.1599	0.1711	12 18
	8	4 17 56	+4 4	+31 31.3	+14.4	0.1557	0.1653	
	9	4 22 0	+4 10	+31 45.7	+14.3	0.1515	0.1594	11 58
	10	4 26 10	+4 15	+32 0.0	+14.2	0.1472	0.1535	
	11	4 30 25	+4 22	+32 14.2	+14.0	0.1429	0.1476	11 39
	12	4 34 47	+4 30	+32 28.2	+13.8	0.1385	0.1416	
	13	4 39 17	+4 38	+32 42.0	+13.4	0.1340	0.1356	11 20
	14	4 43 55	+4 42	+32 55.4	+13.2	0.1294	0.1296	
	15	4 48 37	+4 51	+33 8.6	+12.8	0.1248	0.1236	11 2
	16	4 53 28	+4 59	+33 21.4	+12.5	0.1201	0.1176	
	17	4 58 27	+5 8	+33 33.9	+12.0	0.1153	0.1115	10 44
	18	5 3 35	+5 15	+33 45.9	+11.5	0.1104	0.1054	
	19	5 8 50	+5 24	+33 57.4	+11.0	0.1054	0.0993	10 26
	20	5 14 14	+5 32	+34 8.4	+10.4	0.1003	0.0932	
	21	5 19 46	+5 41	+34 18.8	+9.7	0.0952	0.0871	10 9
	22	5 25 27	+5 50	+34 28.5	+8.8	0.0900	0.0811	
	23	5 31 17	+6 0	+34 37.3	+8.1	0.0847	0.0751	9 52
	24	5 37 17	+6 10	+34 45.4	+7.2	0.0793	0.0691	
	25	5 43 27	+6 20	+34 52.6	+6.2	0.0737	0.0630	9 36
	26	5 49 47	+6 31	+34 58.8	+5.1	0.0680	0.0571	
	27	5 56 18	+6 41	+35 3.9	+4.1	0.0622	0.0512	9 20
	28	5 2 59	+6 51	+35 8.0	+2.7	0.0563	0.0454	
	29	6 9 50	+7 1	+35 10.7	+1.2	0.0504	0.0396	9 6
	30	6 16 51	+7 10	+35 11.9	−0.3	0.0443	0.0339	
	31	6 24 1	+7 21	+35 11.6	−2.1	0.0380	0.0284	8 52
	Sept. 1	6 31 22	+7 31	+35 9.5	−4.0	0.0316	0.0229	
	2	6 38 53	+7 41	+35 5.5	−5.6	0.0251	0.0176	8 39
	3	6 46 34	+7 51	+34 59.9	−7.1	0.0184	0.0124	
	4	6 54 25	+7 59	+34 52.8	−9.3	0.0115	0.0074	8 26

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 403.

0h	M.B.Z.	α	Diff.	Decl. δ	Diff.	Log.-Entfernung. v. ☉	Log.-Entfernung. v. δ	Aberr.-Zeit.
1891	Sept. 5	7h 2m24s		+34°43′.5		0.0045	0.0025	
			+8m 7s		−11′.7			
	6	7 10 31		+34 31.8		9.9974	9.9978	8 15
			+8 14		−14.2			
	7	7 18 45		+34 17.6		9.9901	9.9935	
			+8 22		−17.1			
	8	7 27 7		+34 0.5		9.9826	9.9891	8 5
			+8 29		−19.6			
	9	7 35 36		+33 40.9		9.9749	9.9850	
			+8 35		−22.0			
	10	7 44 11		+33 18.9		9.9671	9.9813	7 57
			+8 41		−24.3			
	11	7 52 52		+32 54.6		9.9590	9.9779	
			+8 45		−26.6			
	12	8 1 37		+32 28.0		9.9508	9.9747	7 50
			+8 48		−29.6			
	13	8 10 25		+31 58.4		9.9424	9.9719	
			+8 50		−33.3			
	14	8 19 15		+31 25.1		9.9336	9.9693	7 44
			+8 52		−35.8			
	15	8 28 7		+30 49.3		9.9246	9.9671	
			+8 51		−38.4			
	16	8 36 58		+30 10.9		9.9154	9.9653	7 40
			+8 51		−41.2			
	17	8 45 49		+29 29.7		9.9060	9.9638	
			+8 50		−44.2			
	18	8 54 39		+28 45.5		9.8964	9.9629	7 37
			+8 49		−47.0			
	19	9 3 28		+27 58.5		9.8864	9.9623	
			+8 47		−49.5			
	20	9 12 15		+27 9.0		9.8761	9.9620	7 36
			+8 44		−52.1			
	21	9 20 59		+26 16.9		9.8655	9.9626	
			+8 39		−54.4			
	22	9 29 38		+25 22.5		9.8546	9.9634	7 37
			+8 33		−56.7			
	23	9 38 11		+24 25.8		9.8434	9.9644	
			+8 27		−59.1			
	24	9 46 38		+23 26.7		9.8319	9.9656	7 40
			+8 22		−1° 1.0			
	25	9 55 0		+22 25.7		9.8200	9.9677	
			+8 16		−1 2.8			
	26	10 3 16		+21 22.9		9.8078	9.9700	7 44
			+8 10		−1 4.5			
	27	10 11 26		+20 18.4		9.7953	9.9728	
			+8 4		−1 6.2			
	28	10 19 30		+19 12.2		9.7823	9.9760	7 51
			+7 57		−1 7.5			
	29	10 27 27		+18 4.7		9.7689	9.9797	
			+7 51		−1 8.9			
	30	10 35 18		+16 55.8		9.7552	9.9838	7 59
			+7 45		−1 10.0			
	Oct. 1	10 43 3		+15 45.8		9.7410	9.9883	
			+7 40		−1 11.1			
	2	10 50 43		+14 34.7		9.7267	9.9931	8 10
			+7 35		−1 12.1			
	3	10 58 18		+13 22.6		9.7120	9.9983	
			+7 30		−1 12.8			
	4	11 5 48		+12 9.8		9.6968	0.0039	8 22
			+7 26		−1 13.6			
	5	11 13 14		+10 56.2		9.6814	0.0098	
			+7 22		−1 14.2			
	6	11 20 36		+ 9 42.0		9.6659	0.0159	8 36
			+7 19		−1 14.8			
	7	11 27 55		+ 8 27.2		9.6503	0.0223	
			+7 17		−1 15.4			
	8	11 35 12		+ 7 11.8		9.6347	0.0289	8 52
			+7 17		−1 15.8			
	9	11 42 29		+ 5 56.0		9.6191	0.0357	
			+7 16		−1 16.2			

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 404.

						Log.-Entfernung.		
0^h	M.B.Z.	$\mathscr{R}$	Diff.	Decl. $\mathscr{L}$	Diff.	$\mathscr{L}$ v. ☉	$\mathscr{L}$ v. δ	Aberr.-Zeit.
1891	Oct. 10	$11^h49^m45^s$		+ 4°39′.8		9.6042	0.0427	9 9
			+7m17s		−1°16′.6			
	11	11 57 2		+ 3 23.2		9.5897	0.0498	
			+7 18		−1 16.8			
	12	12 4 20		+ 2 6.4		3.5762	0.0570	9 27
			+7 20		−1 17.0			
	13	12 11 40		+ 0 49.4		9.5627	0.0642	
			+7 23		−1 17.0			
	14	12 19 3		− 0 27.6		9.5531	0.0713	9 47
			+7 27		−1 16.8			
	15	12 26 30		− 1 44.4		9.5444	0.0783	
			+7 30		−1 6.5			
	16	12 34 0		− 3 0.9		9.5377	0.0853	10 6
			+7 34		−1 6.0			
	17	12 41 34		− 4 16.9		9.5336	0.0926	
			+7 39		−1 5.3			
	18	12 49 13		− 5 32.2		9.5321	0.0987	10 25
			+7 40		−1 3.9			
	19	12 56 53		− 6 46.1		9.5336	0.1050	
			+7 41		−1 12.2			
	20	13 4 34		− 7 58.3		9.5374	0.1111	10 43
			+7 42		−1 10.6			
	21	13 12 16		− 9 8.9		9.5439	0.1169	
			+7 43		−1 8.8			
	22	13 19 59		−10 17.7		9.5527	0.1225	11 0
			+7 42		−1 6.6			
	23	13 27 41		−11 24.3		9.5634	0.1278	
			+7 40		−1 4.4			
	24	13 35 21		−12 28.7		9.5757	0.1329	11 16
			+7 38		−1 1.8			
	25	13 42 59		−13 30.5		9.5893	0.1378	
			+7 35		− 59.4			
	26	13 50 34		−14 29.9		9.6036	0.1426	11 31
			+7 32		− 56.9			
	27	13 58 6		−15 26.8		9.6187	0.1472	
			+7 27		− 54.4			
	28	14 5 33		−16 21.2		9.6341	0.1516	11 46
			+7 23		− 51.9			
	29	14 12 56		−17 13.1		9.6497	0.1560	
			+7 18		− 49.3			
	30	14 20 14		−18 2.4		9.6654	0.1604	12 0
			+7 13		− 46.9			
	31	14 27 27		−18 49.3		9.6809	0.1646	
			+7 9		− 44.6			
	Nov. 1	14 34 36		−19 33.9		9.6963	0.1687	12 14

HARVARD COLLEGE LIBRARY
GIFT OF
ARCHIBALD CARY COOLIDGE
JUL 1 1922

MÉLANGES

MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

TIRÉS DU

BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES

DE

ST.-PÉTERSBOURG.

TOME VII.

Livraison 2.

(Avec 4 planches)

ST.-PÉTERSBOURG, 1893.

Commissionnaires de l'Académie Impériale des sciences:

à ST.-PÉTERSBOURG:	à RIGA:	à LEIPZIG:
MM. Eggers & C^ie^ et J. Glasounof.	M. N. Kymmel.	Voss' Sortiment (G. Haessel)

Prix 1 Rbl. 50 Kop. = 3 Mrk. 75 Pf.

MÉLANGES

MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

TIRÉS DU

BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES

DE

ST.-PÉTERSBOURG.

TOME VII.

Livraison 2.

(Avec 4 planches)

ST.-PÉTERSBOURG, 1893.

Commissionnaires de l'Académie Impériale des sciences:

à ST.-PÉTERSBOURG:	à RIGA:	à LEIPZIG:
MM. Eggers & C^ie^ et J. Glasounof.	M. N. Kymmel.	Voss' Sortiment (G. Haessel)

Prix 1 Rbl. 50 Kop. = 3 Mrk. 75 Pf.

Imprimé par ordre de l'Académie Impériale des sciences.

Mai 1893. *A. Strauch*, Secrétaire perpétuel.

CONTENU.

	Pages.
P. Schiff. Sur l'intégration d'un système d'équations différentielles linéaires simultanées aux dérivées partielles d'ordre supérieur	169—176
Th. Bredikhine. Sur les radiants des Andromédides. (Avec 1 planche)	177—195
F. Renz. Beobachtungen von 51 Doppelsternen mit grosser Distanz nebst einer Untersuchung über systematische Fehler	197—220
J. Seyboth. Über einige ältere und neuere Sterncataloge.	221—238
Hermann Struve. Sur la libration de Hypérion	239—248
Th. Bredikhine. Sur la dispersion des points radiants de météores. (Avec 1 planche)	249—276
A. Belopolsky. Spectrum der «Nova Aurigae» 1892, beobachtet in Pulkowo. (Mit 1 Tafel)	277—298
F. Brioschi. Sur l'équation différentielle Lamé-Hermite	299—305
Th. Brédikhine. Sur les Perséides observées en Russie en 1892.	307—328
E. Lindemann. Die Lichtcurve des neuen Sterns von 1892 (T Aurigae). (Mit 1 Tafel)	329—352

MÉLANGES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

TIRÉS DU

BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG.

TOME VII.

Sur l'intégration d'un système d'équations différentielles linéaires simultanées aux dérivées partielles d'ordre supérieur. Par P. Schiff. (Lu le 13 Mars 1891).

Dans la présente note nous avons en vue d'exprimer les fonctions: u_1, $u_2 \ldots u_n$ qui satisfont aux équations:

$$\left.\begin{aligned} a\frac{\partial\theta}{\partial x_1} + \Delta_2 u_1 &= \tau(u_1) + X_1(x_1, x_2 \ldots x_n) \\ a\frac{\partial\theta}{\partial x_2} + \Delta_2 u_2 &= \tau(u_2) + X_2(x_1, x_2 \ldots x_n) \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a\frac{\partial\theta}{\partial x_n} + \Delta_2 u_n &= \tau(u_n) + X_n(x_1, x_2 \ldots x_n) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots(1)$$

à l'aide d'autres fonctions: ω_1, $\omega_2 \ldots$, vérifiant les équations de la forme:

$$\Delta_2 \omega_i = \tau(\omega_i).$$

Dans les équations (1) sont adoptées les notations suivantes:

$$\theta = b_1\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + b_2\frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \ldots + b_n\frac{\partial u_n}{\partial x_n},$$

$$\Delta_2 u_i = b_1\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_1^2} + b_2\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_2^2} + \ldots + b_n\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_n^2},$$

$$\tau(u_i) = a_1\frac{\partial u_i}{\partial t} + a_2\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} + \ldots + a_p\frac{\partial^p u_i}{\partial t^p},$$

$a, b_1, b_2 \ldots b_n$

étant des constantes, et

$a_1, a_2 \ldots a_p$ —

des constantes ou des fonctions quelconques de t.

Quant aux fonctions: X_1, $X_2 \ldots$, nous les supposons finies, continues et monodromes pour toutes les valeurs des variables qui satisfont à la condition:

$$f(x_1, x_2 \ldots x_n) \leqslant 0.$$

Avant d'aborder notre problème, remarquons en premier lieu que le théorème de Laplace et celui de Poisson, concernant la fonction potentielle

de trois variables, peuvent être étendus sur les fonctions de plusieurs variables, savoir:

Si la fonction $X(x_1, x_2 \ldots x_n)$ est continue, finie et monodrome pour toutes les valeurs des variables, satisfaisant à la condition:

$$f(x_1, x_2 \ldots x_n) \leqslant 0,$$

auront lieu les deux propositions suivantes:

$$1)\ \Delta_2 \int^n \frac{X(x_1', x_2' \ldots x_n')}{r^{n-2}} dx_1' dx_2' \ldots dx_n' = 0$$

pour toutes les valeurs: $x_1, x_2 \ldots$, vérifiant l'inégalité $f > 0$;

$$2)\ \Delta_2 \int^n \frac{X(x_1', x_2' \ldots x_n')}{r^{n-2}} dx_1' dx_2' \ldots dx_n' = AX(x_1, x_2 \ldots x_n)$$

pour toutes les valeurs $x_1, x_2 \ldots$, vérifiant la condition $f \leqslant 0$.

Dans ces équations nous avons posé:

$$r = \sqrt{(x_1 - x_1')^2 + (x_2 - x_2')^2 + \ldots + (x_n - x_n')^2},$$

A — une constante qui reste à déterminer; les limites de l'intégrale correspondent aux valeurs des variables satisfaisant à l'équation:

$$f(x_1', x_2' \ldots x_n') = 0.$$

La première proposition s'obtient à l'aide de différentiations sous le signe de l'intégrale.

Pour démontrer la séconde décomposons l'intégrale:

$$p = \int^n \frac{X(x_1', x_2', \ldots x_n')}{r^{n-2}} dx_1' dx_2' \ldots dx_n'$$

en deux parties:

$$p = p_1 + p_2,$$

où p_1 — représente l'intégrale étendue à toutes les valeurs des variables pour lesquelles:

$$f(x_1', x_2' \ldots x_n') \leqslant 0,$$

$$(x_1 - x_1')^2 + (x_2 - x_2')^2 + \ldots + (x_n - x_n')^2 > \rho^2$$

et p_2 — l'intégrale étendue à toutes les valeurs, pour lesquelles:

$$(x_1 - x_1')^2 + (x_2 - x_2')^2 + \ldots + (x_n - x_n')^2 \leqslant \rho^2,$$

ρ — désignant une quantité aussi petite que l'on veut.

Il est évident que

$$\Delta_2 p_1 = 0,$$

de sorte que l'on a:

$$\Delta_2 p = \Delta_2 p_2.$$

En appliquant dans ce cas le théorème de Green pour les fonctions de plusieurs variables, nous aurons:

$$\int^n \Delta_2 p \, dx_1 \, dx_2 \ldots dx_n = \int \sum_i^{n-1} \frac{dp_2}{dx_i} dx_1 \, dx_2 \ldots dx_{i-1} \, dx_{i+1} \ldots dx_n,$$

ou:

$$\int^n \Delta_2 p \, dx_1 \, dx_2 \ldots dx_n =$$

$$= -(n-2) \int^n X(x_1', x_2' \ldots x_n') \, dx_1' \, dx_2' \ldots dx_n' \int \sum_i^{n-1} \frac{x_1 - x_1'}{r^n} dx_1 \ldots dx_{i-1} \, dx_{i+1} \ldots dx_n.$$

Pour évaluer la seconde intégrale, on peut poser sous le signe de Σ:

$$x_1 - x_1' = \rho \operatorname{Cos} \theta_1,$$
$$x_2 - x_2' = \rho \operatorname{Sin} \theta_1 \operatorname{Cos} \theta_2,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$x_n - x_n' = \rho \operatorname{Sin} \theta_1 \operatorname{Sin} \theta_2 \ldots \operatorname{Sin} \theta_{n-2} \operatorname{Sin} \theta_{n-1}$$

et l'on aura:

$$\int^n \Delta_2 p \, dx_1 \, dx_2 \ldots dx_n = A \int^n X(x_1', x_2' \ldots x_n') \, dx_1' \, dx_2' \ldots dx_n', \ldots\ldots\ldots (\alpha)$$

où:

$$A = -(n-2) \, 2\pi \cdot 2 \, \tfrac{1}{2} \pi \cdot 2 \cdot \tfrac{2}{3} \cdot \tfrac{1.3}{2.4} \pi \cdot 2 \cdot \tfrac{2.4}{3.5} \ldots.$$

En divisant les deux membres de l'égalité (α) par

$$\int^n dx_1 \, dx_2 \ldots dx_n$$

et posant:

$$\rho = 0,$$

on obtient facilement:

$$\Delta_2 \int^n \frac{X(x_1', x_2' \ldots x_n')}{r^{n-2}} dx_1' \, dx_2' \ldots dx_n' = A \, X(x_1, x_2, \ldots x_n).$$

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 409.

Le même résultat peut être obtenu à l'aide de la formule assez générale, donnée par Boussinesq (1):

$$\Delta_2 \int f(r)\, dm = \left[\sigma_0 f'(\varepsilon) \right]_{\varepsilon=0} X(x_1, x_2 \ldots x_n) + \int_{\varepsilon}^{\infty} X \frac{\partial}{\partial r} \left[\sigma f'(r) \right] dr,$$

où il faut poser pour le cas que nous considérons:

$$f(r) = \frac{1}{r^{n-2}},$$

$$dm = X(x_1', x_2' \ldots x_n')\, dx_1' dx_2' \ldots dx_n',$$

$$\sigma = A r^{n-1}.$$

Pour intégrer le système d'équations (1), posons:

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} + \ldots + \frac{\partial \sigma_{1n}}{\partial x_n} \\ u_2 &= \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} + \ldots + \frac{\partial \sigma_{2n}}{\partial x_n} \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ u_n &= \frac{\partial \sigma_{n1}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{n2}}{\partial x_2} + \ldots + \frac{\partial \sigma_{nn}}{\partial x_n} \end{aligned}\right\}, \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

où les fonctions σ_{ij}, pour les différentes indices i et j, satisfont aux conditions:

$$\Delta_2 \sigma_{ij} = \tau(\sigma_{ij}),$$

$$b_i \sigma_{ij} = -b_j \sigma_{ji}.$$

En intégrant les équations (1), on obtient

$$a\theta + \Delta_2 \sigma_{11} = \tau(\sigma_{11}) + \int X_1 dx_1 + \varphi_1(x_2, x_3 \ldots x_n, t),$$

$$a\theta + \Delta_2 \sigma_{22} = \tau(\sigma_{22}) + \int X_2 dx_2 + \varphi_2(x_1 \ldots x_n, t),$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$a\theta + \Delta_2 \sigma_{nn} = \tau(\sigma_{nn}) + \int X_n dx_n + \varphi_n(x_1, x_2 \ldots x_{n-1}, t).$$

---

1) Boussinesq. Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques. Paris 1885, p. 326.

Vu que dans le système (2) ne figurent que les dérivées des fonctions $\sigma_{11}, \sigma_{22}\ldots$, nous pouvons annuler les fonctions arbitraires: $\varphi_1, \varphi_2\ldots$, et réduire les équations obtenues aux suivantes:

$$a\theta + \Delta_2 \sigma_{11} = \tau(\sigma_{11}) + \int X_1\, dx_1,$$
$$a\theta + \Delta_2 \sigma_{22} = \tau(\sigma_{22}) + \int X_2\, dx_2,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$a\theta + \Delta_2 \sigma_{nn} = \tau(\sigma_{nn}) + \int X_n\, dx_n.$$

Pour pouvoir appliquer le théorème de Poisson introduisons les variables $y_1, y_2\ldots$, liées aux précédentes par les relations:

$$x_1 = y_1\sqrt{b_1},\ x_2 = y_2\sqrt{b_2}\ldots x_n = y_n\sqrt{b_n}.$$

On aura:

$$\left.\begin{aligned} a\theta + \Delta_2 \sigma_{11} &= \tau(\sigma_{11}) + Y_1(y_1, y_2\ldots y_n),\\ a\theta + \Delta^2 \sigma_{22} &= \tau(\sigma_{22}) + Y_2(y_1, y_2\ldots y_n),\\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ a\theta + \Delta_2 \sigma_{nn} &= \tau(\sigma_{nn}) + Y_n(y_1, y_2\ldots y_n), \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots (3)$$

où:

$$\theta = \frac{\partial^2\sigma_{11}}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2\sigma_{22}}{\partial y_2^2} + \ldots + \frac{\partial^2\sigma_{nn}}{\partial y_n^2},$$
$$\Delta_2\sigma = \frac{\partial^2\sigma}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2\sigma}{\partial y_2^2} + \ldots + \frac{\partial^2\sigma}{\partial y_n^2},$$
$$Y_i(y_1, y_2\ldots y_n) = \int X_i\, dx_i.$$

Des égalités (3) on déduit facilement:

$$\Delta_2(\sigma_{22} - \sigma_{11}) = \tau(\sigma_{22} - \sigma_{11}) + Y_2 - Y_1,$$
$$\Delta_2(\sigma_{33} - \sigma_{11}) = \tau(\sigma_{33} = \sigma_{11}) + Y_3 - Y_1,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\Delta_2(\sigma_{nn} - \sigma_{11}) = \tau(\sigma_{nn} - \sigma_{11}) + Y_n - Y_1.$$

Après avoir posé:

$$\sigma_{22} = \sigma_{11} + \omega_2 + \frac{1}{A}\int^n \frac{Y_2' - Y_1'}{r^{n-2}}\, dy_1' dy_2' \ldots dy_n',$$

$$\sigma_{33} = \sigma_{11} + \omega_3 + \frac{1}{A}\int^n \frac{Y_3' - Y_1'}{r^{n-2}}\, dy_1' dy_2' \ldots dy_n',$$

$$\sigma_{nn} = \sigma_{11} + \omega_n + \frac{1}{A}\int^n \frac{Y_n' - Y_1'}{r^{n-2}}\, dy_1' dy_2' \ldots dy_n',$$

on aura:

$$\Delta_2\,\omega_i = \tau(\omega_i),\ i = 2,3\ldots n,$$

$$\theta = \Delta_2\,\sigma_{11} + \frac{\partial^2\omega^2}{\partial y_2^{\,2}} + \frac{\partial^2\omega_3}{\partial y_3^{\,2}} + \ldots + \frac{\partial^2\omega_n}{\partial y_n^{\,2}} + F,$$

où

$$F = \frac{1}{A}\left[\frac{\partial^2}{\partial y_2^{\,2}}\int\frac{Y_2' - Y_1'}{r^{n-2}}\,dy_1'\,dy_2'\ldots dy_n' + \ldots + \frac{\partial^2}{\partial y_n^{\,2}}\int\frac{Y_n' - Y_1'}{r^{n-2}}\,dy_1'\,dy_2'\ldots dy_n'\right].$$

Introduisant les expressions obtenues dans la première des équations (3), nous aurons:

$$(a+1)\,\Delta_2\,\sigma_{11} + a\left(\frac{\partial^2\omega_2}{\partial y_2^{\,2}} + \frac{\partial^2\omega_3}{\partial y_3^{\,2}} + \ldots + \frac{\partial^2\omega_n}{\partial y_n^{\,2}}\right) = \tau(\sigma_{11}) + Y_1 - aF \ldots . \quad (4).$$

Si nous désignons par ε — une des intégrales particulières de l'équation différentielle ordinaire:

$$\tau(\varepsilon) = \frac{\partial^2\omega_2}{\partial y_2^{\,2}} + \frac{\partial^2\omega_3}{\partial y_3^{\,2}} + \ldots + \frac{\partial^2\omega_n}{\partial y_n^{\,2}},$$

nous pouvons poser:

$$\sigma_{11} = \omega_1 + \alpha\,\varepsilon - \frac{\alpha(1+\alpha)}{2(\alpha+1)}\left(y_2\frac{\partial\omega_2}{\partial y_2} + y_3\frac{\partial\omega_3}{\partial y_3} + \ldots + y_n\frac{\partial\omega_n}{\partial y^n}\right)$$

$$+ \frac{1}{(\alpha+1)A}\int\frac{Y_1' - aF'}{r^{n-2}}\,dy_1'\,dy_2'\ldots dy_n',$$

où:

$$\alpha = 0$$

pour le cas où les fonctions $u_1, u_2 \ldots u_n$ sont indépendantes de la variable t, et

$$\alpha = -1$$

dans le cas contraire:

L'équation (4) devient donc

$$(a+1)\,\Delta_2\,\omega_1 = \tau(\omega_1).$$

De cette manière on obtient finalement:

$$\left.\begin{aligned}
u_1 &= \frac{\partial\omega_1}{\partial x_1} + \frac{\partial\sigma_{12}}{\partial x_2} + \ldots + \frac{\partial\sigma_{1n}}{\partial x_n} + \alpha\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_1} \\
&\quad - \frac{\alpha(1+\alpha)}{2(1+\alpha)}\frac{\partial}{\partial x_1}\left(x_2\frac{\partial\omega_2}{\partial x_2} + \ldots + x_n\frac{\partial\omega_n}{\partial x_n}\right) + \xi_1 \\
u_2 &= \frac{\partial\omega_1}{\partial x_2} + \frac{\partial\omega_2}{\partial x_2} + \frac{\partial\sigma_{21}}{\partial x_1} + \ldots + \frac{\partial\sigma_{2n}}{\partial x_n} + \alpha\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_2} \\
&\quad - \frac{\alpha(1+\alpha)}{2(1+\alpha)}\frac{\partial}{\partial x_2}\left(x_2\frac{\partial\omega_2}{\partial x_2} + \ldots + x_n\frac{\partial\omega_n}{\partial x_n}\right) + \xi_2 \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
u_n &= \frac{\partial\omega_1}{\partial x_n} + \frac{\partial\omega_n}{\partial x_n} + \frac{\partial\sigma_{n1}}{\partial x_1} + \ldots + \frac{\partial\sigma_{nn-1}}{\partial x_{n-1}} + \alpha\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_n} \\
&\quad - \frac{\alpha(1+\alpha)}{2(1+\alpha)}\frac{\partial}{\partial x_n}\left(x_2\frac{\partial\omega_2}{\partial x_2} + \ldots + x_n\frac{\partial\omega_n}{\partial x_n}\right) + \xi_n
\end{aligned}\right\}, \ldots . (5)$$

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 412.

où

$$\xi_i = \frac{\partial}{\partial x_i}\left[\frac{1}{A}\int^n \frac{Y_i' - Y_1'}{r^{n-2}}\, dy_1'\, dy_2' \ldots dy_n' + \frac{1}{(a+1)A}\int^n \frac{Y_1' - aF''}{r^{n-2}}\, dy_1'\, dy_2' \ldots dy_n'\right],$$

$$\Delta_2 \sigma_{ij} = \tau(\sigma_{ij}),\ i \gtrless j,$$

$$b_i \sigma_{ij} = -b_j \sigma_{ji},$$

$$\Delta_2 \omega_i = \tau(\omega_i),\ i = 2,3 \ldots n,$$

$$(a+1)\Delta_2 \omega_1 = \tau(\omega_1),$$

$$\tau(\varepsilon) = \frac{\partial_2 \omega_2}{\partial y_2^2} + \frac{\partial^2 \omega_3}{\partial y_3^2} + \ldots + \frac{\partial^2 \omega_n}{\partial y_n^2}.$$

Il faut poser dans les équations (5) $\alpha = 0$ pour le cas que toutes les fonctions sont indépendantes de la variable t, c'est à dire, quand $\tau(u) = 0$, et poser $\alpha = -1$ dans le cas contraire. Si $\tau(u) = 0$, toutes les fonctions ω et σ satisfont à l'équation:

$$\Delta_2 \omega = 0,\ \Delta_2 \sigma = 0.$$

Si $\tau(u) \gtrless 0$, c'est à dire si $\alpha = -1$, les expressions (5) peuvent être présentées sous une forme plus simple. En effet, en supposant:

$$\frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} + \ldots + \frac{\partial \sigma_{1n}}{\partial x_n} - \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_1} = E_1$$

$$\frac{\partial \omega_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x_1} + \ldots + \frac{\partial \sigma_{2n}}{\partial x_n} - \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_2} = E_2,$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

nous aurons:

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= \frac{\partial \omega_1}{\partial x_1} + E_1 + \xi_1 \\ u_2 &= \frac{\partial \omega_1}{\partial x_2} + E_2 + \xi_2 \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ u_n &= \frac{\partial \omega_1}{\partial x_n} + E_n + \xi_n \end{aligned}\right\}, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5')$$

où:

$$\Delta_2 E_i = \tau(E_i),\ E_i = 1,2 \ldots n.,$$

$$\frac{\partial E_1}{\partial x_1} + \frac{\partial E_2}{\partial x_2} + \ldots + \frac{\partial E_n}{\partial x_n} = 0.$$

Le procédé que nous venons d'indiquer peut être facilement appliqué à l'intégration du système:

$$a \frac{\partial \theta}{\partial x_1} + \Delta_k u_1 = \tau(u_1)$$

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 413.

$$a\frac{\partial\theta}{\partial x_2}+\Delta_k u_2=\tau(u_2)$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$a\frac{\partial\theta}{\partial x_n}+\Delta_k u_n=\tau(u_n),$$

où

$$\theta=\frac{\partial^{k-1}u_1}{\partial x_1^{k-1}}+\frac{\partial^{k-1}u_2}{\partial x_2^{k-1}}+\ldots+\frac{\partial^{k-1}u_n}{\partial x_n^{k-1}},$$
$$\Delta_k u=\frac{\partial^k u}{\partial x_1^k}+\frac{\partial^k u}{\partial x_2^k}+\ldots+\frac{\partial^k u}{\partial x_n^k},$$
$$\tau(u)=a_0 u+a_1\frac{\partial u}{\partial t}+\ldots+a_p\frac{\partial^p u}{\partial t^p}.$$

Dans ce cas nous obtenons:

$$u_1=\frac{\partial\omega_1}{\partial x_1}+\frac{\partial\sigma_{12}}{\partial x_2}+\ldots+\frac{\partial\sigma_{1n}}{\partial x_n}+a\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_1}-\frac{\alpha(1+\alpha)}{k(1+a)}\frac{\partial}{\partial x_1}\left(x_2\frac{\partial\omega_2}{\partial x_2}+\ldots+x_n\frac{\partial\omega_n}{\partial x_n}\right)$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$u_n=\frac{\partial\omega_1}{\partial x_n}+\frac{\partial\omega_n}{\partial x_n}+\frac{\partial\sigma_{n1}}{\partial x_1}+\ldots+\frac{\partial\sigma_{nn-1}}{\partial x_{n-1}}+a\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_n}$$
$$-\frac{\alpha(1+\alpha)}{k(1+a)}\frac{\partial}{\partial x_n}\left(x_2\frac{\partial\omega_2}{\partial x_1}+\ldots+x_n\frac{\partial\omega_n}{\partial x_n}\right),$$

où:

$$\Delta_k\sigma_{ij}=\tau(\sigma_{ij}),\ i\lesssim j,$$
$$\frac{\partial^{k-2}\sigma_{ij}}{\partial x_i^{k-2}}=-\frac{\partial^{k-2}\sigma_{ji}}{\partial x_j^{k-2}},$$
$$\Delta_k\omega_i=\tau(\omega_i),\ i=2,3\ldots n,$$
$$(a+1)\Delta_k\omega_1=\tau(\omega_1),$$
$$\tau(\varepsilon)=\frac{\partial^k\omega_2}{\partial x_2^k}+\frac{\partial^k\omega_3}{\partial x_3^k}+\ldots+\frac{\partial^k\omega_n}{\partial x_n^k},$$
$$\alpha=0\text{ — si }\tau(u)=0,$$
$$\alpha=-1\text{ — si }\tau(u)\gtrless 0.$$

Le système (1) représente dans le cas de

$$n=3,\ \tau(u)=a_2\frac{\partial^2 u}{\partial t^2},\ b_1=b_2=b_3=1,$$

les équations générales du mouvement ou de l'équilibre d'un solide élastique isotrope.

Les intégrales (5′) pour le cas du mouvement libre d'un solide élastique isotrope, sauf la notation, sont les mêmes que celles de Poisson[1]). Quant aux équations de l'équilibre, les intégrales suffisamment générales n'ont pas encore été obtenues, sauf dans quelques problèmes particuliers, parmi lesquels il faut surtout citer l'excellent ouvrage de M. Boussinesq intitulé «Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques».

1) Poisson. **Mémoire sur l'intégration des équations du mouvement des solides élastiques.** Mémoires de l'Académie t. VIII, 1828.

MÉLANGES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES
TIRÉS DU
BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG.
TOME VII.

Sur les radiants des Andromédides. Par Th. Bredikhine. (Lu le 29 Mai 1891).

(Avec une planche).

1.

L'examen attentif du courant météorique qui s'est manifesté avec une splendeur admirable le 27 novembre en 1872 et 1885 et dont l'aire de radiation se présente dans la constellation d'Andromède, — est très instructif parcequ'il peut éclaircir plusieurs questions d'astronomie météorique.

Pour étudier ce courant, j'ai profité de précieuses observations imprimées dans les publications de l'observatoire de Brera à Milan: Osservazioni di stelle cadenti durante l'anno 1872. On a à regretter que les observations italiennes de l'an 1885 ne sont pas encore publiées, et ainsi le matériel reste un peu incomplet.

Les observations en 1872 nous donnent les coordonnées de 205 météores pour l'intervalle du temps entre le $6^h.5$ et $11^h.9$; 143 météores furent observés à Moncalieri par le P. Denza ($6^h.5$ — $10^h.4$), les autres 62 — à Mondovi par M. Chiavarino ($7^h.2$ — $11^h.9$).

En portant sur la carte les uns et les autres, on sent que les premiers sont tracés par une main plus expérimentée, mais l'on est obligé de prendre en considération ceux-ci comme ceux-là.

Pour trouver les radiants, j'ai employé un réseau de la projection qui est nécessaire dans ce cas. Quand le nombre de météores surpasse 100, il devient difficile de s'orienter dans ce tissu des prolongements des trajectoires. D'un autre côté, il n'est pas désirable d'avoir sur une même carte les observations des différentes personnes. Par conséquent, j'ai porté nos météores sur trois cartes: I — 105 météores de Denza; II — ses autres 38 météores et III — les 62 météores de Chiavarino. Dans les publications de Brera les numéros des météores forment une série de nombres naturels qui passe par toute l'année, et par cela au mois de novembre on rencontre déjà des nombres très grands; pour éviter leur emploi dans la table des radiants, j'ai remplacé dans la première carte le № 7096 par le № 1, et ainsi de suite; dans la seconde carte on a le № 1 au lieu du № 7201, et dans la troisième carte le № 1 correspond à 7240.

Les météores 30, 32, 33, 90 et 91 de la première carte, ou viennent des régions du ciel étrangères, ou sont solitaires et par conséquent ils doivent être laissés de côté; il nous restent ainsi 100 météores pour la première carte qui nous donnent 18 radiants, composés de la manière suivante:

I.

Rad.	№№ des mét.
1.	(23, 48, 79)
2.	(10, 21, 47)
3.	(1, 13, 18, 19, 37, 44, 46, 54, 87, 96)
4.	(6, 17, 28, 70, 102)
5.	(7, 8, 14, 15, 41, 45, 52, 53, 73, 75, 85, 92, 95, 98, 100, 101)
6.	(4, 12, 16, 20, 25, 38, 40, 49, 62, 80, 83, 86, 88, 93, 97, 104)
7.	(9, 61, 64)
8.	(31, 39, 60)
9.	(24, 51, 66, 72)
10.	(2, 26, 27, 34, 50, 68, 81, 84, 99)
11.	(42, 56, 63, 69, 82)
12.	(36, 71, 105)
13.	(35, 65, 76)
14.	(43, 57, 59)
15.	(11, 22, 58, 77, 103)
16.	(3, 5, 29)
17.	(67, 78, 94)
18.	(55, 74, 89)

Sur la deuxième carte 6 météores sont ou étrangers ou solitaires: 18, 23, 25, 27, 37, 38; les autres 32 donnent les radiants:

II.

Rad.	№№ des mét.
1.	(13, 39)
2.	(20, 26, 35)
3.	(10, 12, 22, 24, 29)
4.	(1, 2, 4, 5, 15, 19, 21, 31, 32)
5.	(3, 33)
6.	(7, 8, 14, 16, 17, 34, 36)
7.	(6, 30)
8.	(9, 11)

Enfin, pour la troisième carte sont étrangers les météores: 8, 9, 16, 21, 29, 42, 53, 56, 59; les autres 53 forment les radiants:

III.

Rad.	№ des mét.
1.	(17, 27)
2.	(7, 45)
3.	(2, 3, 13)
4.	(5, 23, 36, 43, 50, 52, 61)
5.	(14, 20, 57)
6.	(19, 25, 28, 35)
7.	(6, 47)
8.	(1, 11, 33, 39, 40, 44, 46, 48, 51, 55, 58)
9.	(38, 41)
10.	(4, 26, 30, 31, 32, 49)
11.	(54, 60)
12.	(18, 34)
13.	(22, 62)
14.	(10, 15, 24)
15.	(12, 37)

Les météores sont tracés par les observateurs sur les cartes de l'Uranometria nova d'Argelander qui a pour l'époque l'an 1840.0; ainsi nos cartes nous fournissent les ascensions droites (α) et les déclinaisons (δ) apparentes rapportées à cette époque. Le nombre de météores dans un radiant sera le poids de ce radiant. Ainsi nous aurons:

	Rad.	α	δ	Poids
I.	1.	22.6°	+ 40.0°	3
	2.	23.4	51.4	3
	3.	26.0	48.0	10
	4.	27.0	45.6	5
	5.	27.2	41.1	16
	6.	27.6	43.5	16
	7.	27.7	38.4	3
	8.	27.7	39.5	3
	9.	28.2	51.5	4
	10.	29.0	44.3	9
	11.	29.2	49.0	5
	12.	29.5	54.0	3
	13.	30.9	39.0	3

	Rad.	α	δ	Poids
	14.	31.°0	56.°6	3
	15.	31.8	42.6	5
	16.	32.5	52.3	3
	17.	35.3	56.7	3
	18.	41.5	+ 51.9	3
II.	1.	16.0	+ 34.8	2
	2.	24.8	44.0	3
	3.	26.8	43.7	5
	4.	28.5	44.8	9
	5.	29.0	36.3	2
	6.	29.5	41.3	7
	7.	29.7	37.3	2
	8.	30.8	+ 45.5	2
III.	1.	8.0	+ 51.0	2
	2.	12.5	36.0	2
	3.	14.0	49.0	3
	4.	16.1	45.8	7
	5.	19.6	45.0	3
	6.	23.4	44.2	4
	7.	24.9	46.6	2
	8.	26.5	42.6	11
	9.	26.5	30.5	2
	10.	28.0	41.0	6
	11.	30.0	46.4	2
	12.	32.2	45.2	2
	13.	33.3	49.6	2
	14.	35.8	47.0	3
	15.	42.8	+ 49.0	2

Ayant choisi les radiants les plus forts, c'est à dire ceux dont le poids est au moins 7, nous prenons leur moyenne arithmétique qui sera le centre de l'aire de radiation avec les coordonnées:

$$\alpha = 27°6, \quad \delta = + 43°5 \ (1840.0).$$

J'ai porté les coordonnées de tous nos radiants sur une carte qui me fut utile pour le calcul de l'attraction zénithale et de l'aberration diurne.

Les météores de la comète de Biéla ont le mouvement direct et leur vitesse n'est pas grande, et par cette raison l'influence des causes indiquées tout à l'heure est très sensible. Pour faire les corrections correspondantes il faut savoir les distances zénithales des radiants; or, dans la formation de

chaque radiant prennent part les météores éloignés l'un de l'autre par les temps de leur apparition. Ainsi, on est obligé de se contenter pour chaque radiant de la distance zénithale pour la moyenne arithmétique de ces temps, et pour tous les radiants d'une carte donnée on aura de cette manière *presque* la même moyenne arithmétique, c'est à dire la moyenne entre le commencement et la fin des observations pour cette carte.

Pour ce moment on doit calculer les angles haraires et les distances zénithales de chaque météore. La valeur de l'attraction du zénith dépend de la vitesse des météores, et il est facile de s'apercevoir que dans notre cas la correction de la distance zénithale exprimée par Δz, — pour les distances qui ne dépassent pas 30°, — sera:

$\Delta z = 0.102$ pour le temps de révolution de 6.6 ans
$= 0.082$ » » » » » » 13.0 »
$= 0.062$ pour l'orbite parabolique.

D'après notre théorie, la partie centrale du faisceau météorique a une révolution de 13 ans, et par conséquent nous prendrons $\Delta z = 0.082$. Pour l'aberration diurne nous nous servirons aussi de la vitesse correspondante à 13 ans de révolution. A ces corrections il faut ajouter encore l'influence de la précession durant 32 ans, dont la valeur sera + 0°.4 pour l'ascension droite et pour la déclinaison. En désignant les corrections dues à l'attraction du zénith et à l'aberration diurne respectivement par az et ab, on obtient α' et δ' corrigées et réduites à l'époque de 1873.0:

I.

	α	az	ab	α'	δ	az	ab	δ'
	°	°	°	°	°	°	°	°
1.	22.6	— 1.7	— 1.0	20.3	+ 40.0	+ 0.3	+ 0.2	+ 40.9
2.	23.4	— 2.0	— 1.2	20.6	51.4	— 0.3	+ 0.3	51.8
3.	26.0	— 2.0	— 1.1	23.3	48.0	— 0.3	+ 0.3	48.4
4.	27.0	— 2.0	— 1.1	24.3	45.6	— 0.4	+ 0.2	45.8
5.	27.3	— 2.1	— 1.0	24.6	41.1	+ 0.4	+ 0.2	42.1
6.	27.6	— 2.0	— 1.1	24.9	43.5	+ 0.4	+ 0.2	44.5
7.	27.7	— 2.0	— 1.1	25.0	38.4	+ 0.4	+ 0.2	39.4
8.	27.7	— 2.0	— 1.1	25.0	39.5	+ 0.4	+ 0.2	40.5
9.	28.2	— 2.3	— 1.3	25.0	51.5	— 0.4	+ 0.3	51.8
10.	29.0	— 2.2	— 1.2	26.0	44.3	+ 0.4	+ 0.3	45.4
11.	29.2	— 2.3	— 1.2	26.1	49.0	— 0.4	+ 0.3	49.3
12.	29.5	— 2.6	— 1.3	26.0	54.0	— 0.4	+ 0.3	54.3
13.	30.9	— 2.2	— 1.0	28.1	39.0	+ 0.4	+ 0.2	40.0
14.	31.0	— 3.0	— 1.4	27.0	56.6	— 0.4	+ 0.3	56.9
15.	31.8	— 2.2	— 1.0	29.0	42.6	+ 0.4	+ 0.2	43.6
16.	32.5	— 2.6	— 1.3	29.0	52.3	— 0.4	+ 0.3	52.6
17.	35.3	— 3.2	— 1.4	31.1	56.7	— 0.5	+ 0.3	56.9
18.	41.5	— 3.2	— 1.0	37.7	+ 51.9	— 0.6	+ 0.4	+ 52.1

II.

	α	az	ab	α'	δ	az	ab	δ'
	°	°	°	°	°	°	°	°
1.	16.0	+ 1.0	— 1.1	16.3	+ 34.8	+ 1.0	+ 0.1	+ 36.3
2.	24.8	+ 0.4	— 1.1	24.5	44.0	+ 0.3	+ 0.2	44.9
3.	26.8	+ 0.3	— 1.0	26.5	43.7	+ 0.2	+ 0.2	44.5
4.	28.5	+ 0.2	— 1.2	27.9	44.8	+ 0.2	+ 0.3	45.7
5.	29.0	+ 0.6	— 0.9	29.1	36.3	+ 0.5	+ 0.2	37.4
6.	29.5	+ 0.3	— 1.1	29.1	41.3	+ 0.2	+ 0.2	42.1
7.	29.7	+ 0.5	— 1.0	29.6	37.3	+ 0.5	+ 0.2	38.4
8.	30.8	+ 0.6	— 1.0	30.8	+ 45.5	— 0.5	+ 0.2	+ 45.6

III.

1.	8.0	+ 2.0	— 1.3	9.1	+ 51.0	0.0	+ 0.1	+ 51.5
2.	12.5	+ 1.6	— 1.2	13.3	36.0	0.0	+ 0.1	36.5
3.	14.0	+ 1.4	— 1.2	14.6	49.0	0.0	+ 0.1	49.5
4.	16.1	+ 1.1	— 1.2	16.4	45.8	0.0	+ 0.1	46.3
5.	19.6	+ 0.8	— 1.2	19.6	45.0	0.0	+ 0.1	45.5
6.	23.4	+ 0.6	— 1.1	23.3	44.2	0.0	+ 0.2	44.8
7.	24.9	+ 0.4	— 1.1	24.6	46.6	0.0	+ 0.2	47.2
8.	26.5	+ 0.4	— 1.0	26.3	42.6	0.0	+ 0.2	43.2
9.	26.5	+ 1.4	— 1.0	27.3	30.5	0.0	+ 1.2	32.1
10.	28.0	+ 0.4	— 1.1	27.7	41.0	0.0	+ 0.2	41.6
11.	30.0	+ 0.1	— 1.2	29.3	46.4	0.0	+ 0.2	47.0
12.	32.2	0.0	— 1.0	31.6	45.2	0.0	+ 0.2	45.8
13.	33.3	— 0.5	— 1.2	32.0	49.6	0.0	+ 0.3	50.3
14.	35.8	— 0.5	— 1.2	34.5	47.0	0.0	+ 0.3	47.7
15.	42.8	— 1.2	— 1.0	41.0	+ 49.0	0.0	+ 0.4	+ 49.8

La moyenne des moments des observations est $9^h.2$ t. m. de Moncalieri et Mondovi, c'est à dire $9^h.5$ t. m. de Rome, ou $8^h.7$ t. m. de Greenwich. La longitude du Soleil pour ce temps est 245°59′, d'où l'on obtient la longitude de l'apex L=156°31′. Pour obtenir les vraies longitudes et latitudes des radiants, choisissons le procédé suivant: faisons le calcul complet pour tous les 13 radiants forts, c'est à dire contenant au moins 5 météores, et pour les 8 radiants qui se trouvent au contour de l'aire de radiation. Pour les autres radiants dans l'intérieur de l'aire de radiation il suffit parfaitement d'évaluer les longitudes et les latitudes vraies d'après les ascensions et les déclinaisons apparentes par une simple interpolation graphique, à l'aide des longitudes et latitudes vraies des radiants calculés complètement. Les numéros de ces radiants aux coordonnées approximatives sont mis en parenthèses.

Pour calculer l'élongation vraie ε' d'après l'élongation apparente ε on a la formule connue

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 434.

$$\text{sn}\,(\varepsilon' - \varepsilon) = D.\,\text{sn}\,\varepsilon.$$

Le coefficient D est calculé pour la vitesse des météores correspondante à leur temps de révolution égal à 13 ans; sa valeur sera $D = 0.7460$.

En désignant par l et b les longitudes et latitudes apparentes et par l', b' les coordonnées vraies, nous aurons la table suivante:

I.

	l	b	ε	ε'	l'	b'
(1)					355°5	11°
(2)					356.5	17
3.	41°5	35°5	109°9	154°5	356.8	15.5
4.	40.8	32.9	111.1	155.2	356.8	14.1
5.	39.3	29.5	113.4	156.6	356.4	12.3
6.	40.6	31.6	111.6	155.5	356.8	13.5
(7)					357	10.5
8.					357	11
9.					358	17.5
10.	41.9	32.0	110.4	154.8	357.4	14.0
11.	44.0	35.5	107.9	153.1	358.0	16.0
(12)					358.5	19
(13)					358	11
14.	49.1	42.1	102.6	149.3	359.5	20.5
15.	43.3	29.5	109.8	154.4	358.4	13.1
(16)					359.5	18
17.	51.7	41.0	100.9	148.0	1.7	20.7
18.	53.6	35.1	100.3	147.6	3.2	18.3

II.

(1)					352.5	9.5
(2)					356.5	13.5
3.	41.8	110.7	110.7	155.0	357.5	13.5
4.	43.5	31.8	109.2	154.0	358.2	14.2
5.	40.3	23.6	113.6	156.7	357.4	10.0
6.	42.7	28.1	110.6	154.9	358.2	12.3
(7)					357.5	10.5
(8)					359	14.5

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 425.

III.

	l	b	ε	ε'	l'	b'
1.	33°.4	42°.9	113°.4	156°.6	352°.4	17°.1
2.	27.5	28.2	123.5	162.0	351.2	10.1
(3)					353.5	16
4.	35.1	35.8	114.5	157.3	353.7	14.4
(5)					354.5	14
(6)					356	13.5
(7)					356.5	15
8.	41.0	30.0	111.6	155.6	357.1	12.8
9.	37.0	19.4	117.4	158.9	355.9	7.8
10.	41.4	28.1	111.7	155.6	357.6	12.1
(11)					358.5	15
(12)					359.5	14.5
(13)					0	17.5
(14)					2	16
15.	54.9	32.2	99.5	146.9	5.0	17.2

Ces coordonnées sont portées sur la carte ci-jointe, où les diamètres des cercles noirs sont proportionnels aux poids des radiants. La ligne *OO* représente la position de l'orbite de la comète de Biéla pour l'an 1859.

2.

Les éléments de la comète, calculés par Santini pour 1859 (Astr. Nachr; L, pg. 123) avec les corrections par rapport aux perturbations de Jupiter sont:

$$T = 1859, \text{ mai } 23.3769 \text{ t.m. de Greenwich}$$
$$\pi = 109°33'.71$$
$$\omega = 245\ 44.55$$
$$i = 12\ 23.71$$
$$\varphi = 48\ 53.91$$
$$\lg e = 9.877110$$
$$\lg a = 0.549467$$
$$n = 531''.8704.$$

En réduisant la longitude du noeud à l'époque 1873.0, nous aurons $\omega = 245°56'$. Nous avons vu plus haut que pour le milieu des observations, c'est à dire le 27 novembre à $8^h.7$ t. m. de Greenw., la longitude du Soleil

est 245°59′,—donc ce milieu coïncide presque avec le temps du passage de la Terre au noeud descendant de l'orbite cométaire. L'anomalie vraie du rayon vecteur coïncidant avec la ligne des noeuds est $v = -43°49' 9''6$, et $\beta = 108°45'26''$ (angle tangente-rayon vecteur). Pour le rayon vecteur lui-même on a lg $r = 9.996556$ et pour le rayon vecteur de la Terre lg $R = 9.9939490$, ou

$$r = 0.992101, \qquad R = 0.986164$$

$r > R$, $r - R = 0.006$ et par conséquent la Terre traverse le plan de l'orbite cométaire dans l'intérieur de cette courbe, et la partie centrale du cône d'éruption qui rencontre la Terre, ne provient pas de l'anomalie donnée ci-dessus, mais d'une anomalie négative plus grande, — 50° à peu près (voir mon mémoire: Sur les propriétés importantes des courants météoriques). On n'a pas besoin de calculer rigoureusement cette anomalie, mais ce calcul est très simple.

Pour le centre apparent de radiation nous avons

$$\alpha = 27°6, \quad \delta = 43°5,$$

d'où les coordonnées écliptiques du centre vrai sont

$$l' = 356°8, \; b' = 13°5.$$

Avec ces valeurs et à l'aide de l'angle L nous aurons les angles θ et s et enfin l'inclinaison du plan contenant ce centre par rapport à l'écliptique; cette inclinaison $i = 14°4$ surpasse un peu l'inclinaison de l'orbite cométaire qui est 12°4. Le calcul de l'inclinaison de l'autre radiant avec le poids 16, dont les coordonnées sont

$$l' = 356°4, \; b' = 12°3$$

nous donne

$$i = 13°1$$

qui s'accorde mieux avec l'orbite cométaire. Ces résultats nous donnent à supposer que l'axe du cône d'éruption était décliné un peu du plan de l'orbite vers le sud lors de la formation du courant.

Le plus grand diamètre de l'aire entière de radiation est presque perpendiculaire au plan de l'orbite et il embrasse 14°; le diamètre transversal n'a que 10°. Aux bords de l'aire de radiation on voit dispersés quelques radiants faibles, et en admettant l'erreur probable la plus modique dans la direction des météores, par ex. 1°, nous devons conclure que le diamètre observé doit être erroné de 6° au moins. Ainsi, le plus grand diamètre $2x$ n'a probablement que 8°.

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 497.

A l'aide de la formule

$$\text{sn } x = j.\ \sin J\colon H_1,$$

où $j = 0.10$, $\lg H_1 = 0.1310$ et $x = 4°$, on obtient $J = 60°$.

Quant à la partie plus dense de l'aire de radiation — son plus grand diamètre, perpendiculaire au plan de l'orbite, n'a que 5°, d'où $x = 2°.5$, $J = 32°$.

Enfin pour la partie axiale contenant les plus forts radiants, $x = 1°.1$, d'où $J = 14°$.

L'inclinaison de l'orbite par rapport à l'écliptique est de 12°; les orbites météoriques extrêmes font un angle de 4° avec l'orbite cométaire, et si l'anomalie d'émission est égale à 52°—ces orbites extrêmes embrassent 5° de l'orbite de la Terre: 2° avant le noeud et 3° après le noeud, et on voit ainsi que la faible apparition des météores peut commencer le 25 novembre et finir le 30 novembre. Il est probable aussi que dans le prolongement de la durée du phénomène joue un rôle l'attraction des météores par la Terre; peut être qu'à l'attraction newtonienne s'associe un autre agent dont les effets se manifestent ça et là dans l'univers. Cette durée doit dépendre aussi évidemment de la distance minimum de la Terre à l'orbite à l'époque donnée.

Zezioli, en 1867 observa, le 30 novembre, un petit nombre de météores du courant de la comète de Biéla qui ont été employés par Schiaparelli pour la comparaison de leur orbite avec celle de la comète. L'année 1867 devance l'époque de 1872, et cela montre que dans le courant il y avait des particules avec le temps de révolution de 5 ans plus courte que la révolution de la masse prépondérante dans l'apparition de 1872. Dans ces considérations il ne faut pas perdre de vue les météores émis avec la vitesse j plus petite ou plus grande de j principal dont la valeur est 0.1 à peu près, de même que la différence des angles J.

Il ne sera pas superflu ici de présenter une table qui donne les temps de révolution correspondants à différents j pour $J = 0$ et pour la vitesse orbitale H de la comète dans son noeud descendant; en nommant H_1 la vitesse des météores, on a:

$$H^2 = \frac{2}{r} - \frac{1}{a} = 1.733739$$

j	H_1^2	J
0.03	1.76004	7.7 ans
0.04	1.76921	8.2
0.08	1.80788	10.9
0.10	1.82842	12.3
0.15	1.88326	20.7
0.20	1.94310	50.9

Dans les radiants qui se montrent dans le voisinage du noeud, comme, par ex., le 30 novembre, peuvent aussi prendre part les météores dont les noeuds et les inclinaisons ont été changés en sorte qu'ils ont pu entrer dans les susdits radiants.

Enfin, vu la petitesse des inclinaisons, quelques parties des faisceaux d'orbites météoriques ayant pour leurs sommets les points de l'orbite cométaire à gauche et à droite du noeud, ont pu à la suite des perturbations, comme nous l'avons dit déjà, s'élever ou s'abaisser vers l'écliptique et produire ainsi de nouveaux noeuds, dont l'apparition prolonge la durée du phénomène.

Il est difficile d'entrer ici dans les détails quantitatifs, tant plus que les observations ne présentent pas encore une base assez solide pour une recherche pareille; mais il est impossible de nier la possibilité de ces actions.

Plus longtemps existe la périodicité du courant, plus grande doit être l'étendue des changements par rapport à l'aire de radiation et aux temps des noeuds.

Toutes les circonstances connues nous montrent que le courant du 27 novembre est une formation nouvelle dont le maximum d'éclat ne se trouve point dans les annales astronomiques avant l'époque de 1872, tandis que dès le septième lustre de notre siècle on a commencé à observer les étoiles filantes. Il est invraisemblable que des apparitions splendides du 27 novembre auraient pu passer inaperçues par les astronomes et par les amateurs. Dans l'article de Herrick (Report on the shooting stars of December 7,1838 etc. Connecticut Academy of arts and sciences) on trouve déjà la notion du radiant et plusieurs remarques très justes concernant les propriétés principales du phénomène.

Si l'apparition en 1872 fut la première pour la date du 27 novembre et si elle se répète dans 13 ans (1885), nous avons le droit d'admettre, d'après notre théorie, qu'elle a eu son origine en 1859 sur la partie de l'orbite cométaire qui contient le noeud descendant. La comète elle-même n'aurait pu être visible cette année étant plongée dans les rayons du soleil. Dans le voisinage du noeud on doit supposer une série continue d'émissions qui sont devenues la source du courant.

La cométe traversa en 1859 le plan de l'orbite de la Terre, d'après les éléments de Santini, le 29.7585 janvier, t. m. de Greenw., c'est à dire ce moment $t = 1859.0759$.

La Terre passa le plan de la comète le 27.3625 novembre, et ce moment

$$t' = 1859.9045,$$

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 429.

d'où

$$t' - t = 0.8286$$

en fraction de l'an.

Ainsi pour les météores de la section du cône perpendiculaire au plan de l'orbite et qui ont tous les mêmes temps de révolution T, en 1872 le 27 novembre ce $T = 13.8286$.

En 1885 la Terre rencontra dans le noeud les météores d'une autre section voisine à la première, avec le temps T' pour lequel on a:

$$2\,T' = 26.8286, \text{ ou } T' = 13.4143.$$

Pour 1898

$$T'' = 13.2762$$

et ainsi de suite.

En général

$$n\,T = \text{m (années)} + (t' - t);$$

pour m = 13 et

$$n = 2 \qquad T_{,} = 6.91$$
$$n = 3 \qquad T_{,,} = 4.61$$
$$n = 4 \qquad T_{,,,} = 3.46\ldots$$

Les particules avec les temps de révolution assez courts, dépendant de la valeur de J ou de j, peuvent entrer dans l'aire de radiation de l'époque, ou en être voisines, si leur rencontre avec la Terre est indiquée par les éléments de leurs orbites.

Il est presque superflu d'ajouter que les étoiles filantes observées en petit nombre dans l'intervalle des époques — correspondent, pour le même j, à différents valeurs de J, produisant les temps de révolution nécessaires:

pour le 30 nov. 1867 $\quad T = 8.4$
» » 25 nov. 1877 $\quad T = 18.82$ ou $9.41\ldots.$

Les apparitions modiques des Andromédides, d'après la théorie, peuvent se produire chaque année, et outre les deux exemples cités il est facile de trouver plusieurs autres citations concernant ces apparitions annuelles, plus ou moins faibles, entre les époques de maxima..

Ainsi Denza (Le stelle cadenti. 1887) compte quelques étoiles tombées du radiant d'Andromède le 27 novembre 1886. En 1887, malgré le mauvais temps on a vu de nouveau quelques Andromédides; en 1888, à Presburg on a tracé 4 Andromédides (Konkoly, 1890)...

La faiblesse du phénomène entre les époques est naturellement la raison pourquoi on ne leur sacrifie pas un soin particulier; de plus, d'après la théorie annulaire les météores de la comète de Biela doivent se trouver seulement dans les parties de l'anneau voisines au noyau.

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 430.

Sur notre planche il est facile de s'apercevoir de la figure oblongue de l'aire de radiation, — le plus grand diamètre de la figure est perpendiculaire au plan de l'orbite.

Les sections du cône d'éruption dont les particules ont le même temps de révolution sont perpendiculaires à l'orbite; ces sections pour $J = 0$ jouent le rôle principal, et leur juxtaposition consécutive avec le temps donne la forme oblongue à toute la figure de l'aire de radiation.

Il parait qu'on devrait attendre une certaine régularité dans l'apparition consécutive des radiants le long de l'étendue maximum de l'aire de radiation, en commençant (dans le courant en question) d'en haut, c'est à dire du nord. Mais les erreurs d'observation produisent un mélange des temps et cachent ainsi l'ordre de la formation des radiants. Supposons, pour éclaircir la chose, que nous avons quatre radiants vrais A, B, C, D, répartis sur un arc de 3°, dont la distance mutuelle est égale à 1° et qui se forment une heure l'un après l'autre. Or, les erreurs transportent pour ainsi dire les météores formant le radiant A sur les radiants B, C et D et vice versa; dans le radiant A nous devons trouver les temps des radiants B, C et D, et ainsi de suite.

La pureté géométrique du phénomène est inévitablement masquée par les erreurs d'observation. Pour la dévoiler un peu il faut profiter des observations embrassant quelques jours. En 1885, outre les observations du 27 novembre, on a les radiants indiqués par Denning pour le 26, 28 et 30 novembre (Month. Not. May 1890); on peut y ajouter encore son radiant pour le 25 novembre 1877. Sans attribuer une précision particulière à ces radiants, on peut les employer pour montrer que vraiement les inclinaisons des plans contenant ces radiants diminuaient un peu de jour en jour. Cela prouve au moins qualitativement que la Terre rencontre successivement les orbites qui ne sont pas parallèles, mais qui forment un faisceau *divergeant* vers la périhélie, ce qui est conforme à notre théorie.

Si le courant de 1872 est engendré en effet en 1859, son existence est encore trop courte, et, nonobstant la petitesse des inclinaisons, les perturbations planétaires, — vu l'absence des actions fortes de Jupiter dans ce temps, — n'ont pu produire aucun effet considérable ni sur la forme de l'aire de radiation, ni sur la durée de l'apparition.

La simplicité théorique du phénomène est enfreinte plutôt par la présence de particules avec les valeurs de j plus grandes et plus petites que sa valeur prépondérante. Certainement, pour le temps beaucoup plus éloigné on pourra s'attendre à une augmentation de l'aire de radiation, à une dispersion plus prononcée des radiants, à une durée beaucoup plus longue du phénomène et à la disparition complète des maxima au profit des apparitions

Bulletin M. S. II (XXXIV) p. 431.

annuelles. Les petites inclinaisons, le mouvement direct et les temps de révolution prêtent à ces conséquences des actions planétaires.

3.

Passons à l'apparition de l'an 1885.

Le prof. Newton (American Journal of science, June 1886. The Biela meteors in november 27th, 1885) a recueilli un nombre très considérable des positions du radiant général déterminées à plusieurs stations (pgg. 414—416); ce nombre est égal à 90. Newton a porté sur une carte près de 80 de ces radiants (pg. 417) et on voit d'après cette carte et d'après les autres radiants qu'ils sont dispersés sur une aire qui embrasse plus de 9° en déclinaison et près de 15° en ascension droite. Les radiants généraux qui se trouvent aux bords de cette aire augmentent encore son étendue car ils sont entourés, comme nous savons, d'autres radiants. Il est vrai que plusieurs de ces observations sont assez pitoyables; les intersections secondaires y sont pris évidemment pour des points de convergence indépendants etc. Mais en tout cas l'aire de radiation est assez considérable.

Newton dit qu'il n'a pas l'intention d'en tirer le meilleur radiant, mais qu'il veut montrer seulement que le radiant n'est pas un point et même qu'il n'est pas une aire très petite. En tenant compte des erreurs d'observation, de l'attraction zénithale et de l'aberration diurne on doit réduire le diamètre de l'aire à 7°— 8°. Denning en parle expressément (Month. Not. B. A. S. XLVI, pg. 69): «The area of radiation must have been fully 7° in diameter to accomodate the discordances in the flights». Ayant en vue quelques autres observations on est autorisé d'admettre que l'aire de radiation en 1885 était égale à celle de 1872.

Pour obtenir le radiant central de tous les radiants recueillis par Newton, j'ai pris la moyenne arithmétique des coordonnées de ces radiants et j'ai obtenu ainsi

$$\alpha = 23^\circ.9 \qquad \delta = +43^\circ.9.$$

Le temps d'observation pour la plupart n'est pas designé, mais sans une faute sensible on peut se contenter dans ce cas de 8^h t. m. Greenw. En corrigeant notre radiant de l'attraction du zénith et de l'aberration diurne, on obtient

$$\alpha = 22^\circ \text{ et } \delta = +45^\circ,$$

d'où

$$l = 38.7 \qquad b = 32{,}9.$$

La longitude de l'apex est $L = 156^\circ.3$. Avec la valeur $D = 0.7460$ on trouve

$$\varepsilon = 113°0 \qquad \varepsilon' = 156°3,$$

puis

$$l' = 355.8 \qquad b' = 13.7$$

et enfin

$$i = 14°5.$$

Cette valeur est presque identique avec celle que nous avons obtenu pour 1872, et sa comparaison avec i pour la comète nous mène à la même conclusion que le cône d'émission près du noeud était un peu dévié vers le sud. Calculons maintenant les valeurs i pour les quatre radiants mentionnés plus haut, c'est à dire du 25 nov. 1877, 26, 28, et 30 nov. 1885. (Le premier se rapporte plutôt aussi au 26, car il est obtenu des observations du 25 et 27). Pour le temps on peut prendre 12^h t. m. Greenw. Les radiants sont:

Nov.	25	26	28	30
	24°+45°	26°+44°	22°+43°5	21°+42°8
Poids	9	60	55	10
α	154°25′	155°21′	157°20′	159°19′
l	39.2	40.2	36.9	35.6
b	33.8	32.3	33.1	32.5
ε	69.3	68.9	64.9	62.0
ε'	155.0	155.2	157.6	159.2
l'	355.0	356.1	355.5	356.1
b'	14.6	13.9	13.3	12.5
i	15.5	14.8	14.0	13.0
$\mathfrak{S}$	63.9	64.8	66.8	68.8

Nous avons vu que pour le 27 Nov. $i = 14°5$. Sans prétendre à une exactitude particulière, nous pouvons admettre le fait du décroissement consécutif de l'angle i, dont nous avons parlé plus haut et qui montre que la Terre rencontre les faisceaux avec une inclinaison plus grande au commencement du phénomène qu'à la fin.

La différence dans 5 (plutôt dans 4) jours monte à 2°5. D'après la théorie, cette différence devrait être plus grande, mais il faut répéter encore une fois qu'il serait presque ridicule d'attendre de pareilles observations une pureté géométrique de la construction.

Nous avons déjà dit que le courant du 27 nov. 1872 était une apparition tout à fait moderne; pourtant il y a eu un temps où un courant pareil, quoique beaucoup plus faible, avait lieu à une autre position de la Terre, le 7 décembre, et à une autre position du plan de l'orbite de la comète de Biéla et son radiant se présentait dans une région du ciel un peu différente. Nous avons vu plus haut les éléments de cette comète en général et son

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 433.

inclinaison et son noeud en particulier. Or ces valeurs sont devenues telles après les fortes perturbations causées par Jupiter en 1794, 1831 et 1841 — 42.

Les nombres qui présentent ces changements se trouvent entre autres chez Newton, dans son mémoire précité (pgg. 423—424). Réduits à l'équinoxe de 1885.0 ils sont:

	Ω	i		Ω	i
1772	258°.7	17°.1	1846	246°.5	12°.6
1806	252.4	13.6	1852	246.3	12.6
1826	251.2	13.6	1859	246.1	12.4
1833	249.0	13.2	1866	246.0	12.4

Voyons maintenant quels courants avaient été vus aux époques correspondantes à ces noeuds de la comète.

1). Benzenberg, en 1798, le 7 décembre, a observé une grande quantité d'étoiles filantes; jusqu'à 10^h du soir il compta 400 étoiles; plus tard le phénomène devint plus faible et jusqu'au matin il a ajouté encore 80 étoiles. Il ne pouvait voir qu'une partie du ciel et il remarque que sur son horizon on en aurait pu voir quelques milles. Il n'indique pas le radiant, mais d'après sa remarque que les étoiles se voyaient également partout, on a le droit de conclure que le radiant se trouvait près du zénith.

2). Herrick, en 1838, le 7 décembre, avec un assistant compta 93 météores par heure, et ils venaient «from a spot not far from Cassiopeia; or perhaps, more nearly, from the vicinity of the cluster in the sword of Perseus (l. c., pg. 364). The radiant, however, could not well be fixed, within three or four degrees. After midnight of the night of the 6th—7th, the meteors appeared not to present any common center of radiation». Ce radiant approximativement a les coordonnées:

$$24^\circ + 61^\circ \text{ (moyenne des deux positions indiquées).}$$

La même valeur peut être attribuée au radiant de Brandes. Ce sont les plus riches apparitions de la première décade de décembre. Certainement elles sont faibles en comparaison avec les courants du 27 novembre 1872 et 1885, où, comme le dit Denza: «In questo nostro osservatorio (Moncalieri) contammo in poco più di 6 ore 33000 meteore nel 1872, e 39000 nel 1885».

Nous avons vu qu'à l'époque et au radiant des apparitions majestueuses de 1872 et 1885, appartiennent plusieurs faibles radiants de quelques années intermédiaires, probablement de chacune de ces années. Pareillement, au radiant et à l'époque de 1838 appartiennent quelques courants secondaires.

1. Dans le catalogue de Quetelet on lit: «M. Raillard écrit qu'il observa une apparition extraordinaire d'étoiles filantes dans la nuit du 7 déc. 1830». Le radiant n'est point indiqué, et pourtant à cette date le nombre général d'étoiles filantes est considérable, comme on le voit par ex. dans les publications de Milan.

2. En 1847 le prof. Heiss, le 8 déc. compta 21 météores partis de la constellation d'Andromède; le 10 déc. — 22 météores. A ces météores il donne le radiant 22° + 55°.

3. Dans les Osservazioni di stelle cadenti en 1871 et 1872 on trouve par quelques météores pour la même époque. Apparemment pour l'époque du 7 déc. avec les jours voisins il existe un courant avec des apparitions annuelles plus ou moins faibles.

Voici les longitudes du soleil (λ) pour les époques mentionnées tout à l'heure:

1798	déc.	6	$\lambda = 256°$
1830		7	256
1838		7	256
1847		9	258
1871		7	256.

La comparaison de ces longitudes avec les longitudes du noeud de la comète de Biéla, qu'on trouve plus haut, indique clairement que les courants de l'époque du 7 déc. se rapportent à l'orbite que la comète avait avant les fortes perturbations de Jupiter en 1794, c'est à dire à l'orbite du temps de la découverte de la comète, sauf son petit changement produit par les perturbations modérées de Jupiter.

Le prof. Weiss (Beiträge zur Kenntniss der Sternschnuppen, pg. 15) a calculé d'après les éléments de l'orbite les radiants pour les époques 1772, 1826 et 1852; les voici:

	α	δ
1772	19°	+ 58°
1826	23	+ 48
1852	23	+ 43.

Les radiants de 1838, 1847, ... correspondent bien avec l'orbite de 1772, tandis que les radiants de 1872, 1885, ... se rapportent à l'orbite moderne.

Ainsi nous voyons que l'orbite de la comète a changé considérablement ses éléments et le courant qui s'est formé évidemment à la fin du siècle passé reste invariable; un autre courant s'est formé beaucoup plus tard.

Il s'agit maintenant d'expliquer cette coexistence de deux courants d'une même comète.

Dans notre théorie cette explication se trouve dans cette circonstance que l'ancien courant est formé à une autre époque et avec un autre j; sa partie la plus dense ($J = 0$) se mit en mouvement avec le temps de révolution ou $T = 20$ ans, ou $T = 40$ ans, car l'intervalle entre ses deux maxima 1798 et 1838 est égal à 40 ans. Le moment de la formation doit être placé dans le premier cas autour du noeud descendant en 1778. La première apparition fut visible par conséquent en 1798, la troisième en 1838, la seconde apparition en 1818 put être inobservée; dans le cas de $T = 40$, la formation a eu lieu en 1758.

Dans la table que nous avons donné plus haut pour différents j et les temps de révolution correspondants, on voit que le temps de 20 ans est produit par j égal à peu près à 0.15, ce qui n'a rien d'improbable; pour 40 ans j monte jusqu'à 0.18. Il est impossible de décider quel temps est le vrai; mais dans les deux cas les orbites météoriques sont assez allongées et par cela elles se sont soustraites à la proximité de Jupiter en 1794 et en 1831 et elles ont conservé en général leurs noeuds et leurs inclinaisons. Pourtant, les perturbations planétaires ayant à faire avec ces orbites à différentes inclinaisons assez petites et en agissant pendant un siècle, ont dû rendre l'essaim principal encore plus faible et le répartir plus uniformément dans l'intervalle des époques jusqu'à le convertir en un faible courant annuel.

Le prof. Weiss (l. c., pg. 16) tâche de mettre en corrélation les Andromédides avec la comète de 1818 (I), découverte par Pons. Cette comète ne fut observée que très peu de temps (23—27 février) et par conséquent ses éléments sont assez douteux; les voici:

$$\pi = 95°.1$$
$$\Omega = 250.1$$
$$i = 20.0$$
$$\log. q = 9.86526$$
mouv. dir.

On voit que ces éléments ressemblent beaucoup à ceux de la comète de Biéla, et le prof. Weiss énonce l'opinion suivante: «Giebt man dem Kometen des Jahres 1818 die Umlaufzeit des Biela'schen, so fallen zwei um 6 Umlaufzeiten von einander abstehende Perihelpassagen dieses Körpers auf 1798.2 und 1838.2. Oder ist es nicht wahrscheinlich, dass ausser dem Biela'schen Kometen noch ein anderer, der sich früher einmal von ihm abgetrennt, in derselben Bahn einhergeht, an den sich ein verhältnissmässig

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 486.

sehr dichter Theil des Meteorringes anschliesst». Cette supposition ne sert pas à expliquer la différence des courants du 27 nov. et du 7 déc. Conformément à nos raisonnements, la comète de 1818 n'est peut être qu'une agglomération rejetée par la comète de Biéla en 1778 avec la vitesse initiale j qui lui a communiqué le temps de révolution $T = 20$ ou 40 ans.

Elle fut faiblement visible seulement en 1818 et puis elle s'est probablement tout à fait dissoute, comme plus tard la comète de Biéla.

En revenant au courant du 27 nov., on peut faire encore une remarque. Lors de la formation du courant en 1778 quelques uns de ses météores purent recevoir une vitesse très faible, de manière que leur temps de révolution ne différait que très peu de celui de la comète; par conséquent les variations essentielles de leurs inclinaisons et de leurs noeuds ont dû être presque les mêmes. Si leur temps de révolution est une partie aliquote des intervalles 1885—1778 ou de 1872—1778, ces météores ont pu s'introduire dans l'aire de radiation de l'une ou de l'autre de ces époques ou se placer près de cette aire.

Il est probable aussi que quelques météores, conformément aux éléments de leurs orbites, ont leurs radiants dans la région du ciel entre les radiants des courants de 1859 et de 1778.

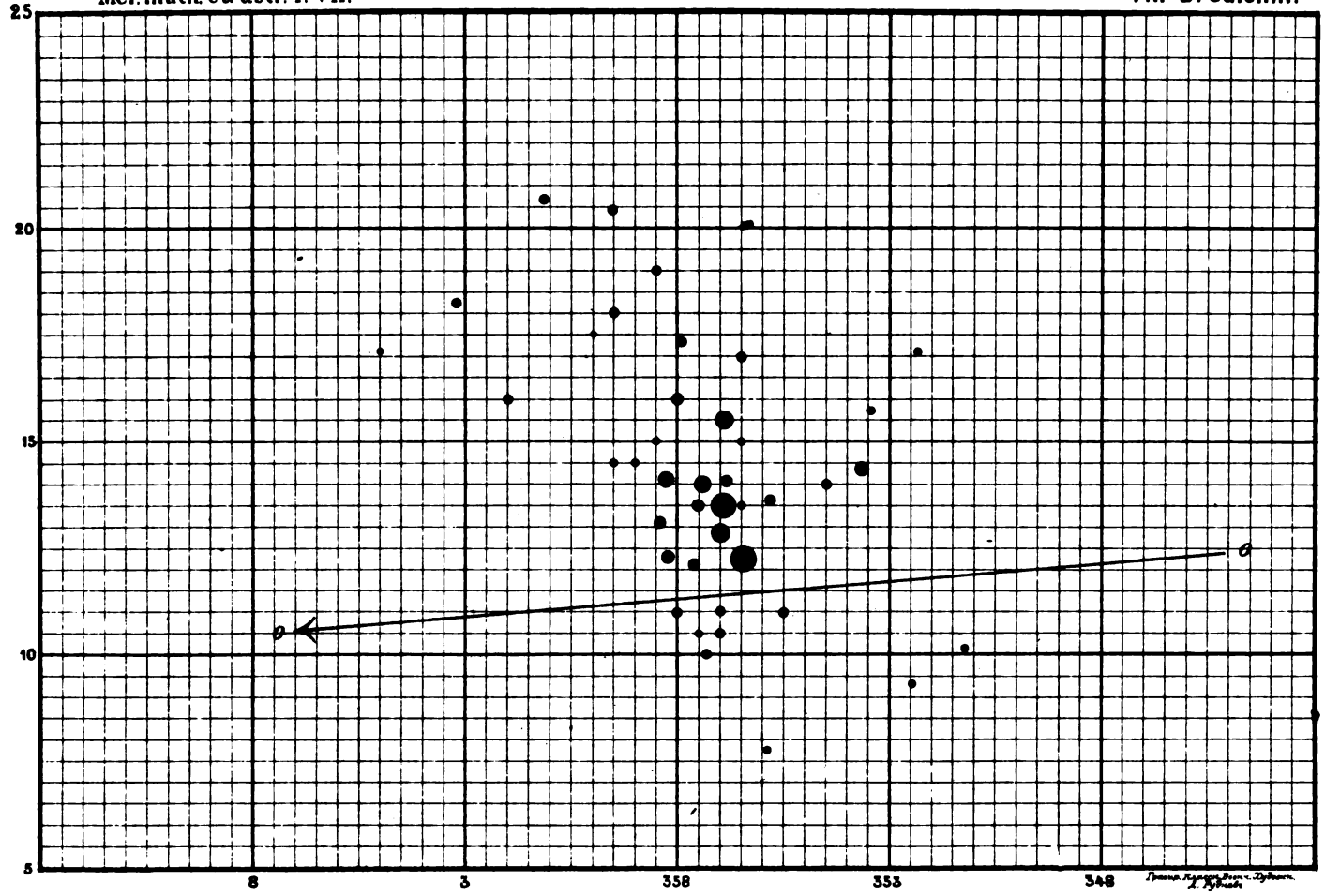
Cette pensée nous mène à la conclusion que pour l'étude d'un courant il faut observer avec soin les météores avant et après les époques principales. Certainement, dans ces études il est très utile d'avoir en vue la remarque très juste du Prof. Newton (l. c., pg. 423):

«Besides all this there is the incertainty due to the fact that any point above the horizon in a meteor path produced backward may have been its radiant. Any radiant that has been determined from a small number of paths must be very unreliable, and if the observations of the paths themselves have not been published, the value of such determination as a contribution to astronomy is still farther diminished».

Bull. de l'Acad. d. Sc. Nouv. Série II.
Mél. math. et. astr. T. VII.

RADIANTS DES ANDROMÈDIDES.

Th. Bredichin.



MÉLANGES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES
TIRÉS DU
BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG.
TOME VII.

Beobachtungen von 51 Doppelsternen mit grosser Distanz nebst einer Untersuchung über systematische Fehler.

Von F. Renz, Adjunkt-Astronom an der Sternwarte zu Pulkowa. (Lu le 29 Mai 1891).

Im Herbst 1889 wurde mir von Herrn O. v. Struve die Aufgabe gestellt, eine Anzahl von Doppelsternen mit grosser Distanz, von denen die Σ- und OΣ-Sterne schon im IX. Bande der Observations de Poulkova enthalten sind, während die vollständige, 107 Sterne umfassende Messungsreihe nebst einer Ableitung ihrer relativen Bewegungen die erste Abteilung des X. Bandes bilden soll, am 15-Zöller nochmals durchzubeobachten. Nach Ausschluss aller der Sterne, für welche schon aus den O. Struve'schen, sich über eine längere Reihe von Jahren erstreckenden Beobachtungen die Bewegung der Componenten gegen einander entweder mit Sicherheit constatirt oder mit Entschiedenheit zurückgewiesen werden kann, blieben 51 Sterne übrig, die einer nochmaligen Bestimmung zu bedürfen schienen. An 21 von diesen letzteren hat auch Herr Dr. v. Engelhardt in den Jahren 1886 und 87 Messungen angestellt, die in dem inzwischen erschienenen 2. Bande seiner Observations astronomiques veröffentlicht sind.

Bei Ausführung der vorliegenden Arbeit habe ich mich fast durchweg des neuen Repsold'schen Mikrometers bedient; eine Ausnahme bilden nur die Abende, an denen Herr O. v. Struve zuvor das alte Merz'sche Mikrometer benutzt hatte und ein Vertauschen des letzteren mit dem neuen wegen eingetretener Dunkelheit schwierig gewesen wäre. Diese Fälle sind in der Rubrik «Bemerkungen» besonders bezeichnet.

Obgleich die Anzahl der beobachteten Sterne nur eine beschränkte ist, schien es mir doch geboten, den bei Refractormessungen hauptsächlich in Betracht kommenden persönlichen Fehlern eine besondere Untersuchung zu widmen, um dadurch meine Messungen mit den Struve'schen direct vergleichbar zu machen.

Den Schraubenwert des Repsold'schen Mikrometers habe ich auf zweierlei Weise zu ermitteln gesucht: aus Distanzmessungen und aus Sterndurchgängen. Erstere wurden an den neun Sternen des Declinationsbogens *AZ* im Sternhaufen *h* Persei ausgeführt mit Zugrundelegung der in der Fest-

schrift der Pulkowaer Sternwarte aus Strassburger und Pulkowaer Meridianbeobachtungen abgeleiteten Declinationsdifferenz der Endsterne und führten zu folgenden Resultaten:.

I.	1te Bestimmung	1890 Febr. 10	$1^R = 17''.6063$	bei $T = -2°.6$ R.
	2te »	1890 Febr. 26, März 2	17.6025	-4.9
	3te »	1890 März 4, 5, 10.	17.6058	-2.1
	Mittel:		$1^R = 17.6049 \pm 0''.0012$	bei $T = -3°.2$ R.

oder mit Benutzung des im Supplément I aux Observations de Poulkova gegebenen Temperaturcoefficienten:

$$\text{für } T = 0°.0 \qquad 1^R = 17''.6035 - 0''.00045.t$$
$$\log. 1^R = 1.24560 - 0.00001\, t.$$

Die Übereinstimmung mit dem von Herrn H. Struve gefundenen Werte $1^R = 17''.604$ ist also eine so gut wie vollständige.

Weniger befriedigende Resultate ergab die Anwendung der zweiten Methode. Am geeignetsten schienen mir zur Bestimmung des Schraubenwerts aus Durchgängen Sterne zwischen 0° und 30° Declination, da näher zum Zenith culminirende Sterne der unbequemen Stellung des Beobachters wegen weniger sicher beobachtet werden dürften, während wiederum die Verwendung von Polsternen sehr zeitraubend ist und eine genaue Kenntnis der Aufstellungsfehler des Instruments voraussetzt. Die Fadenantritte wurden chronographisch registrirt, und zwar teils an zwei nahezu symmetrisch zum Mittelfaden stehenden festen Fäden, teils am Mittelfaden und am Mikrometerfaden. Letzterer wurde nach der Hälfte der Beobachtungen durchgeschraubt, um die Coincidenz der Fäden durch Summation der beiden Intervalle auszuschliessen. Zur Vermeidung der Parallaxe wurde stets darauf geachtet, dass jeder Durchgang möglichst genau in der Mitte des Feldes erfolgte.

Die in der nachfolgenden Zusammenstellung gegebenen Sterne sind lauter Doppelsterne von grosser Distanz, deren Componenten nahezu auf demselben Parallele liegen. Es wurde mir durch Beobachtung solcher die Möglichkeit geboten, die Zahl der Durchgänge bei demselben Zeitaufwande zu verdoppeln. Der Wert einer Schraubenrevolution folgt:

II[a]. Aus Beobachtungen von Durchgängen an zwei festen Fäden in c. 30^R Abstand:

Name des Sterns.	Decl.	1^R	Zahl der Durchg.	Temp.	Gew.
σ.352	+ 5°28′	17″.635	30	— 2°.0 R	1
σ.416	+ 1 56	17.631	25	— 0.7	1
σ.416	+ 1 56	17.643	24	— 5.7	1
σ.331	+23 52	17.638	48	— 5.4	1.5
σ.352	+ 5 28	17.636	48	— 4.5	1.5
σ.331	+23 52	17.632	48	— 5.0	1.5
σ.352	+ 5 28	17.637	50	— 4.3	1.5
σ.416	+ 1 56	17.632	48	— 4.4	1.5

Mittel: 17.6354 ± 0″.0009 bei — 4°.0 und reducirt auf 0°.0:

$$1^R = 17''.6336.$$

II^b. Aus Beobachtungen von Durchgängen am beweglichen Faden. Intervall 20^R:

Name des Sterns.	Decl.	1^R	Zahl der Durchg.	Temp.
σ.416	+ 1°56′	17″.614	24	— 5.7
σ.331	+23 52	17.617	24	— 5.4
σ.352	+ 5 28	17.616	24	— 4.5
σ.331	+23 52	17.624	24	— 5.0
σ.352	+ 5 28	17.636	24	— 4.3
σ.416	+ 1 56	17.618	24	— 4.4

Mittel: 17″.6208 ± 0″.0023 bei $T = -4°.9$ und bei 0°:

$$1^R = 17''.6186.$$

Der bedeutende, die Grenzen der wahrscheinlichen Fehler weit überschreitende Unterschied zwischen den beiden nahezu auf dieselbe Weise abgeleiteten Schraubenwerten einerseits und zwischen dem Mittel aus beiden gegen den aus Distanzmessungen berechneten andrerseits, ist so auffallend, dass es mir nicht uninteressant schien der Ursache dieser übrigens auch bei anderen Refractor- Beobachtern auftretenden Abweichung nachzugehen. Es lag nahe zu vermuten, dass dieselbe in einer regelmässig verfrühten Registrirung der ersten Fadenantritte zu suchen sei. Um darüber Gewissheit zu erlangen, bot eine in den letzten Jahren am Refractor beobachtete Anzahl von 75 Durchgängen von Sternpaaren, deren Æ-Differenz nicht mehr als

1^m betrug, ein geeignetes Material. In der Tat zeigte sich bei meinen Beobachtungen deutlich eine constante Differenz des ersten Fadenantritts gegen das Mittel der übrigen um $(+\ 0^s.024 \pm 0^s.003)$ sec δ. Bei den folgenden Fäden muss sich wol der Vorgang, wenn auch in schwächerem Maasse, wiederholen, denn der Unterschied zwischen den aus dem ersten und den folgenden Fäden berechneten Æ-Differenzen steigt beim siebenten (letzten) Faden bereits auf $0^s.05$ sec δ. Berücksichtigt man, dass die Versuche so angeordnet waren, dass der erste Fadenantritt an einem festen Faden beobachtet wurde und der bewegliche zwischen diesem und den Mittelfaden eingeschlossen war, so ist es erklärlich, dass der Schraubenwert II^a am grössten ausfällt. Durch Anbringung der Correctionen $-\ 0^s.05$ sec. δ resp. $-\ 0^s.02$ sec δ, von denen die letztere natürlich etwas willkürlich ist, an die beobachteten Durchgänge, könnten die drei so stark von einander abweichenden Schraubenwerte in befriedigende Übereinstimmung gebracht werden. Wir fänden:

aus Reihe	I	$1^R = 17^s.6035$
»	II^a	17.6080
»	II^b	17.6061.

Wegen des zur genauen Bestimmung der Correctionsgrösse nicht genügenden Materials sind die Werte II^a und II^b immerhin noch mit einer gewissen Unsicherheit behaftet, und speciell zur genauen Ermittelung dieser Grösse eine Reihe von Durchgängen zu beobachten, schien mir nicht ratsam, da die Resultate leicht durch Voreingenommenheit des Beobachters illusorisch werden könnten. Bei Berechnung der Doppelsternmessungen ist daher nur der aus Distanzen abgeleitete Schraubenwert benutzt, der ja auch wegen der Analogie der Beobachtungsmethode am meisten dazu geeignet ist.

Der Grund der eben besprochenen Verfrühung resp. Verspätung der Chronographensignale ist wol in einer Änderung meiner persönlichen Gleichung zu suchen, die von Faden zu Faden fortschreitet und sich bei jedem Durchgange in derselben Weise wiederholt. Man könnte zwar vermuten, dass diese Erscheinung durch Bildung eines starken Polarisationsstromes in der Chronographenbatterie veranlasst wird, doch ist die Möglichkeit eines solchen bei den hier benutzten Meidinger'schen Elementen bei richtiger Behandlung derselben von vornherein ausgeschlossen. Ebenso wenig kann die Ursache eine allmählige Verstellung des Fernrohrs nach dem Anklemmen infolge sich auslösender Spannungen in den Metallteilen sein, da sich bei Sternen von einigen Zeitminuten Abstand kein Unterschied der aus den einzelnen Fäden berechneten Æ-Differenzen gegen das Mittel ergab, offenbar weil in diesem Falle beim Durchgange des nachfolgenden Sterns jeder Fadenantritt mit demselben Fehler behaftet war, wie beim vorangehenden. Inwieweit

übrigens die durch obige Darstellung plausibel scheinende Erklärung des Unterschiedes der auf verschiedenem Wege gefundenen Mikrometerwerte auch bei anderen Beobachtern zutrifft, stände zu untersuchen. — Auf periodische und fortlaufende Fehler hat Herr H. Struve die Schraube seinerzeit eingehend geprüft. Erstere sind bei den vorliegenden Messungen durch häufige Verstellung der Coincidenz fast vollständig eliminirt, während letztere selbst die grössten hier in Betracht kommenden Distanzen um kaum ± 0″.01 ändern.

Besondere Aufmerksamkeit ist den systematischen Fehlern der Distanzmessungen zugewandt worden. Angeregt wurde ich dazu durch Herrn H. Struve, der mich bei Gelegenheit einer Beobachtungsreihe der Saturnstrabanten Rhea, Dione und Tethys, die ich im Frühjahr 1889 am 30-Zöller anstellte, auf eigentümliche constante Unterschiede hinwies, welche sich zwischen unseren Distanzmessungen zeigten[1]). Zur Ermittelung des absoluten numerischen Betrages meines Messungsfehlers schlug Herr H. Struve mir die Vergleichung einer ganzen Distanz mit der Summe der einzelnen Teile derselben vor. Einen Vorzug hat diese Methode vor der bekannten O. Struve'schen in der Beziehung, dass die dazu erforderlichen Beobachtungen am Himmel und in beliebigen Lagen des Instruments gemacht werden können. Geeignet erwiesen sich für eine derartige Untersuchung besonders zwei Sternreihen, sowol weil sie wegen der verschiedenen Länge der zu messenden Bögen und ihrer verschiedenen Neigung gegen die Augenaxe die Umstände der Beobachtung etwas zu variiren erlaubten, als auch weil die einzelnen Sterne nahezu in einem Bogen grössten Kreises liegen und nicht schwächer als 10ter Grösse sind. Die erste aus 5 Sternen in 171″ Gesammtabstand bestehende Reihe liegt im Sternhaufen h Persei und nimmt den Stern E des Normalbogens $A\,Z$ auf; die zweite im Sternhaufen χ Persei zählt 4 Sterne bei 124″ Entfernung der Endpunkte. Leider liess sich, obgleich ich eine grössere Anzahl von Sternhaufen daraufhin prüfte, kein passender dritter Bogen von etwa 60″ Länge finden.

In der folgenden Übersicht sind die mikrometrisch bestimmten Längen der ganzen Distanz und die Projectionen der einzelnen Teile derselben auf den durch die Endsterne gelegten Bogen grössten Kreises zusammengestellt. Jede Beobachtung besteht aus zwei Doppeldistanzen und vier Positionswinkeln. Da die Messung der Entfernung der Grenzsterne jede Reihe einleitete und abschloss, ist die Wirkung der Refraction unberücksichtigt gelassen. Bemerken muss ich noch, dass ich bei Einstellung der Distanzen jeden Stern einzeln mit Hilfe der Ocularverschiebung in die Mitte des Feldes führe und mich durch mehrmalige Wiederholung dieser Manipulation davon über-

1) Vgl. Astr. Nachr. № 2945—46.
Bulletin M. S. II (XXXIV) p. 448.

zeuge, dass beide Sterne gleichzeitig bisecirt werden. Eine Parallaxenwirkung ist daher bei dieser Art der Messung ganz ausgeschlossen.

In den letzten Columnen der beiden Tafeln entspricht II einer 210-maligen, III einer 310-maligen Vergrösserung. Der beste Zustand der Bilder ist mit 1, der schlechteste mit 5 bezeichnet.

Bogen I im Sternhaufen h Persei.

Datum.	I—II	II-III	III-IV	IV-V	Σ	I-V	Δ	$\frac{\Delta}{3}$	Vergr.	Bilder.	
1891 Febr. 21	28″64	35″60	56″08	55″46	170″78	171″53	+0″75	+0″25	II	3—4	
25	28.70	35.58	55.96	55.61	170.85	171.22	+0.37	+0.12	II	3	
26	28.55	35.69	55.91	55.51	170.66	170.91	+0.25	+0.08	II	3	Letzte Distanz eilig. Gew.$^1/_2$.
27	28.91	35.70	55.98	55.42	170.96	171.26	+0.30	+0.10	II	4	
28	28.32	35.66	56.19	55.33	170.50	171.87	+1.37	+0.46	II	4—5	
März 2	28.53	35.67	55.81	55.40	170.41	171.38	+0.97	+0.32	II	3	
8	28.45	35.57	56.11	55.53	170.66	171.63	+0.97	+0.32	III	4	
11	28.40	35.58	56.07	55.38	170.43	171.30	+0.87	+0.29	III	2—4	Durch Wolken unterbrochen. Gew.$^1/_2$.
13	28.63	35.54	56.28	55.31	170.76	171.39	+0.63	+0.21	III	4—5	
14	28.59	35.79	55.90	55.59	170.87	171.73	+0.86	+0.29	III	2—3	
18	28.64	35.61	55.87	55.60	170.72	171.27	+0.55	+0.18	III	2—3	
20	28.56	35.60	56.08	55.45	170.69	171.41	+0.72	+0.24	III	2	
22	28.52	35.72	56.01	55.40	170.65	171.74	+1.09	+0.36	II	2—3	
23	28.53	35.74	16.23	55.74	171.24	171.84	+0.60	+0.20	II	2	

Mittel: $+0″.249 \pm 0″.019$.

Bogen II im Sternhaufen χ Persei.

Datum.	$a—b$	$b—c$	$c—d$	Σ	$a—d$	Δ	$\frac{\Delta}{2}$	Vergr.	Bilder.
1890 April 3	24″45	22″27	77″15	123″87	124″24	+0″37	+0″18	III	4
6	24.49	22.25	77.14	123.88	124.31	+0.43	+0.22	II	3—4
17	24.60	22.44	77.13	124.17	124.45	+0.28	+0.14	II	2—3
1891 März 22	24.36	22.36	77.31	124.03	124.44	+0.41	+0.20	III	3—4
23	24.47	22.43	77.46	124.36	124.66	+0.30	+0.15	II	2
24	24.37	22.27	77.39	124.03	124.68	+0.65	+0.32	II	2—3
25	24.51	22.29	77.07	123.87	124.50	+0.63	+0.32	III	2—3
26	24.56	22.31	77.51	124.38	124.44	+0.06	+0.03	III	2—3
April 3	24.12	22.41	77.30	123.83	124.53	+0.70	+0.35	II	2
4	24.47	22.29	77.48	124.24	124.48	+0.24	+0.12	III	3—4

Mittel: $+0″.203 \pm 0″.021$.

Jeder dieser Werte bedarf noch einer kleinen Verbesserung, da die Differenzen der wahren und gemessenen Distanzen ebenfalls auf die Verbindungslinie der Endpunkte projicirt sind. Diese Correction beträgt für die erste Reihe $+0''.007$, für die zweite, in welcher der Stern *b* ziemlich beträchtlich aus der Linie fällt $+0''.038$. Wir haben demnach:

Correction einer Distanzmessung aus Bogen I: $+0''.256 \pm 0''.019$
» » » » » II: $+0''.241 \pm 0''.021$.

Beide Werte stimmen innerhalb der Grenzen der wahrscheinlichen Fehler überein. Berechnet man die Correction für die Vergrösserungen II und III besonders, so erhält man:

für Vergr. II: $+0''.247$; für Vergr. III: $+0''.242$.

Nach der Beschaffenheit der Bilder gruppirt ergiebt sich im Mittel:

für Bilder 1 — 3: $+0''.241$; für Bilder 3 — 5: $+0''.254$.

Die Unterschiede zwischen diesen Zahlen sind offenbar nur zufällige. Die Distanzen sind daher im nachfolgenden Kataloge alle um den gleichen Betrag $+0''.249$ corrigirt, der übrigens auch schon bei Ableitung des Schraubenwerts in Rechnung gezogen ist. Eine Correction von derselben Grösse ist auch nach Angabe Herrn H. Struve's an meine Beobachtungen der Saturnstrabanten am 30-Zöller anzubringen, damit sie in möglichst gute Übereinstimmung mit den aus den Bahnelementen abgeleiteten Örtern kommen. Es zeigt sich also, dass der systematische Fehler meiner Distanzmessungen — wenigstens innerhalb der untersuchten Grenzen — sowol von der Grösse der Distanz, als auch vom Zustande der Bilder und der Vergrösserung, ja selbst von den Dimensionen des Instruments unabhängig ist. Dieses Ergebnis ist sehr auffallend. Da der Fehler offenbar durch eine unrichtige Bisection des Sternbildes bedingt ist, sollte man erwarten, dass er sich mit der scheinbaren Grösse des eingestellten Objects ändert. — Eine Fortsetzung dieser Untersuchungen behalte ich mir für die nächsten Jahre vor, um damit ein Urteil über die Constanz meines persönlichen Fehlers im Laufe der Zeit zu gewinnen.

Die zweite Coordinate, die Positionswinkel, scheinen einer Prüfung auf individuelle Unterschiede hin nicht zu bedürfen, da eine Vergleichung der von mir gemessenen Positionswinkel mit den H. Struve'schen und von Engelhardt'schen keine constanten Differenzen gezeigt hat.

Die Aufstellungsfehler des Refractors sind im Mai 1890 bestimmt worden. Da jedoch bei meinen Doppelsternmessungen die Fäden stets nach dem scheinbaren Parallele orientirt waren, sind sie ohne jede Bedeutung.

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 445.

Nach dem ursprünglichen Programm waren nur zwei Messungen eines jeden Doppelsterns in Aussicht genommen. Später wurde diese Grenze in den meisten Fällen überschritten, teils weil die in den Herbst- und Wintermonaten angestellten Beobachtungen eine schlechtere Übereinstimmung unter einander zeigten, als die in die wärmere Jahreszeit fallenden, teils weil es nach Veröffentlichung der v. Engelhardt'schen Beobachtungen wünschenswert erschien, in Fällen stärkerer Abweichung zwischen den Dresdener und Pulkowaer Distanzen noch einige Controllmessungen hinzuzufügen.

Der wahrscheinliche Fehler einer aus zwei Doppeldistanzen bestehenden vollständigen Messung berechnet sich wie folgt:

für $D =$	20″— 60″	w. $F. =$	± 0″.086	abgeleitet aus	166	Beobachtungen[2]).
	60 — 120		± 0″.114	» »	48	»
	120 — 180		± 0″.140	» »	35	»

Im Positionswinkel beläuft sich der wahrscheinliche Fehler eines Mittels aus sechs Einzeleinstellungen ausgedrückt im Bogen grössten Kreises auf:

w. $F. =$	± 0″.087	für $D =$ 20″— 60″
	± 0.101	60 — 120
	± 0.174	120 — 180.

Die beträchtliche Zunahme des wahrscheinlichen Fehlers in beiden Coordinaten bei wachsender Distanz ist wol hauptsächlich dem Umstande zuzuschreiben, dass das Uhrwerk des 15-Zöllers in den letzten Jahren bei niedriger Temperatur nicht ganz befriedigend functionirte.

Es erübrigt noch einige Worte über die Zusammenstellung der Beobachtungen hinzuzufügen. Inbetreff der Bezeichnung der Vergrösserungen und der Beschaffenheit der Bilder gilt das oben Gesagte. Das nur ausnahmsweise benutzte Ocular IV giebt eine 410-fache Vergrösserung. Die Temperaturen sind nach Réaumur'scher Scala verzeichnet. Columne 5 und 7 enthält die direct gemessenen Distanzen und Positionswinkel, 6 und 8 die Correctionen derselben wegen Refraction. In einzelnen wenigen Fällen ist an beleuchteten Fäden beobachtet worden. Diese Messungen sind den im hellen Felde gemachten nicht gleichwertig, zumal da die Beleuchtung der Fäden etwas excentrisch zu sein scheint, was noch einer besonderen Untersuchung bedarf.

Die Positionen der Sterne sind für 1890.0 gegeben. Die Grössenangaben beruhen auf Struve'schen Schätzungen, wenn sie von den meinen stark abwichen, ist solches in der Rubrik «Bemerkungen» angeführt.

---

2) Die zur Bestimmung der systematischen Fehler angestellten Messungen sind hierbei hinzugezogen, da sie ein den Doppelsternmessungen ganz gleichgeartetes Material bilden.

Der bequemeren Übersicht wegen sind die wegen Refraction und systematischen Fehlers corrigirten Distanzen und Positionswinkel in einem besonderen, anhangsweise gegebenen Kataloge zusammengestellt. Die vorletzte Columne desselben enthält ausserdem die Reduction des Positionswinkels wegen Praecession auf das mittlere Aequinoctium 1850.0, auf welches auch die Struve'schen Messungen bezogen sind.

Zusammenstellung der Beobachtungen.

Epoche.	Sternzeit.	Vergr.	Temp.	Distanz.	Refraction.	Positionsw.	Refraction.	Bilder.	Bemerkungen.
				O.Σ.7. (7.2 u. 8.0)					
				$\alpha = 0^h15^m.7$	$\delta = 65°51'$				
1890.0	5^h44^m	III	− 2°.1	51".04	+ 0".021	77° 3′	+ 0".1	2	
1890.1	5 4	II	− 7.5	51.15	+ 0.020	77 12	+ 0.1	2—3	
1890.1				51.095	+ 0.020	77 7.5	+ 0.1		
				Σ.42. (7.9 u. 10.8)					
				$\alpha = 0^h30^m.2$	$\delta = +29°24'$				
1890.0	1 10	III	+ 0.8	39.59	+ 0.015	195 57	+ 0.1	3	Begleiter 9-ter Gr.
1890.0	4 38	III	− 1.7	39.46	+ 0.026	196 0	+ 0.8	2—3	
1890.0				39.525	+ 0.020	195 58.5	+ 0.4		
				σ.25 = Σ.90. = 77 Piscium. (5.9 u. 6.8)					
				$\alpha = 1^h0^m.1$	$\delta = +4°20'$				
1890.7	23 58	III	+10.1	32.71	+ 0.010	82 54	− 0.9	4	
1890.7	0 16	III	+ 8.6	32.62	+ 0.010	82 32	− 0.9	4—5	
1890.7				32.665	+ 0.010	82 43.0	− 0.9		
				O.Σ.24. (A=7.0; B=8.8; C=11.2; D=10.0)					
				$\alpha = 1^h4^m.1$	$\delta = +50°26'$				
				A u. *B*.					
1890.0	6 23	III	− 2.3	59.58	+ 0.080	67 0	+ 0.1	2	
1890.1	3 26	II	− 2.0	59.70	+ 0.019	66 57	+ 0.1	2	
1890.1	5 31	II	− 2.1	59.69	+ 0.026	67 6	+ 0.1	3—4	
1891.2	7 47	II	− 4.3	59.53	+ 0.088	67 5	+ 0.1	3	
1890.6				59.625	+ 0.028	67 2.0	+ 0.1		

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 447.

Epoche.	Sternzeit.	Vergr.	Temp.	Distanz.	Refraction.	Positionsw.	Refraction.	Bilder.	Bemerkungen.
					A u. *D*.				
1891.2	7h34m	II	— 4°.8	43″.81	+ 0″.015	286°52′	+ 0′.2	3	
1891.2	8 51	III	— 4.1	43.82	+ 0.014	287 10	+ 0.5	3	Dunst. Pos.—W. unsicher. Gew. 0.5.
1891.2	7 56	III	— 4.4	43.71	+ 0.015	287 7	+ 0.3	3—4	
1891.2				43.760	+ 0.015	287 1.6	+ 0.3		

D ist von O. Struve nicht beobachtet worden, findet sich aber bei Dembowski.

σ.83 = 41 Arietis. ($A = 8.5$; $B = 11.5$; $C = 11.0$; $D = 9.0$)

$\alpha = 2^h 43^m.3 \quad \delta = +26°49'$

					A u. *B*.				
1890.0	0 16	III	+ 0.8	22.21	+ 0.007	268 5	0.0	3	Fadenbeleuchtung.
1890.0	6 44	III	— 2.4	21.91	+ 0.009	267 56	0.0	2	
1890.0				22.060	+ 0.008	268 0.5	0.0		
					A u. *C*.				
1890.0	0 29	III	+ 0.8	32.18	+ 0.011	206 10	— 0.6	3—4	Fadenbeleuchtung.
1890.0	6 54	III	— 2.5	33.18	+ 0.026	206 29	+ 1.0	3	
1890.1	4 12	III	— 1.1	33.01	+ 0.014	206 24	+ 0.1	3—4	
1890.0				32.790	+ 0.017	206 21.0	+ 0.2		
					A u. *D*.				
1890.0	0 45	III	+ 0.8	125.52	+ 0.037	230 54	— 0.4	4	
1890.0	0 54	III	+ 0.8	125.33	+ 0.037	—		4	
1890.0	7 5	III	— 2.6	125.60	+ 0.099	230 37	+ 0.4	3	
1890.0				125.488	+ 0.058	230 45.5	0.0		

37 A Tauri. (5.0 u. 9.0)

$\alpha = 3^h 58^m.1 \quad \delta = +21°46'$

1889.9	1 35	II	+ 4.0	137.73	+ 0.066	8 22	— 0.8	4—5	
1889.9	1 44	II	—11.7	137.55	+ 0.065	8 26	— 0.7	3—4	
1889.9				137.640	+ 0.066	8 24.0	— 0.8		

Epoche.	Sternzeit.	Vergr.	Temp.	Distanz.	Refraction.	Positionsw.	Refraction.	Bilder.	Bemerkungen.
O.Σ.77. ($A=7.5$; $B=7.5$; $C=8.0$)									
$\alpha = 4^h 9^m.0$ $\delta = +31°25'$									
$\frac{A+B}{2}$ u. C.									
1889.9	$1^h 56^m$	II	+ 4°.0	56".10	+ 0".016	41°41′	− 0′.3	3	
1889.9	8 22	III	−11.9	55.54	+ 0.017	41 42	− 0.3	3	
1890.0	1 39	III	+ 0.7	56.12	+ 0.016	41 48	− 0.4	3—4	
1889.9				55.920	+ 0.016	41 43.7	− 0.3		
σ.117. (7.6 u. 8.0)									
$\alpha = 4^h 12^m.6$ $\delta = +50°0'$									
1890.0	1 11	II	+ 0.8	73.88	+ 0.025	327 43	− 0.2	3	Sturm. Das Fernrohr schwankt sehr.
1890.0	7 26	III	− 2.7	73.80	+ 0.020	327 25	+ 0.1	2	
1890.1	7 38	II	− 4.2	73.86	+ 0.021	327 25	+ 0.2	3—4	
1890.0				73.680	+ 0.022	327 31.0	0.0		
σ.149. (7.8 u. 10.0)									
$\alpha = 4^h 55^m.8$ $\delta = +11°13'$									
1889.9	3 53	IV	−12.1	32.28	+ 0.016	28 40	− 0.9	3—4	
1890.0	2 4	IV	+ 0.5	32.49	+ 0.018	28 40	− 2.1	3—4	
1890.0				32.385	+ 0.017	28 40.0	− 1.5		
Σ.739. (8.3 u. 9.5)									
$\alpha = 5^h 32^m.3$ $\delta = +66°29'$									
A u. C.									
1890.3	12 43	III	+ 3.6	37.26	+ 0.018	65 1	+ 0.1	4	
1890.3	12 42	III	+ 2.0	37.61	+ 0.018	65 16	+ 0.1	4	Der nahe Begleiter des Sterns 8.3 ist bei der Messung sehr störend.
1890.3	11 25	II	+ 4.1	37.45	+ 0.014	64 58	+ 0.2	3	
1891.1	9 20	II	− 4.5	37.10	+ 0.013	65 23	0.0	3	
1891.2	8 50	III	− 4.8	37.73	+ 0.012	64 52	0.0	3—4	
1890.6				37.480	+ 0.015	65 6.0	+ 0.1		

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 449.

Epoche.	Sternzeit.	Vergr.	Temp.	Distanz.	Refraction.	Positionsw.	Refraction	Bilder.	Bemerkungen.
O.Σ.118. (A=6.2; B=7.7; C=7.2)									
$\alpha = 5^h41^m.9$ $\delta = +20°49'$									
				$\frac{A+B}{2}$ u. C.					
1890.1	5^h34^m	II	— 1°.6	75″.99	+0″.034	161° 8′	+0′.2	2—3	
1890.1	3 48	II	— 0.6	75.56	+0.040	160 59	— 0.3	3	Eilige Beobachtung.
1890.1	6 1	II	— 2.0	75.29	+0.033	160 54	+0.2	3	Merz'sches Mikrometer.
1890.1	6 50	II	— 3.9	75.42	+0.032	161 8	+0.5	2—3	
1890.1				75.565	+0.035	161 2.2	+0.2		
σ.210. (7.8 u. 8.0)									
$\alpha = 5^h48^m.5$ $\delta = +13°49'$									
1890.2	6 31	III	— 0.2	45.42	+0.017	130 30	+0.6	3—4	
1890.2	8 37	III	— 0.1	45.44	+0.015	130 21	+1.2	4—5	
1890.2				45.430	+0.016	130 25.5	+0.9		
O.Σ.545. = **σ.213.** = **ϑ Aurigae.** (A = 3.0; B = 7.5; C = 11.0; D = 9.5)									
$\alpha = 5^h52^m.2$ $\delta = +37°12'$									
				A u. C.					
1890.2	9 10	III	— 0.1	45.96	+0.013	293 19	+0.2	3	Fadenbeleuchtung.
1890.3	11 6	III	+ 7.7	46.25	+0.014	292 46	+0.1	2	
1891.1	7 43	III	— 9.6	45.67	+0.013	292 47	+0.2	2—3	
1891.1	7 41	III	— 0.1	46.34	+0.013	292 39	+0.2	4	
1891.1	9 58	III	— 3.9	46.21	+0.014	292 33	+0.1	4	Fadenbeleuchtung. Sehr schwierige Beobachtung.
1890.8				46.086	+0.013	292 48.8	+0.2		
				A u. D.					
1890.1	8 56	II	— 2.0	127.81	+0.045	349 46	+0.6	3	Merz'sches Mikrometer. Unsichere Beob. Gew. 0.5.
1890.2	8 56	III	— 0.1	127.52	+0.045	349 47	+0.6	3	
1891.1	7 40	III	— 0.1	127.21	+0.041	349 20	+0.2	4	
1891.1	10 11	III	— 3.8	127.11	+0.051	349 31	+1.0	3—4	
1891.2	6 7	II	+ 0.8	127.59	+0.041	349 44	0.0	3	
1890.7				127.406	+0.045	349 37.7	+0.5		

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 450.

Epoche.	Sternzeit.	Vergr.	Temp.	Distanz.	Refraction.	Positionsw.	Refraction.	Bilder.	Bemerkungen.
O. Σ. 147. ($A = 6.8$; $B = 8.5$; $C = 9.8$; $D = 10.2$)									
$\alpha = 6^h 26^m.8$ $\delta = +38°10'$									
A u. B.									
1890.1	$9^h 33^m$	III	− 2°.0	42″.36	+ 0″.016	73°46	− 0′.1	2—3	Merz'sches Mikrometer.
1890.2	10 14	III	− 2.3	42.61	+ 0.018	73 31	+ 0.1	4	
1890.2	9 58	III	− 0.6	42.48	+ 0.017	73 58	0.0	3	
1891.1	7 57	III	− 9.6	42.35	+ 0.013	74 8	0.0	4—3	
1890.4				42.450	+ 0.016	73 50.8	0.0		
A u. $\frac{C + D}{2}$									
1890.1	9 55	III	− 2.0	45.51	+ 0.014	117 6	+ 0.1	2—3	Merz'sches Mikrometer.
1890.2	10 27	III	− 2.3	45.97	+ 0.014	117 1	+ 0.2	4—5	
1890.2	9 47	III	− 0.5	45.80	+ 0.014	117 8	+ 0.1	3	
1891.1	7 49	III	− 9.6	45.71	+ 0.013	117 10	+ 0.1	3—4	
1890.4				45.748	+ 0.014	117 6.2	+ 0.1		
σ. 233. (7.5 u. 7.8)									
$\alpha = 6^h 27^m.4$ $\delta = +22°12'$									
1890.2	7 26	II	− 0.2	53.51	+ 0.019	243 13	− 0.2	4	
1890.2	9 28	III	− 0.4	53.46	+ 0.028	243 25	− 0.1	4	
1890.2				53.485	+ 0.024	243 19.0	− 0.2		
σ. 244 = 56 Aurigae. (5.3 u 9.0.)									
$\alpha = 6^h 38^m.8$ $\delta = +43°41'$									
1890.2	10 16	III	− 0.7	45.84	+ 0.018	22 18	+ 0.7	3	
1891.2	10 0	III	− 5.4	45.91	+ 0.017	22 26	+ 0.7	2	
1890.7				45.875	+ 0.018	22 22.0	+ 0.7		
B. A. C. 2751. ($A = 6.5$; $B = 9.2$; $C = 7.5$; $D = 8.8$)									
$\alpha = 8^h 7^m.8$ $\delta = +59°32'$									
A u. B.									
1890.4	15 27	II	+ 7.5	95.27	+ 0.052	8 34	+ 1.2	2	
1890.4	15 29	II	+10.3	95.11	+ 0.052	8 38	+ 1.2	2—4	Bilder sehr unruhig.
1890.4				95.190	+ 0.052	8 36.0	+ 1.2		

Epoche.	Sternzeit.	Vergr.	Temp.	Distanz.	Refraction.	Positionsw.	Refraction.	Bilder.	Bemerkungen.
					A u. *C.*				
1890.4	15^h45^m	II	+ 7°3	222".37	+ 0".062	308°11′	+ 0".7	2	
1890.4	15 40	II	+10.3	223.36	+ 0.062	308 22	+ 0.7	2—4	Bilder sehr unruhig. Durch Wolken unterbrochen. Gew. 0.5.
1890.4	16 40	II	+10.4	222.65	+ 0.065	308 18	+ 1.1		
1890.4				222.822	+ 0.063	308 16.8	+ 0.8		
					A u. *D.*				
1890.4	15 35	II	+ 7.4	236.09	+ 0.141	63 2	+ 0.2	2	
1890.4	15 53	II	+10.3	235.54	+ 0.144	63 5	+ 0.2	2—4	Bilder sehr unruhig.
1890.4	15 59	II	+10.4	235.89	+ 0.144	63 1	+ 0.1		
1890.4				235.840	+ 0.143	63 2.7	+ 0.2		
					H. N. 29. (5.0 u. 10.0)				
					$\alpha = 9^h26^m.9$ $\delta = +28°51'$				
1890.3	10 30	III	+ 2.3	32.62	+ 0.012	256 4	0.0	3—4	Fadenbeleuchtung. Den Begleiter schätze ich 11.12 Grösse.
1890.3	13 8	III	+ 0.1	32.75	+ 0.014	256 50	— 0.1	3	
1891.1	9 6	III	— 9.8	32.55	+ 0.011	256 18	0.0	4—3	
1891.2	6 25	III	+ 0.8	32.80	+ 0.013	256 19	— 0.9	3	
1890.7				32.680	+ 0.012	256 22.8	— 0.2		
					σ. 373 = Σ. 1495. (6.0 u. 8.3)				
					$\alpha = 10^h53^m.0$ $\delta = +59°30'$				
1890.4	16 4	IV	+ 7.1	34.15	+ 0.014	37 35	+ 0.5	1—2	
1890.4	16 59	III	+ 8.3	34.33	+ 0.017	37 51	+ 0.6	3—4	
1890.4				34.240	+ 0.016	37 43.0	+ 0.6		
					σ. 377. (8.0 u. 8.5)				
					$\alpha = 11^h4^m.7$ $\delta = +66°37'$				
1890.5	17 13	II	+ 8.2	61.99	+ 0.027	220 41	+ 0.4	3—4	
1890.7	20 31	II	+ 9.9	62.14	+ 0.040	220 44	— 0.3	3	
1890.6				62.065	+ 0.034	220 42.5	0.0		

Epoche.	Sternzeit.	Vergr.	Temp.	Distanz.	Refraction.	Positionsw.	Refraction.	Bilder.	Bemerkungen.
σ. 416. (7.8 u. 8.8)									
$\alpha = 12^h25^m.6$ $\delta = +1°56'$									
1890.2	12^h28^m	III	− 1°.7	49″.48	+ 0″.018	289°43′	+ 0′.8	4	
1890.2	11 36	III	—	49.77	+ 0.022	289 58	+ 0.8	4—5	
1890.3	13 45	III	+ 0.1	49.25	+ 0.024	289 46	+ 1.7	3—4	
1891.2	11 9	III	− 0.8	49.31	+ 0.025	290 1	+ 0.7	3—4	
1890.5				49.452	+ 0.022	289 52.0	+ 1.0		
Σ. 1658. (8.0 u. 8.2)									
$\alpha = 12^h29^m.5$ $\delta = +8°3'$									
1890.2	12 42	III	− 1.8	105.46	+ 0.031	259 1	− 0.3	4	Nebel. Sterne sehr schwach.
1890.2	11 59	III	—	105.42	+ 0.030	259 4	− 0.3	4—5	
1891.2	10 34	III	− 2.2	105.53	+ 0.031	259 9	− 0.4		
1890.5				105.470	+ 0.031	259 4.7	− 0.3		
σ. 418. (7.0 u. 10.0)									
$\alpha = 12^h33^m.0$ $\delta = -3°46'$									
1890.3	14 0	III	+ 0.1	52.04	+ 0.015	107 14	+ 1.4	3—4	
1890.3	14 13	III	+ 3.7	51.79	+ 0.015	107 25	+ 1.4	3	
1891.2	10 47	III	− 2.2	52.25	+ 0.035	107 31	+ 1.2	3	
1891.2	11 52	III	− 0.9	51.74	+ 0.022	107 30	+ 1.2	3—4	
1891.2	12 16	III	− 6.8	51.74	+ 0.022	107 27	+ 1.2	3—4	
1890.8				51.912	+ 0.022	107 25.4	+ 1.3		
Σ. 1678. (6.3 u. 7.0)									
$\alpha = 12^h39^m.9$ $\delta = +14°58'$									
1890.3	14 15	III	+ 7.0	32.29	+ 0.020	197 9	+ 0.3	2—3	
1890.3	14 48	III	—	31.98	+ 0.035	197 5	+ 0.6	2—4	
1890.3	12 40	II	+10.0	31.71	+ 0.015	197 3	− 0.3	2	
1890.3				31.993	+ 0.023	197 5.7	+ 0.2		

Epoche.	Sternzeit.	Vergr.	Temp.	Distanz.	Refraction.	Positionsw.	Refraction.	Bilder.	Bemerkungen.
				σ. 434. (7.5 u. 8.5)					
				$\alpha = 13^h 9^m.3$ $\delta = -10°47'$					
1890.3	$14^h 10^m$	III	+ 0°.1	67″.14	+ 0″.107	51°52′	− 4′.0	3—4	
1890.3	13 47	II	+ 7.0	67.30	+ 0.092	51 54	− 3.9	3—4	
1890.3				67.220	+ 0.100	51 53.0	− 4.0		
				σ. 441. (8.0 u. 9.0)					
				$\alpha = 13^h 26^m.5$ $\delta = -12°6'$					
1890.3	14 2	III	+ 7.0	47.61	+ 0.023	78 42	− 1.7	2—3	
1890.3	13 36	II	—	47.90	+ 0.019	78 43	− 1.7	4	
1891.2	12 55	II	− 6.0	47.65	+ 0.013	78 40	− 1.8	2—3	
1890.6				47.720	+ 0.018	78 41.7	− 1.7		
				Σ. 1830. (6.0 u. 8.5)					
				$\alpha = 14^h 12^m.2$ $\delta = +57°11'$					
1890.7	21 12	II	+10.3	141.91	+ 0.084	241 12	+ 0.1	2—3	
1890.7	21 32	II	+ 9.2	142.09	+ 0.087	241 21	+ 0.1	3—4	
1890.7				142.000	+ 0.086	241 16.5	+ 0.1		
				Σ. 1831. (6.0 u. 6.3)					
				$\alpha = 14^h 12^m.6$ $\delta = +57°14'$					
1890.7	21 20	II	+10.2	105.12	+ 0.069	46 4	+ 0.4	2—3	
1890.7	21 44	II	+ 9.2	105.25	+ 0.074	46 16	+ 0.4	3—4	
1890.7				105.185	+ 0.072	46 10.0	+ 0.4		
				σ. 478. (7.5 u. 8.0)					
				$\alpha = 15^h 8^m.2$ $\delta = +28°21'$					
1890.3	13 1	III	+ 9.8	32.67	+ 0.009	228 19	− 0.4	3—4	
1890.3	13 20	III	+ 3.2	32.45	+ 0.009	228 13	− 0.4	3—4	
1890.3				32.560	+ 0.009	228 16.0	− 0.4		

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 454.

Epoche.	Sternzeit.	Vergr.	Temp.	Distanz.	Refraction.	Positionsw.	Refraction.	Bilder.	Bemerkungen.
σ. 479. = δ Bootis. (3.2 u. 7.4)									
$\alpha = 15^h11^m.1$ $\delta = +33°44'$									
1890.3	13^h15^m	III	+ 9°.7	104".98	+ 0".030	78°29'	0'.0	3	
1890.4	13 36	III	+ 8.1	104.84	+ 0.029	78 52	0.0	3—4	
1890.4	17 27	II	+ 8.2	104.93	+ 0.030	78 39	0.0	3—4	
1890.4				104.917	+ 0.030	78 40.0	0.0		
σ. 487. (7.8 u. 8.0)									
$\alpha = 15^h22^m.2$ $\delta = -8° 57'$									
1890.3	14 13	III	+ 9.1	51.98	+ 0.087	133 40	+ 2.4	3—4	
1890.4	14 2	III	+ 2.9	51.90	+ 0.087	134 2	+ 2.4	3	
1890.4	16 8	II	+14.1	51.70	+ 0.052	133 41	+ 3.9	3	Sehr unruhige Bilder.
1890.4				51.860	+ 0.075	133 47.7	+ 2.9		
σ. 500 = Σ. 1993. (8.2 u. 8.2)									
$\alpha = 15^h54^m.8$ $\delta = +17°41'$									
1890.3	14 15	III	—	29.35	+ 0.011	38 47	— 0.8	2—4	
1890.4	16 27	IV	+13.6	29.61	+ 0.013	38 26	— 0.3	3	
1891.2	12 31	III	— 3.2	29.39	+ 0.010	38 45	— 1.3	3—4	
1890.6				29.450	+ 0.011	38 39.3	— 0.8		
σ. 502. (7.0 u. 10.0)									
$\alpha = 15^h56^m.6$ $\delta = +26°30'$									
1890.4	16 41	—	+13.3	46.62	+ 0.013	110 24	+ 0.1	3	
1890.4	17 39	II	+ 8.1	46.59	+ 0.013	110 13	+ 0.1	4	
1890.4				46.605	+ 0.013	110 18.5	+ 0.1		
σ. 516. = γ Herculis. (3.5 u. 9.5)									
$\alpha = 16^h17^m.0$ $\delta = +19°24'$									
1889.5	18 8	IV	—	40.42	+ 0.018	237 56	— 0.2	3—4	Distanz unsicher. Gew. 0.5. Merz'sches Mikrometer.
1889.6	18 44	IV	—	40.77	+ 0.021	237 52	— 0.2	3—4	
1889.6	17 18	IV	—	40.78	+ 0.016	237 38	— 0.3	4—5	
1889.6				40.704	+ 0.018	237 48.7	— 0.2		

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 455.

Epoche.	Sternzeit.	Vergr.	Temp.	Distanz.	Refraction.	Positionsw.	Refraction.	Bilder.	Bemerkungen.

σ.518 = .23 Herculis. (6.0 u. 8.5)

$\alpha = 16^h 18^m.7 \quad \delta = +32°36'$

1889.6	19h 5m	IV	+12°.4	34″.44	+0″.015	17°59′	+0′.4	3—4	Merz'sches Mikrometer.
1890.5	15 54	IV	+ 8.7	34.35	+0.012	18 50	−0.1	4	Dunst. Begleiter schwer zu beobachten.
1890.6	20 34	III	+10.0	34.44	+0.021	18 37	+1.0	4	
1890.2				34.410	+0.016	18 28.7	+0.4		

σ.523. (7.2 u. 8.5)

$\alpha = 16^h 26^m.2 \quad \delta = +8°32'$

1890.7	18 33	III	—	58.41	+0.030	71 27	−0.4	3—4	
1890.7	19 15	III	+10.7	58.39	+0.038	71 27	−0.4	4	
1890.7				58.400	+0.034	71 27.0	−0.4		

σ.527. (7.2 u. 8.8)

$\alpha = 16^h 38^m.2 \quad \delta = +6°49'$

1890.7	18 42	III	—	53.00	+0.015	292 0	+0.9	3—4	
1890.7	19 30	III	+10.1	53.07	+0.015	292 7	+1.2	3—4	
1890.7				53.035	+0.015	292 3.5	+1.0		

O.Σ.317. (A = 7.2; B = 11.8; C = 8.0)

$\alpha = 16^h 49^m.7 \quad \delta = +44°35'$

A u. C.

1889.9	21 2	II	+ 2.2	114.38	+0.032	318 0	+0.3	5	Ungewöhnlich schlechte Bilder.
1890.7	20 41	II	—	115.09	+0.032	318 2	+0.3	4—5	
1890.8	21 1	II	− 0.2	115.08	+0.032	318 3	+0.3	3—4	
1890.5				114.850	+0.032	318 1.7	+0.3		

σ.538. = 60 Herculis. (5.0 u. 11.0)

$\alpha = 17^h 0^m.3 \quad \delta = +12°54'$

1890.7	19 28	III	+10.7	53.71	+0.018	310 6	+1.1	4	Fadenbeleuchtung.
1890.7	19 40	III	+10.1	53.61	+0.018	310 0	+1.1	3—4	
1891.2	14 37	III	− 4.5	53.71	+0.021	310 24	+0.2	2—5	
1890.9				53.677	+0.019	310 10.0	+0.8		

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 456.

Epoche.	Sternzeit.	Vergr.	Temp.	Distanz.	Refraction.	Positionsw.	Refraction.	Bilder.	Bemerkungen.
σ. 589. = ζ Lyrae. (4.2 u. 5.5)									
$\alpha = 18^h41^m.0$ $\delta = +37°29'$									
1889.6	19^h24^m	IV	+12°.4	43″.87	+0″.013	149°24′	+0′.1	3—4	Merz'sches Mikrometer.
1889.6	19 30	IV	—	—	—	149 11	+0.1	3	
1889.6	20 50	IV	—	43.72	+0.013	149 34	+0.2	3	
1890.5	16 9	IV	+8.7	43.90	+0.018	149 43	−0.2	4	
1889.8				43.830	+0.015	149 28.0	+0.1		
σ. 607. (7.8 u. 9.2)									
$\alpha = 19^h2^m.0$ $\delta = +35°43'$									
1889.9	20 56	II	+4.0	55.59	+0.020	56 4	0.0	—	
1889.9	20 59	II	+2.3	55.10	+0,020	55 26	0.0	5	Unsichere Beob. Ausserordentl. schlechte Bilder. Gew. 0.5.
1889.9	21 28	III	+2.2	55.64	+0.021	55 43	+0.1	3	Schwierige Beob. Begleiter sehr schwach.
1889.9				55.512	+0.020	55 48.0	0.0		
O. Σ. 371. (A = 6.8; B = 6.9; C = 9.0)									
$\alpha = 19^h11^m.5$ $\delta = +27°16'$									
$\frac{A + B \text{ u. } C}{2}$									
1889.9	21 22	III	+4.0	47.22	+0.015	267 50	−0.1	—	
1889.9	21 16	II	+2.3	47.28	+0.015	267 54	−0.1	5	Sehr schlechte Bilder.
1889.9				47.250	+0.015	267 52.0	−0.1		
O. Σ. 372. (7.0 u. 8.8)									
$\alpha = 19^h20^m.1$ $\delta = +46°59'$									
1889.9	22 40	II	−11.3	78.02	+0.031	56 47	+0.2	3	
1890.0	23 28	III	+1.1	78.22	+0.034	52 46	+0.2	3—4	
1890.0				78.120	+0.032	56 46.5	+0.2		

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 457.

Epoche.	Sternzeit.	Vergr.	Temp.	Distanz.	Refraction.	Positionsw.	Refraction.	Bilder.	Bemerkungen.
Σ.2538. (A = 8.2; B = 8.3; C = 8.7)									
$\alpha = 19^h27^m.4$ $\delta = +36°28'$									
A u. B.									
1889.9	23^h38^m	III	−11°.5	52″.14	+0″.026	246°14′	+0′.1	4—5	Distanz ganz unsicher, daher ausgeschlossen. Die Nähe des Sterns 8.7 ist bei den Messungen sehr störend.
1890.0	22 42	II	− 2.2	52.79	+0.022	246 29	0.0	3—4	
1890.0	23 49	III	+ 1.1	(52.72)	(+0.027)	246 23	+0.1	3—4	
1891.0	0 58	II	− 5.9	52.68	+0.039	246 6	+0.4	3	
1891.3	14 40	III	+ 0.9	52.69	+0.015	245 51	−0.4		
1890.4				52.575	+0.025	246 12.8	0.0		
σ.628. = ε Sagittae. (5.7 u. 7.7)									
$\alpha = 19^h32^m.3$ $\delta = +16°13'$									
1889.9	20 39	II	+ 2.2	89.54	+0.028	81 20	−0.1	3	
1889.9	23 8	II	−11.4	89.78	+0.048	81 32	−0.2	3—4	
1889.9				89.660	+0.038	81 26.0	−0.2		
σ.683. (6.6 u. 8.8)									
$\alpha = 20^h27^m.5$ $\delta = +48°51'$									
1890.0	3 32	II	+ 0.8	60.04	+0.024	278 35	+0.1	4—5	
1890.0	2 14	II	− 5.5	60.45	+0.022	278 17	0.0	4	
1891.0	2 5	III	− 5.9	60.10	+0.022	278 32	0.0	3—4	
1890.3				60.197	+0.023	278 28.0	0.0		
σ.684. = ω³ Cygni. (5.0 u. 9.0)									
$\alpha = 20^h27^m.9$ $\delta = +48°51'$									
1890.0	3 49	II	+ 0.8	56.79	+0.019	321 47	+1.8	4—5	Begl. 9.5—10 Grösse.
1890.0	2 29	II	− 5.5	56.34	+0.016	321 44	+0.9	4	
1891.0	1 56	III	− 5.9	56.78	+0.016	322 12	+0.6	3—4	Begleiter sehr schwach. Schwierige Beobachtung.
1890.3				56.637	+0.017	321 54.3	+1.1		

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 458.

Epoche.	Sternzeit.	Vergr.	Temp.	Distanz.	Refraction.	Positionsw.	Refraction.	Bilder.	Bemerkungen.
Σ.2704.= β Delphini. (A=3.5; B=4.5; C=11.0)									
$\alpha = 20^h32^m.4$ $\delta = +14°13'$									
				$\frac{A+B \text{ u. } C}{2}$					
1890.6	21^h26^m	III	+10°0	36″.12	+0″.017	332°43′	+0′.7	2—3	Fadenbeleuchtung.
1890.6	20 2	III	+11.7	35.69	+0.019	332 51	+0.2	3	
1890.8	21 21	III	— 0.2	36.36	+0.017	333 6	+0.7	4	
1891.0	1 27	III	— 5.9	36.53	+0.030	332 26	+4.9	4	
1890.8				36.175	+0.021	332 46.5	+1.6		
O.Σ. 410. (A=6.4; B=6.7; C=7.7)									
$\alpha = 20^h35^m.6$ $\delta = +40°11'$									
				$\frac{A+B \text{ u. } C}{2}$					
1889.9	23 20	II	+ 3	68.32	+0.024	69 32	0.0	—	Unsichere Beob. Nebel Objectiv bereift. Gew. 0.5
1889.9	1 18	III	—11.8	68.28	+0.042	69 29	+0.2	3—4	
1891.0	0 43	II	— 9.0	68.22	+0.031	69 40	+0.1	4	
1891.1	5 12	II	— 3.7	68.57	+0.082	69 46	— 3.1	3—4	
1891.3	14 52	III	+ 0.9	68.39	+0.045	69 36	— 1.7	2—3	
1890.7				68.353	+0.047	69 37.1	— 1.0		
O.Σ. 461.=15 Cephei. (A=5.9; B=10.6; C=9.5)									
$\alpha = 22^h0^m.7$ $\delta = +59°19'$									
				A u. C.					
1890.0	3 3	II	— 5.8	88.95	+0.087	39 9	+0.2	3—4	
1890.1	2 53	II	— 0.6	89.29	+0.086	38 58	+0.4	2—3	
1890.2	5 33	II	— 5.1	89.30	+0.060	38 50	+0.9	4	
1891.1	5 8	II	— 2.1	88.81	+0.058	39 5	+0.7	3	
1891.1	5 30	II	— 3.7	89.19	+0.058	38 55	+0.7	3—5	
1890.5				89.108	+0.050	38 59.4	+0.6		

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 459.

Epoche.	Sternzeit.	Vergr.	Temp.	Distanz.	Refraction.	Positionsw.	Refraction.	Bilder.	Bemerkungen.
O.Σ.507. (A = 6.8; B = 7.5; C = 7.8)									
$\alpha = 23^h43^m.3$ $\delta = +64°16'$									
					$\frac{A+B \text{ u. } C.}{2}$				
1890.0	3^h25^m	II	− 5°.8	48″.79	+ 0″.014	352°50′	+ 0′.1	3—4	
1890.0	5 9	III	− 1.9	48.98	+ 0.015	352 46	+ 0.4	2	
1890.0				48.885	+ 0.014	352 48.0	+ 0.2		

Katalog.

Laufende Nummer.	Name des Sterns.	Grösse.	Epoche.	Distanz.	Positionsw.	Praec.	Zahl d. Beob.
1	O.Σ. 7	7.2; 8.0	1890.1	51″.364	77° 7′.6	— 2′.0	2
2	Σ. 42	7.9; 10.8	1890.0	39.794	195 58.9	— 2.0	2
3	σ.25 = Σ. 90 = 77 Piscium.	5.9; 6.8	1890.7	32.924	82 42.1	— 3.5	2
4	O.Σ. 24	7.0; 8.8	1890.6	59.902	67 2.1	— 5.7	4
		7.0; 10.0	1891.2	44.044	287 1.9	— 5.8	3
5	σ. 83 = 41 Arietis	3.5; 11.5	1890.0	22.317	268 0.5	— 9.7	2
		3.5; 11.0	1890.0	33.056	206 21.2	— 9.7	3
		3.5; 9.0	1890.0	125.790	230 45.5	— 9.7	3
6	37 A Tauri	5.0; 9.0	1889.9	137.955	8 23.2	— 12.4	2
7	O.Σ. 77	[7.5; 7.5] 8.0	1889.9	56.185	41 43.4	— 13.8	3
8	σ. 117	7.5; 8.0	1890.0	73.951	327 31.0	— 18.5	3
9	σ. 149	7.8; 10.0	1890.0	32.651	28 38.5	— 13.0	2
10	Σ. 739	8.3; 9.5	1890.6	37.694	65 6.1	— 33.7	5
11	O.Σ. 118	[6.2; 7.7] 7.2	1890.1	75.849	161 2.4	— 14.3	4
12	σ. 210	7.8; 8.0	1890.2	45.695	130 26.4	— 13.6	2
13	O.Σ. 545 = σ. 213 =	3.0; 11.0	1890.8	46.348	292 49.0	— 17.1	5
	9 Aurigae	3.0; 9.5	1890.7	127.702	349 38.2	— 17.1	5
14	O.Σ. 147	6.8; 8.5	1890.4	42.715	78 50.8	— 17.1	4
		6.8; [9.8; 10.2]	1890.4	46.011	117 6.3	— 17.1	4
15	σ. 233	7.5; 7.8	1890.2	53.758	243 18.8	— 14.4	2
16	σ. 244 = 56 Aurigae	5.3; 9.0	1890.7	46.142	22 22.7	— 18.6	2
17	B.A.C. 2751	6.5; 9.2	1890.4	95.491	8 37.2	— 22.7	2
		6.5; 7.5	1890.4	223.184	308 17.6	— 22.7	3
		6.5; 8.8	1890.4	236.232	63 2.9	— 22.7	3
18	H.N. 29	5.0; 10.0	1890.7	32.941	256 22.6	— 9.7	4
19	σ. 373 = Σ. 1495	6.0; 8.3	1890.4	34.505	37 43.7	— 7.8	2
20	σ. 377	8.0; 8.5	1890.6	62.348	220 42.5	— 8.4	2
21	σ. 416	7.8; 8.8	1890.5	49.723	289 53.0	+ 1.4	4
22	Σ. 1658	8.0; 8.2	1890.5	105.750	259 4.4	+ 1.7	3
23	σ. 418	7.0; 10.0	1890.8	52.183	107 26.7	+ 1.9	5
24	Σ. 1678	6.3; 7.0	1890.3	32.265	197 6.0	+ 2.4	3
25	σ. 434	7.5; 8.5	1890.3	67.569	51 49.0	+ 4.0	2
26	σ. 441	8.0; 9.0	1890.6	47.987	78 40.0	+ 5.1	3
27	Σ. 1830	6.0; 8.5	1890.7	142.335	241 16.6	+ 13.6	2
28	Σ. 1831	6.0; 6.3	1890.7	105.506	46 10.4	+ 13.6	2
29	σ. 478	7.5; 8.0	1890.3	32.818	228 15.6	+ 11.2	2
30	σ. 479 = δ Bootis	3.2; 7.4	1890.4	105.196	78 40.0	+ 12.0	3
31	σ. 487	7.8; 8.0	1890.4	52.184	133 50.6	+ 10.5	3
32	σ. 500 = Σ. 1993	8.2; 8.2	1890.6	29.710	38 38.5	+ 12.1	3
33	σ. 502	7.0; 10.0	1890.4	46.867	110 18.6	+ 12.9	2

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 461.

Laufende Nummer.	Name des Sterns.	Grösse.	Epoche.	Distanz.	Positionsw.	Praec.	Zahl d. Beob.
34	σ. 516 = γ Herculis	3.5; 9.5	1889.6	40″.971	237°48′.5	+ 12′.6	3
35	σ. 518 = 23 Herculis	6.0; 8.5	1890.2	34.675	18 29.1	+ 14.4	3
36	σ. 523	7.2; 8.5	1890.7	58.683	71 26.6	+ 12.6	2
37	σ. 527	7.2; 8.8	1890.7	58.299	292 4.5	+ 12.8	2
38	O.Σ. 317	7.2; 8.0	1890.5	115.181	318 2.0	+ 18.1	3
39	σ. 538 = 60 Herculis	5.0; 11.0	1890.9	53.945	310 10.8	+ 13.5	3
40	σ. 589 = ζ Lyrae	4.2; 5.5	1889.8	44.094	149 28.0	+ 16.5	4
41	σ. 607	7.8; 9.2	1889.9	55.781	55 48.0	+ 15.8	3
42	O.Σ. 371	[6.8; 6.9] 9.0	1889.9	47.514	267 51.9	+ 14.3	2
43	O.Σ. 372	7.0; 8.8	1890.0	78.401	56 46.7	+ 18.4	2
44	Σ. 2538	8.2; 8.3	1890.4	52.849	246 12.8	+ 15.6	5
45	σ. 628 = ε Sagittae	5.7; 7.7	1889.9	89.947	81 25.8	+ 12.8	2
46	σ. 683	6.6; 8.8	1890.3	60.469	278 28.0	+ 16.4	3
47	σ. 684 = ω³ Cygni	5.0; 9.0	1890.3	56.903	321 55.4	+ 16.4	3
48	Σ. 2704 = β Delphini	[3.5; 4.5] 11.0	1890.8	36.445	332 48.1	+ 11.0	4
49	O.Σ. 410	[6.4; 6.7] 7.7	1890.7	68.649	69 36.1	+ 13.8	5
50	O.Σ. 461 = 15 Cephei	5.9; 9.5	1890.5	89.407	39 0.0	+ 13.2	5
51	O.Σ. 507	[6.8; 7.5] 7.8	1890.0	49.148	352 48.2	+ 2.4	2

MÉLANGES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES
TIRÉS DU
BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG.
TOME VII.

Über einige ältere und neuere Sterncataloge. Von J. Seyboth. (Lu le 29 Mai 1891).

Nach Vollendung von Herrn Romberg's kürzlich erschienenem «Catalog von 5634 Sternen für die Epoche 1875.0» (Supplément III aux observations de Poulkova) machte sich das Bedürfniss geltend, noch vor der Drucklegung des Catalogs seine Positionen zu prüfen und seine Beziehungen zu anderen Sternverzeichnissen festzustellen. Zu diesem Behufe wurde eine Reihe von Vergleichungen ausgeführt, von welchen die mit den Hauptsterncatalogen und mit dem Greenwicher Ten-year Catalogue bereits von Herrn Romberg selbst in der Einleitung zu seinem Cataloge mitgetheilt sind. In Nachstehendem soll über die Vergleichung mit weiteren fünf, nach verschiedenen Gesichtspunkten ausgewählten Catalogen berichtet werden. Es sind die folgenden:

1. W. Struve, Stellarum fixarum Positiones mediae pro epocha 1830.0;
2. Argelander, DLX stellarum fixarum positiones mediae ex observationibus Aboae habitis pro 1830.0;
3. Positions moyennes de 3542 étoiles pour 1855.0 (Observations de Poulkova. Vol. VIII);
4. Becker, Resultate aus Beobachtungen von 521 Bradley'schen Sternen (Epoche 1875.0). Beobachtungs-Ergebnisse der Kgl. Sternwarte zu Berlin, Heft I;
5. Catálogo general Argentino (Epoche 1875.0). Resultados del observatorio nacional Argentino en Córdoba, Vol. XIV, herausgegeben von B. Gould.

Die Anordnung der Vergleichungen ist im Wesentlichen bei allen diesen Catalogen immer dieselbe gewesen. Es wurden die Differenzen zunächst nach den Declinationen geordnet, in Mittelwerthe zusammengezogen und graphisch ausgeglichen, wobei nach Möglichkeit die wahrscheinlichen Fehler der einzelnen Curvenpunkte in Rücksicht gezogen wurden. Mittelst der hierdurch erhaltenen Reductionstafel erster Näherung wurden dann die Differenzen corrigirt, nach Restascension geordnet, um etwaige periodische

Fehler zu untersuchen, und die Mittel wiederum ausgeglichen. Erwies sich, was bei den älteren Catalogen nicht der Fall war, eine zweite Näherung als nothwendig, so wurde die Operation wiederholt. Die dabei gemachte Voraussetzung, dass sich der systematische Unterschied zweier Cataloge als Summe von zwei Functionen, von denen eine *nur* von der Rectascension, die andere *nur* von der Declination abhängig ist, darstellen lässt, hat sich hier bis auf einen Fall bestätigt gefunden, wenigstens soweit die Genauigkeit der Differenzen dies zu beurtheilen gestattet. Das einwurfsfreiere Verfahren, die Differenzen in Tafeln mit doppeltem Argumente anzuordnen, stösst nicht selten auf so grosse practische Schwierigkeiten, dass es unausführbar wird, besonders wenn man nur über ein verhältnissmässig geringes Material zu verfügen hat und die Unsicherheit der Differenzen wegen beträchtlicher Entfernung der Epochen der verglichenen Cataloge gross wird.

Die angewandten Eigenbewegungen sind Auwers' Bradley und Argelander's Untersuchungen (Bonner Beob. VII und Bischof, Eigenbewegung des Sonnensystems) entnommen. Leider hat die Vergleichung mit den älteren Catalogen gezeigt, dass viele Eigenbewegungen noch sehr der Verbesserung bedürfen. In mehreren Fällen, wo sie sich als offenbar fehlerhaft herausstellten, wurden sie aus allen vorhandenen Beobachtungen neu abgeleitet.

Die angegebenen wahrscheinlichen Fehler sind durchweg aus den ersten Potenzen der einzelnen Abweichungen vom Mittel berechnet.

1. W. Struve's Positiones mediae.

Von etwa 1300 Sternen, welche diesem und Romberg's Catalog gemeinsam angehören, konnten nur 385, deren Eigenbewegungen bekannt sind, zur Vergleichung benutzt werden. Die Örter des Catalogus generalis wurden auf 1875 gebracht, wobei die dort angegebene Bessel'sche Präcession auf die Struve'sche Constante reducirt, das Mittel aus dieser reducirten und der in Romberg's Catalog gegebenen Präcession gebildet und die Eigenbewegung addirt wurde. Nur für die nördlichsten Sterne wurde der Betrag der Präcession nach den strengen Formeln berechnet. Da die Positionen der Bradley'schen Sterne mit Ausnahme der aus den Differenzen Struve — Bradley folgenden Eigenbewegungen (Dis. med. p. 331—334) auf den Epochen der Specialcataloge auf 1837 reducirt sind und diese Eigenbewegungen zuweilen nicht unbeträchtlich von den Auwers'schen abweichen, so mussten die Sternörter wegen des Unterschiedes zwischen beiden corrigirt werden. Endlich wurden noch an die Sterne die Correctionen (Dis. med. p. 360—371) angebracht. Nachdem die Differenzen in Summe 3 (Dis. med. gebildet waren, wurden sie für je 5 Sterne zu Mitteln vereinigt und ergaben folgende Werthe nebst den wahrscheinlichen Fehlern:

[illegible]

Decl.	Δα		Δδ		**	W.F. *einer* Diff.		Δα cos δ
+83°6	+0ˢ.296	±0ˢ.085	+0″.11	±0″.11	7	±0ˢ.225	±0ˢ.28	+0ˢ.033
78.1	+0.242	55	+0.37	14	13	190	47	+0.050
72.3	+0.167	37	+0.12	14	11,12	122	49	+0.051
67.3	+0.156	32	+0.01	9	10	102	28	+0.060
62.6	+0.069	21	+0.22	19	12	74	66	+0.032
57.9	+0.036	17	−0.36	9	30	95	50	+0.019
52.6	+0.092	11	−0.14	10	19	50	43	+0.056
47.8	+0.034	15	−0.22	12	20	65	54	+0.023
42.4	+0.067	12	−0.78	15	16	49	60	+0.049
38.1	+0.071	17	−1.05	7	22	79	35	+0.056
32.5	+0.089	12	−1.20	12	27	64	61	+0.033
27.2	+0.045	13	−0.72	12	24	63	57	+0.040
22.7	+0.025	7	−0.85	11	21	32	50	+0.023
17.6	+0.045	10	−0.76	12	29	52	63	+0.043
12.5	+0.033	8	−1.28	11	24	37	55	+0.032
7.3	+0.041	10	−1.78	13	24	50	62	+0.041
+2.9	+0.007	12	−1.17	11	23	59	51	+0.007
−1.9	−0.015	19	−1.17	19	19	81	81	−0.015
7.7	−0.032	15	−1.68	11	16	61	44	−0.032
11.6	+0.001	15	−2.06	15	13	55	53	+0.001
−16.5	+0.072	21	−1.28	35	5	47	77	+0.069

Im Mittel ist der wahrscheinliche Fehler einer Differenz

$$\varepsilon_\alpha \cos\delta = \pm 0^s.048, \quad \varepsilon_\delta = \pm 0''.54$$

und

$$\Delta\alpha \cos\delta = +0^s.030.$$

Die Ausgleichung lieferte die weiter unten mitgetheilte Tafel, mittelst welcher die Differenzen corrigirt wurden. Sodann fanden sich in den einzelnen Stunden die folgenden Mittel:

R	Δα	Δδ	**	*R*	Δα	Δδ	**
0ʰ.49	+0ˢ.036	+0″.07	18	12ʰ.48	+0ˢ.005	+0″.07	15
1.52	−0.009	+0.08	16	13.44	+0.007	−0.47	12
2.56	−0.030	−0.11	19	14.52	+0.022	+0.57	19
3.55	−0.017	−0.16	14	15.51	−0.056	+0.05	17
4.62	−0.048	+0.04	15	16.56	−0.046	+0.16	20
5.44	+0.017	+0.32	21	17.58	−0.005	+0.04	18
6.48	−0.047	−0.16	14	18.59	+0.028	+0.28	21
7.44	+0.037	0.00	10	19.55	−0.002	+0.39	19
8.58	−0.013	−0.21	15,16	20.49	−0.012	−0.07	18
9.41	+0.017	−0.35	11	21.40	+0.016	−0.09	17
10.50	+0.014	−0.44	9	22.41	+0.029	+0.03	17
11.40	−0.013	+0.14	19	23.49	−0.038	−0.39	10

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 465.

Ein Gang ist auch hier, namentlich in den Declinationsdifferenzen, unverkennbar, die Ausgleichung aber der in ihrer Grösse stark schwankenden Werthe wegen recht schwierig und willkürlich. Die definitiven Reductionstafeln, welche schon in der Einleitung zu Herrn Romberg's Catalog abgedruckt sind, lauten:

Romberg — Positiones mediae.

Decl.	$\Delta\alpha_\delta$	$\Delta\delta_\delta$	R	$\Delta\alpha_\alpha$	$\Delta\delta_\alpha$
+ 85°	+ 0.30	+ 0.30	0h.0	+ 0.008	— 0.08
80	+ 0.25	+ 0.28	1.0	+ 0.006	+ 0.05
75	+ 0.20	+ 0.22	2.0	— 0.007	— 0.03
70	+ 0.16	+ 0.14	3.0	— 0.021	— 0.12
65	+ 0.12	+ 0.03	4.0	— 0.025	— 0.04
60	+ 0.090	— 0.10	5.0	— 0.020	+ 0.06
55	+ 0.071	— 0.28	6.0	— 0.009	+ 0.10
50	+ 0.064	— 0.40	7.0	— 0.001	— 0.02
45	+ 0.063	— 0.63	8.0	+ 0.005	— 0.13
40	+ 0.063	— 0.93	9.0	+ 0.006	— 0.19
35	+ 0.057	— 1.14	10.0	+ 0.007	— 0.22
30	+ 0.043	— 1.10	11.0	+ 0.006	— 0.22
25	+ 0.036	— 0.82	12.0	+ 0.005	— 0.20
20	+ 0.038	— 0.83	13.0	+ 0.002	— 0.11
15	+ 0.041	— 1.18	14.0	— 0.005	+ 0.02
10	+ 0.041	— 1.47	15.0	— 0.014	+ 0.11
+ 5	+ 0.025	— 1.42	16.0	— 0.023	+ 0.18
0	— 0.004	— 1.34	17.0	— 0.026	+ 0.23
— 5	— 0.022	— 1.44	18.0	— 0.008	+ 0.24
10	— 0.017	— 1.69	19.0	+ 0.013	+ 0.22
15	+ 0.015	— 2.05	20.0	+ 0.011	+ 0.14
— 20	+ 0.050	— 2.40	21.0	+ 0.004	0.00
			22.0	+ 0.003	— 0.11
			23.0	+ 0.005	— 0.15

Es muss hier noch bemerkt werden, dass die in den Noten zu Herrn Romberg's Catalog gegebenen genäherten Eigenbewegungen nicht mit Hilfe vorstehender Tafeln abgeleitet sind, sondern auf einer vorläufigen Vergleichung beruhen, welche ich bereits vor längerer Zeit im Auftrage von Herrn wirkl. Geheimrath O. v. Struve ausgeführt habe. Dieselbe unterscheidet sich aber nur ganz unwesentlich von der gegenwärtigen, durch welche die Eigenbewegungen kaum geändert werden dürften.

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 466.

2. Argelander's Catalogus Aboensis.

Da die Neubestimmung aller Sterne des Aboer Catalogs von Herrn Romberg erst in den Jahren nach 1880 abgeschlossen wurde, so ist sein Catalog, welcher aus den Beobachtungen bis 1880 zusammengesetzt ist, in Bezug auf diese Sterngruppe lückenhaft. Mehrfach finden sich vereinzelte Bestimmungen oder Beobachtungen in nur einer Lage des Kreises. Vollständig sind nur diejenigen Sterne beobachtet, welche am Refractor mikrometrisch mit benachbarten verbunden sind, und ferner solche, welche auch zu einer der anderen Gruppen des Catalogs gehören. Immerhin konnten nach Weglassung der Sterne mit unsicherer Eigenbewegung von sämmtlichen 560 Sternen nicht weniger als 481 verglichen werden, ein in Anbetracht des Zwecks, welcher verfolgt wurde, mehr als genügendes Material. Die Vergleichung sollte nur eine Controle für die aus der Vergleichung mit den Pos. med. gewonnenen Resultate darbieten, da der systematische Unterschied. Pos. med. — Cat. Ab. durch umfassende frühere Untersuchungen genau bekannt ist.

In derselben Weise wie bei den Pos. med. wurden die Positionen auf 1875 übertragen und für Romberg — Cat. Ab. folgende mittlere Differenzen erhalten:

Decl.	$\Delta\alpha$		$\Delta\delta$		**	W.F. *einer* Diff.		$\Delta\alpha \cos\delta$
+81°0	+0ˢ.182	±0ˢ.052	+0″.18	±0″.14	5	±0ˢ.115	±0″.32	+0ˢ.021
76.9	+0.241	41	+0.30	13	7	108	34	+0.055
72.1	+0.130	39	−0.45	15	10	123	47	+0.040
67.0	+0.169	31	+0.26	17	9	93	50	+0.066
62.6	+0.144	12	+0.22	8	13	45	29	+0.066
57.7	+0.126	19	−0.28	7	16	77	29	+0.067
52.1	+0.109	9	−0.09	10	21	43	47	+0.067
47.9	+0.067	12	−0.26	13	20	52	60	+0.045
43.1	+0.103	11	+0.34	11	19	50	49	+0.075
37.9	+0.090	13	−1.16	11	34	74	62	+0.071
32.8	+0.071	9	−0.96	10	29	48	56	+0.060
27.5	+0.061	9	−0.69	8	34	50	44	+0.054
22.3	+0.037	10	−1.16	8	32	57	48	+0.034
17.4	+0.037	9	−1.20	9	40	58	55	+0.035
13.0	+0.032	8	−1.23	8	28	43	43	+0.031
7.4	+0.051	8	−1.30	11	29	42	62	+0.051
+2.9	+0.046	7	−1.02	11	35	43	65	+0.046
−2.4	+0.051	15	−0.78	21	17	64	85	+0.051
7.9	+0.041	12	−1.39	10	21	53	47	+0.041
12.5	+0.056	13	−1.65	16	20	59	70	+0.055
17.2	+0.111	11	−1.91	15	31	63	83	+0.106
−20.9	+0.045	20	−2.66	24	11	67	81	+0.042

Der wahrscheinliche Fehler einer Differenz findet sich im Mittel

$$\varepsilon_\alpha \cos\delta = \pm 0^s.046, \quad \varepsilon_\delta = \pm 0''.56.$$

Vielleicht liessen sich diese Zahlen noch um ein Weniges verkleinern, wenn die Epochen für die einzelnen Sterne des Cat. Ab. bekannt wären und die Reduction der Beobachtungen auf 1830, welche mit den von Argelander im Cataloge gegebenen Eigenbewegungen ausgeführt ist, corrigirt werden könnte. Jedenfalls sind aber die Positionen des Cat. Ab. und der Pos. med. fast genau von derselben Güte. Ferner ist im Mittel

$$\Delta\alpha \cos\delta = +0^s.054$$

und folglich der Unterschied der Aequinoctien Cat. Ab. — Pos. med.

$$+0^s.024,$$

während Auwers (A. N. 1300) $+0^s.040$ und Struve (Pos. med., p. 379) $+0^s.048$ angeben. Für die Declinationen findet Auwers (A. N. 1532) Cat.Ab. — Pos. med. $= -0''.19$, nahezu constant, und Struve constant $-0''.13$. Die Curven Romb. — Cat. Ab. und Romb. — Pos. med. müssten demnach ganz gleichartig verlaufen. Dies ist auch durchweg der Fall; selbst die Einbiegungen bei $\delta = +25°$ und $\delta = 0°$ treten bei beiden in gleicher Weise hervor.

Durch die Ausgleichung der obigen mittleren Differenzen erhielt ich folgende Tafel:

Romberg — Catalogus Aboensis.

Decl.	$\Delta\alpha_\delta$	$\Delta\delta_\delta$	Decl.	$\Delta\alpha_\delta$	$\Delta\delta_\delta$
+85°	+0^s.23	+0^s.23	+30°	+0^s.062	−0″.80
80	+0.21	+0.18	25	+0.045	−0.80
75	+0.19	+0.12	20	+0.035	−1.18
70	+0.17	+0.08	15	+0.036	−1.26
65	+0.15	+0.05	10	+0.041	−1.24
60	+0.130	+0.02	+5	+0.048	−1.10
55	+0.116	−0.02	0	+0.047	−0.98
50	+0.102	−0.06	−5	+0.045	−1.11
45	+0.093	−0.22	10	+0.048	−1.46
40	+0.085	−0.98	15	+0.060	−1.84
+35	+0.079	−1.04	−20	+0.080	−2.23

Die nach dieser Tafel corrigirten und nach Rectascension geordneten Differenzen ergaben sich wie folgt:

$\mathcal{R}$	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	**	$\mathcal{R}$	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	**
0^h44	$-0^s.028$	$-0''.11$	17	12^h51	$+0^s.011$	$+0''.33$	19
1.47	+0.008	+0.30	23	13.39	+0.009	−0.15	21
2.46	−0.008	+0.02	13	14.46	+0.009	+0.18	27
3.40	+0.006	+0.05	16	15.60	−0.006	−0.10	32
4.53	−0.029	+0.19	14	16.45	−0.009	+0.01	19
5.52	+0.002	−0.03	22	17.41	+0.007	−0.16	22
6.48	+0.023	−0.46	10	18.52	−0.004	−0.03	16
7.45	+0.029	+0.38	11	19.55	+0.013	−0.46	18
8.50	−0.003	+0.34	19	20 37	+0.020	0.00	20
9.49	−0.024	−0.25	24	21.51	−0.013	−0.16	18
10.50	+0.032	+0.01	28	22.49	−0.017	−0.09	26
11.45	+0.008	+0.03	26	23.35	−0.026	−0.14	20

Wenn auch in diesen Werthen ein kleiner Gang angedeutet erscheint, so habe ich doch von dem Versuch einer Ausgleichung Abstand nehmen zu müssen geglaubt. Bei der Reduction einer Position des Aboer Catalogs auf Romberg wird man sich am besten mit den obigen von der Declination abhängigen Tafelwerthen begnügen und eine etwaige Abhängigkeit von der Rectascension ganz unberücksichtigt lassen.

3. Positions moyennes de 3542 étoiles.

Von besonderem Interesse war die Vergleichung von Romberg's Catalog mit der älteren, an demselben Instrumente beobachteten Pulkowaer Reihe, namentlich hinsichtlich einer Prüfung der sehr complicirten Reductionen dieser letzteren auf das ihr zu Grunde gelegte Fundamentalsystem, das Mittel der beiden Pulkowaer Hauptsterncataloge von 1845 und 1865 $\left(\frac{P_1+P_2}{2}\right)$. Das Interesse wurde noch durch die Reichhaltigkeit des Materials erhöht, denn es fanden sich in beiden Reihen 1020 gemeinschaftliche Sterne. Selbst nachdem alle Sterne mit unbekannter Eigenbewegung nnd ferner alle diejenigen, welche in einer der beiden Reihen nur einmal beobachtet sind, ausgeschlossen waren, blieben noch 867 Rectascensions- und 865 Declinationsdifferenzen übrig, aus welchen folgende Mittelwerthe Romberg—Pos. moy. hervorgingen:

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 469.

Decl.	$\Delta\alpha$		$\Delta\delta$		**	W.F. *einer* Diff.		$\Delta\alpha \cos\delta$
+82°.6	+0ˢ.115	±0ˢ.037	−0″.30	±0″.10	22,21	±0ˢ.175	±0″.44	+0ˢ.015
77.4	+0.076	22	+0.03	7	33	127	40	+0.017
72.4	+0.077	16	+0.05	7	25	78	35	+0.023
67.0	+0.009	12	+0.23	7	35	69	40	+0.004
62.2	+0.009	14	+0.06	6	31	80	36	+0.004
57.6	+0.024	8	−0.03	7	51	60	47	+0.013
52.5	+0.014	10	+0.06	9	35	60	54	+0.009
48.1	+0.022	9	+0.17	5	48	60	38	+0.015
42.5	+0.023	9	+0.16	6	44	62	41	+0.017
37.6	0.000	6	−0.10	7	56	48	51	0.000
32.3	+0.032	7	0.00	6	50	48	43	+0.027
27.2	+0.029	6	−0.10	6	60	49	46	+0.026
22.6	+0.037	5	−0.01	5	31	46	44	+0.034
17.3	+0.028	6	−0.17	5	66	50	44	+0.026
12.6	+0.047	7	+0.05	5	44	50	36	+0.046
7.4	+0.022	7	−0.24	8	50	50	57	+0.022
+3.0	+0.003	7	−0.03	6	48	50	44	+0.003
−2.1	+0.032	9	+0.06	9	29	47	48	+0.032
7.7	+0.019	6	−0.18	9	30	33	48	+0.019
−12.8	+0.045	8	−0.15	10	29,28	45	55	+0.044

Die $\Delta\alpha$ haben ihren Ursprung hauptsächlich in dem Unterschiede der Aequinoctialpunkte der Hauptsterncataloge von 1845 und von 1865, welcher ungefähr 0ˢ.04 ist und hier in dem halben Betrage auftreten muss. In der That ist auch im Mittel $\Delta\alpha \cos\delta = +0ˢ.020$. Doch ist noch ausserdem ein kleiner Gang in den $\Delta\alpha \cos\delta$ nicht zu verkennen. Die $\Delta\delta$ sind alle klein und stimmen dem Zeichen und der Grösse nach befriedigend mit der Differenz der Grundcataloge. Der etwas grössere Werth $-0″.30$ für $\delta = +82°.6$ bestätigt eine schon früher gehegte Vermuthung, dass für die nördlichste Zone der Anschluss der Pos. moy. an das Fundamentalsystem nicht eng genug ist. Der wahrscheinliche Fehler einer Differenz Romb. — Pos. moy. ist im Mittel

$$\varepsilon_\alpha \cos\delta = \pm 0ˢ.040, \quad \varepsilon_\delta = \pm 0″.44.$$

Die ausgeglichenen Werthe der obenstehenden Tafel lauten:

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 470.

Romberg — Pos. moy.

Decl.	$\Delta\alpha_\delta$	$\Delta\delta_\delta$	Decl.	$\Delta\gamma_\delta$	$\Delta\delta_\delta$
+ 85°	+ 0ˢ.115	— 0″.24	+ 35°	+ 0ˢ.007	0″.00
80	+ 0.098	— 0.12	30	+ 0.027	— 0.05
75	+ 0.074	+ 0.07	25	+ 0.037	— 0.07
70	+ 0.037	+ 0.18	20	+ 0.040	— 0.08
65	+ 0.018	+ 0.14	15	+ 0.038	— 0.08
60	+ 0.010	0.00	10	+ 0.029	— 0.07
55	+ 0.016	+ 0.02	+ 5	+ 0.024	— 0.03
50	+ 0.022	+ 0.13	0	+ 0.028	+ 0.01
45	+ 0.020	+ 0.14	— 5	+ 0.020	— 0.02
+ 40	+ 0.008	+ 0.09	10	+ 0.030	— 0.08
			— 15	+ 0.039	— 0.19

Bei der Zusammenstellung der corrigirten Differenzen nach Rectascension zeigte es sich sofort, dass die Rectascensionsdifferenzen für die Sterne nördlich und südlich von Zenith getrennt behandelt werden mussten, da sie ein ganz verschiedenes Verhalten zeigten. Es fand sich nämlich:

$\delta = -15°$ bis $+60°$			$\delta = +60°$ bis $+90°$			$\mathcal{R}$	$\Delta\delta$	**
$\mathcal{R}$	$\Delta\alpha$	**	$\mathcal{R}$	$\Delta\alpha$	**			
0ʰ.47	— 0ˢ.008	33	0ʰ.88	— 0ˢ.009	12	0ʰ.47	+ 0″.18	40
1.45	+ 0.015	30				1.45	+ 0.21	35
2.48	+ 0.006	33	3.02	— 0.069	12	2.47	+ 0.18	37
3.48	+ 0.006	29				3.45	— 0.19	37
4.48	+ 0.001	26	4.98	— 0.082	5	4.49	— 0.34	29
5.48	+ 0.015	33				5.46	— 0.20	35
6.45	+ 0.017	25	6.80	— 0.047	11	6.43	— 0.12	32
7.46	+ 0.028	27				7.48	+ 0.03	31
8.42	+ 0.001	32	8.67	+ 0.002	10	8.43	— 0.23	40
9.48	— 0.020	42				9.48	— 0.24	44
10.57	+ 0.015	36	10.90	+ 0.053	9	10.56	— 0.21	42
11.56	— 0.001	29				11.56	+ 0.03	32
12.44	— 0.014	42	12.88	+ 0.109	13	12.41	— 0.04	49
13.40	+ 0.001	28				13.42	+ 0.02	28
14.58	— 0.024	23	14.92	+ 0.092	9	14.55	+ 0.17	27
15.55	+ 0.023	31				15.54	+ 0.15	35
16.52	+ 0.032	24	17.20	+ 0.099	11	16.54	+ 0.11	29
17.55	+ 0.006	21				17.58	+ 0.10	27
18.47	— 0.014	20	18.64	+ 0.056	12	18.47	+ 0.15	30
19.51	— 0.045	36				19.51	— 0.01	38
20.53	— 0.011	38	20.85	0.000	20	20.51	+ 0.22	51
21.51	— 0.006	24				21.52	— 0.07	31
22.52	+ 0.014	27	22.85	— 0.064	22	22.48	— 0.06	40
23.42	+ 0.014	37				23.44	— 0.01	46

Welchem der beiden Cataloge diese Eigenschaft der Rectascensionen zugeschrieben werden muss, ist ungewiss und bedarf der weiteren Untersuchung. Die Ausgleichung gab den zweiten Theil der Reduction

Romberg — Pos. moy.

R	$\delta = -15°$ bis $+60°$ $\Delta\alpha_\alpha$	$\delta = +60°$ bis $+90°$ $\Delta\alpha_\alpha$	$\Delta\delta_\alpha$
$0^h.0$	$+0^s.008$	$-0^s.04$	$+0''.10$
1.0	+0.008	−0.05	+0.20
2.0	+0.007	−0.06	+0.18
3.0	+0.006	−0.06	−0.04
4.0	+0.006	−0.07	−0.25
5.0	+0.008	−0.07	−0.26
6.0	+0.016	−0.07	−0.16
7.0	+0.028	−0.05	−0.07
8.0	+0.020	−0.02	−0.10
9.0	+0.012	+0.01	−0.23
10.0	−0.002	+0.03	−0.28
11.0	−0.012	+0.06	−0.13
12.0	−0.014	+0.08	−0.02
13.0	−0.013	+0.09	+0.06
14.0	−0.006	+0.10	+0.10
15.0	+0.009	+0.10	+0.12
16.0	+0.028	+0.10	+0.14
17.0	+0.022	+0.09	+0.15
18.0	−0.001	+0.08	+0.15
19.0	−0.026	+0.05	+0.14
20.0	−0.026	+0.02	+0.11
21.0	−0.011	0.00	+0.05
22.0	+0.004	−0.01	−0.04
23.0	+0.008	−0.03	−0.06

Ich füge hier noch eine von Herrn Romberg ausgeführte Vergleichung der Grundlagen beider Cataloge, des provisorischen Hauptsterncatalogs für 1865 (P_2) und des Mittelcatalogs für 1855 $\frac{P_1+P_2}{2}$, hinzu. Dieselbe beruht auf denselben Sternen, wie die in Romberg's Catalog pag. (14) mitgetheilten Vergleichungen.

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 472.

$$(P_2) - \frac{P_1 + P_2}{2}$$

Decl.	Δα	Δδ	Decl.	Δα	Δδ
+87°.8		+0″.16	+38°.0	+0ˢ.030	−0″.02
83.1		+0.19	32.8	+0.029	−0.07
77.4	+0ˢ.068	+0.05	28.0	+0.023	+0.13
72.2	+0.032	+0.17	22.8	+0.019	+0.03
67.1	+0.072	+0.17	17.3	+0.016	−0.03
61.9	+0.025	+0.22	12.7	+0.021	0.00
57.4	+0.031	+0.10	7.7	+0.019	−0.02
52.3	+0.026	+0.12	+3.0	+0.020	+0.15
47.5	+0.031	+0.08	−2.2	+0.023	−0.07
+42.4	+0.026	+0.04	−7.9	+0.021	−0.10

4. Becker's Catalog.

Dem Becker'schen Cataloge sind Auwers' Fundamentalpositionen zu Grunde gelegt und sollte er daher nahezu dasselbe System repräsentiren, wie Romberg's Catalog, da letzterer, wie aus den in der Einleitung zum Cataloge gegebenen Zahlen hervorgeht, nur ganz unbedeutend von Auwers differirt. 155 beiden Catalogen gemeinschaftliche Sterne ergaben, in Gruppen von je 10° Decl. zusammengefasst, folgende Differenzen im Sinne Romberg — Becker:

Decl.	Δα		Δδ		**	W.F. *einer* Diff.	
+78°.7	+0ˢ.097	±0ˢ.048	+0″.09	±0″.13	7	±0ˢ.127	±0″.35
64.0	−0.005	12	+0.29	11	10	37	34
55.5	−0.022	6	+0.23	5	32	54	28
46.1	−0.012	6	+0.15	5	23	28	24
36.3	+0.008	7	+0.12	6	16	28	26
24.5	−0.023	8	+0.37	7	16	33	28
15.2	−0.029	7	+0.09	6	16	26	25
+5.2	−0.031	8	+0.01	6	14	29	22
−6.1	−0.003	12	+0.11	12	9	35	35
−16.2	+0.018	14	−0.24	9	12	48	31

Aus diesen Zahlen folgt, wie das auch schon von Herrn Backlund bemerkt worden ist[1]), dass Becker der Anschluss an Auwers nicht ganz gelungen ist. Seine Rectascensionen sind etwas zu gross und seine Declinationen zu

1) Siehe O. Backlund, Studien über den Sterncatalog «Potitions moyennes de 3542 étoiles». Bulletin de l'Acad. T. VI, p. 588 u. flg.

südlich. Der wahrscheinliche Fehler einer Differenz Romb.—Becker wird im Mittel, wie das bei zwei so vorzüglichen Catalogen zu erwarten war, nur

$$\varepsilon_\alpha \cos\delta = \pm 0^s.028, \quad \varepsilon_\delta = \pm 0''.28.$$

Früher war der w. F. einer Differenz Romberg—Pos. moy. gefunden worden

$$\varepsilon_\alpha \cos\delta = \pm 0^s.040, \quad \varepsilon_\delta = \pm 0''.44$$

und einer vor längerer Zeit von mir ausgeführten Vergleichung der Pos. moy. mit Becker entnehme ich den w. F. einer Differenz Pos. moy.—Becker[1])

$$\varepsilon_\alpha \cos\delta = \pm 0^s.038, \quad \varepsilon_\delta = \pm 0''.39.$$

Daraus erhält man den wahrscheinlichen Fehler einer Catalogposition

Romberg: $\varepsilon_\alpha \cos\delta = \pm 0^s.022, \quad \varepsilon_\delta = \pm 0''.24$

Becker: $\varepsilon_\alpha \cos\delta = \pm 0.018, \quad \varepsilon_\delta = \pm 0.14,$

während die von Becker aufgestellten Formeln für eine mittlere Declination $+32°.7$ und 4 Beobachtungen $\varepsilon_\alpha \cos\delta = \pm 0^s.011$, $\varepsilon_\delta = \pm 0''.13$ geben. Für die Pos. moy. ergiebt sich noch der w. F. einer Position $\pm 0^s.034$ und $\pm 0''.37$, doch sind diese Werthe mit der Unsicherheit des 20-jährigen Betrages der Eigenbewegungen behaftet und daher zu gross.

Nach Ausgleichung der Zahlen obiger Tabelle und Verbesserung der ursprünglichen Differenzen um die von der ausgleichenden Curve abgelesenen Quantitäten wurden sie, nach Rectascension geordnet, in Gruppen von je 3 Stunden zusammengezogen. Das Resultat war:

$\mathcal{R}$	$\Delta\alpha$		$\Delta\delta$		**
$1^h.81$	$+0^s.014$	$\pm 0^s.014$	$+0''.01$	$\pm 0''.08$	16
4.78	+0.002	6	−0.06	6	24
7.36	+0.022	7	−0.03	4	30
10.16	−0.017	9	+0.19	7	13
13.95	−0.026	11	+0.38	8	16
16.29	+0.011	5	+0.04	5	21
19.99	+0.011	9	−0.05	6	19
22.77	−0.017	16	−0.22	6	16

1) Vergl. auch Backlund, l. c.

Auffallend sind hierin die grossen Werthe um 12^h herum, welche reell zu sein scheinen und die eine nochmalige Ausgleichung der nach Declination geordneten und wegen Abhängigkeit von der Rectascension corrigirten Differenzen verlangten. Schliesslich wurde ich zu folgenden definitiven Reductionstafeln geführt:

Romberg — Becker.

Decl.	$\Delta\alpha_\delta$	$\Delta\delta_\delta$
+ 80°	+ 0.066	+ 0.10
75	+ 0.043	+ 0.15
70	+ 0.019	+ 0.20
65	— 0.005	+ 0.25
60	— 0.023	+ 0.27
55	— 0.029	+ 0.24
50	— 0.022	+ 0.14
45	— 0.010	+ 0.05
40	+ 0.001	+ 0.06
35	+ 0.001	+ 0.14
30	— 0.006	+ 0.25
25	— 0.020	+ 0.30
20	— 0.030	+ 0.23
15	— 0.034	+ 0.11
10	— 0.034	+ 0.03
+ 5	— 0.030	0.00
0	— 0.022	— 0.01
— 5	— 0.013	— 0.04
10	— 0.003	— 0.08
15	+ 0.006	— 0.15
— 20	+ 0.015	— 0.24

R	$\Delta\alpha_\alpha$	$\Delta\delta_\alpha$
$0^h.0$	— 0.004	— 0.04
1.0	— 0.002	0.00
2.0	0.000	+ 0.02
3.0	+ 0.002	— 0.02
4.0	+ 0.005	— 0.04
5.0	+ 0.010	— 0.06
6.0	+ 0.014	— 0.07
7.0	+ 0.016	— 0.05
8.0	+ 0.014	0.00
9.0	+ 0.005	+ 0.07
10.0	— 0.006	+ 0.17
11.0	— 0.014	+ 0.25
12.0	— 0.019	+ 0.31
13.0	— 0.020	+ 0.32
14.0	— 0.014	+ 0.30
15.0	— 0.008	+ 0.24
16.0	+ 0.008	+ 0.14
17.0	+ 0.014	+ 0.04
18.0	+ 0.016	— 0.04
19.0	+ 0.012	— 0.10
20.0	+ 0.007	— 0.13
21.0	0.000	— 0.14
22.0	— 0.004	— 0.11
23.0	— 0.006	— 0.04

Eine Bestätigung der vorstehenden Resultate durch den zweiten Berliner Catalog von F. Küstner (Resultate aus Beob. v. 670 Sternen. Beobachtungs-Ergebnisse der Königl. Sternwarte zu Berlin, Heft 2) konnte nicht erlangt werden, da derselbe nur 20 Sterne mit Romberg gemeinschaftlich hat. Im Mittel geben sie im Sinne Romberg — Küstner

$$\Delta\alpha\cos\delta = -0.022 \pm 0.013 \text{ und } \Delta\delta = +0.10 \pm 0.11.$$

5. Catálogo general Argentino.

Diese hervorragende, bisher auf keiner andern Sternwarte erreichte Leistung *eines* Instruments, erschien besonders geeignet, ein Prüfungsmittel für die Örter der Romberg'schen südlichen Sterne abzugeben. Ausser einem Dutzend Sternhaufen mit 1126 Sternen enthält der Catalog Positionen von 32448 Sternen südlich vom Aequator aus etwa 145000 Beobachtungen, welche im Laufe von nur wenigen Jahren angestellt worden sind, und zwar nur in den Pausen, welche bei der Hauptaufgabe des Instruments, der vollständigen Durchbeobachtung des südlichen Himmels in Zonen vom 23. Parallel an, gelegentlich eintraten. Da die Epoche des Catalogs ebenfalls 1875.0 ist, so konnten auch diejenigen Sterne zur Vergleichung herangezogen werden, deren Eigenbewegungen nicht bekannt sind, also Sterne der Grössenclassen 7 — 10, und wurden von den 407 gemeinschaftlichen Sternen nur 26 ausgeschlossen, welche in Pulkowa oder Cordoba nur einmal beobachtet sind. Ausserdem wurde noch die Rectascension des Sterns Cat. Arg. 4725 fortgelassen, welche wahrscheinlich durch einen Reductionsfehler entstellt ist (4 Beob.; Romb. — Cat. Arg. = +0ˢ.48). Für jeden Stern sind im Cat. Arg. die Mittel aus den Beobachtungen eines jeden Jahres gegeben. Dieselben wurden nach den Gewichten in ein Gesammtmittel vereinigt, zu welchem der Betrag der Eigenbewegung, falls sie bekannt war, von der Epoche der Beobachtungen bis 1875.0 hinzugefügt wurde. Da die Sterne nicht gleichmässig über alle Grade und Stunden vertheilt sind, so zog ich die nach Declination geordneten Differenzen Romberg — Cat. Arg. in Gruppen von je 20 zusammen und erhielt so nachstehende Mittel:

Decl.	Δα		Δδ		**	W.F. *einer* Diff.	
— 0°.45	— 0ˢ.004	± 0ˢ.011	— 0″.06	± 0″.19	20	± 0ˢ.051	± 0″.87
1.12	— 0.020	11	— 0.68	10	20	51	46
1.91	— 0.027	11	— 0.51	16	20	49	70
3.16	— 0.011	18	— 0.38	12	20	81	58
4.36	— 0.040	13	— 0.92	12	20	56	54
5.46	— 0.016	9	— 0.55	15	20	42	67
6.55	— 0.002	10	— 0.32	14	20	46	65
8.02	— 0.013	13	— 0.79	12	20	58	52
9.21	— 0.012	6	— 1.24	9	20	26	40
10.06	+ 0.027	9	— 1.12	13	20	41	57
11.00	+ 0.004	11	— 0.57	11	20,21	51	50
11.91	— 0.002	9	— 0.70	10	20	41	46
— 13.65	+ 0.032	10	— 1.02	13	20	43	56

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 476.

Decl.	Δα		Δδ		**	W.F. *einer* Diff.	
— 14°38	+ 0.020	± 0ˢ.010	— 1″.24	± 0″.11	20	± 0ˢ.046	± 0″.50
15.20	+ 0.008	8	— 0.88	11	20	38	51
16.12	+ 0.012	11	— 1.16	14	20	49	64
17.75	— 0.008	15	— 1.39	14	20	69	61
20.26	— 0.024	14	— 1.38	16	20	63	70
— 24.01	— 0.046	18	— 1.70	25	20	59	1.11

Ferner sind die verbesserten, nach Rectascension geordneten Differenzen:

R	Δα		Δδ		**
0ʰ.91	+ 0ˢ.021	± 0ˢ.012	+ 0″.04	± 0″.12	20
3.06	+ 0.020	11	— 0.13	14	20,21
5.10	— 0.029	10	+ 0.16	13	20
6.28	— 0.026	9	+ 0.15	16	20
8.47	— 0.028	11	+ 0.02	14	20
10.49	— 0.048	8	+ 0.06	15	20
11.37	— 0.063	12	— 0.18	12	20
12.20	— 0.023	14	— 0.02	14	20
12.90	— 0.041	9	+ 0.30	14	20
13.70	— 0.052	9	+ 0.38	23	20
14.61	— 0.002	8	— 0.06	11	20
15.96	+ 0.011	8	+ 0.13	14	20
17.58	+ 0.056	11	+ 0.36	11	20
19.26	+ 0.044	12	+ 0.28	15	20
20.31	+ 0.060	13	— 0.24	8	20
21.42	+ 0.028	8	— 0.28	15	20
22.44	+ 0.044	10	— 0.15	12	20
22.96	+ 0.004	6	— 0.39	8	20
23.85	+ 0.048	7	— 0.24	10	20

Der stark ausgeprägte Gang in diesen Zahlen machte auch hier eine zweite Näherung für die $\Delta\alpha_\delta$ und $\Delta\delta_\delta$ nothwendig, welche allerdings nur sehr wenig von der ersten verschiedene Werthe ergab. Nach der wiederholten Ausgleichung erhielt ich endlich folgende endgiltige Reductionen:

Romberg — Cat. gen. Argent.

Decl.	$\Delta\alpha_\delta$	$\Delta\delta_\delta$	$\mathcal{R}$	$\Delta\alpha_\alpha$	$\Delta\delta_\alpha$
0°	0ˢ.000	— 0″.20	0ʰ.0	+ 0ˢ.023	— 0″.28
— 1	— 0.017	— 0.88	1.0	+ 0.023	— 0.16
2	— 0.028	— 0.57	2.0	+ 0.020	— 0.04
3	— 0.027	— 0.72	3.0	+ 0.012	+ 0.07
4	— 0.020	— 0.74	4.0	— 0.004	+ 0.12
5	— 0.015	— 0.59	5.0	— 0.018	+ 0.16
6	— 0.014	— 0.36	6.0	— 0.025	+ 0.16
7	— 0.014	— 0.38	7.0	— 0.028	+ 0.15
8	— 0.013	— 0.79	8.0	— 0.032	+ 0.13
9	— 0.010	— 1.19	9.0	— 0.038	+ 0.08
10	+ 0.002	— 1.04	10.0	— 0.047	0.00
11	+ 0.014	— 0.67	11.0	— 0.053	— 0.08
12	+ 0.020	— 0.62	12.0	— 0.052	+ 0.01
13	+ 0.022	— 0.77	13.0	— 0.040	+ 0.22
14	+ 0.021	— 0.95	14.0	— 0.021	+ 0.18
15	+ 0.018	— 1.06	15.0	— 0.003	+ 0.06
16	+ 0.010	— 1.19	16.0	+ 0.018	+ 0.12
17	+ 0.001	— 1.28	17.0	+ 0.038	+ 0.28
18	— 0.007	— 1.36	18.0	+ 0.046	+ 0.32
19	— 0.015	— 1.43	19.0	+ 0.045	+ 0.15
20	— 0.024	— 1.49	20.0	+ 0.038	— 0.14
21	— 0.030	— 1.56	21.0	+ 0.030	— 0.30
22	— 0.036	— 1.62	22.0	+ 0.025	— 0.38
23	— 0.040	— 1.69	23.0	+ 0.024	— 0.32
24	— 0.045	— 1.76			
— 25	— 0.048	— 1.80			

Für die $\Delta\alpha_\alpha$ liess sich noch eine Controle gewinnen durch die Vergleichung der in Cordoba gebrauchten, den American Ephemeris entnommenen Zeitsterne mit Romberg. 70 Sterne zwischen + 30° und — 24° Decl., zu je 10 zusammengezogen, gaben:

Romberg — American Ephemeris.

$\mathcal{R}$	$\Delta\alpha$		**
2ʰ.19	+ 0ˢ.012	± 0ˢ.007	10
5.62	— 0.032	5	10
9.45	— 0.029	12	10
12.10	— 0.041	7	10
16.26	+ 0.014	8	10
19.58	+ 0.030	7	10
22.48	+ 0.028	7	10

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 478.

in so guter Übereinstimmung mit oben mitgetheilten Tafeln, wie man bei dem geringen Material zu erwarten berechtigt war. Daraus geht hervor, dass der Anschluss der Cordobaer Rectascensionen an das ihnen zu Grunde gelegte Fundamentalsystem (Gould's standard clock stars) ein recht befriedigender ist.

Der wahrscheinliche Fehler einer Differenz Romb. — Cat. Arg. ist im Mittel

$$\varepsilon_\alpha \cos\delta = \pm 0^s.049, \quad \varepsilon_\delta = \pm 0''.60.$$

Über den w. F. einer Cordobaer Beobachtung habe ich weder in den verschiedenen Jahrgängen der «Resultados» noch in der Einleitung zum Generalcatalog Angaben finden können. Ich leitete ihn deshalb aus den Einzelresultaten der Jahre 1875 und 1876 für Sterne von 0° bis — 30° Decl. ab und erhielt:

	$\varepsilon_\alpha \cos\delta$	ε_δ	**	Beob.
1875:	$\pm 0^s.080$	$\pm 0''.58$	204	816
1876:	± 0.080	± 0.64	379	1516
1875 und 1876:	± 0.080	± 0.60	583	2332

Eine Abhängigkeit von der Zenithdistanz war dabei nicht zu erkennen. Die etwas geringere Genauigkeit der Declinationen des Jahres 1876 erklärt sich wohl daraus, dass in diesem Jahre mehrere neue Beobachter sich an den Beobachtungen betheiligten. Bei den Rectascensionen, welche registrirt wurden, blieb die Genauigkeit dieselbe. Sieht man von den vielfach beobachteten Hauptsternen ab, so ist im Durchschnitt jeder Stern etwa 5 Mal beobachtet und demnach folgt für eine Catalogposition

$$\varepsilon_\alpha \cos\delta = \pm 0^s.012, \quad \varepsilon_\delta = \pm 0''.27.$$

Für die südlich vom Aequator gelegenen Sterne (mit Ausnahme der Hauptsterne) hat Herr Romberg nicht besonders den wahrscheinlichen Fehler einer Beobachtung angegeben. Da aber anzunehmen war, dass sich derselbe von dem durchschnittlichen, für Sterne in allen Declinationen geltenden nicht unwesentlich unterscheiden werde, so habe ich ihn aus dem gesammten Material ebenfalls abgeleitet und gefunden:

Mittl. Decl.	$\varepsilon_\alpha \cos\delta$	ε_δ	**	Beob.
— 2°.1	$\pm 0^s.072$	$\pm 0''.49$	198	794
7.5	0.068	0.51	156	630
12.4	0.067	0.59	160	666
16.4	0.062	0.68	76	317
— 23.2	0.065	1.12	36	137

Bulletin M. S. II (XXXIV) p. 479.

Der w. F. einer Rectascension ist, wie ersichtlich, von der Declination oder Zenithdistanz des Sterns unabhängig und kann man für ihn im Mittel $\varepsilon_\alpha \cos\delta = \pm 0^s.067$ annehmen. Der w. F. einer Declination aber wächst dagegen zum Horizont hin sehr schnell; er lässt sich gut durch die Interpolationsformel

$$\varepsilon_\delta^2 = (0''.429)^2 + (0''.127 \operatorname{tg}\zeta)^2$$

darstellen, welche für die obigen Declinationen die Werthe $\pm 0''.49$, $0''.53$, $0''.58$, $0''.67$, $1''.12$ giebt. Für $\delta = -10°.2$, dem Mittel der Declinationen der verglichenen Sterne, erhält man aus ihr $\varepsilon_\delta = \pm 0''.55$ und demnach ist der w. F. einer Romberg'schen Position aus vier Beobachtungen

$$\varepsilon_\alpha \cos\delta = \pm 0^s.033, \quad \varepsilon_\delta = \pm 0''.28,$$

was in Verbindung mit dem w. F. einer Cordobaer Position für den w. F. einer Differenz Romberg — Cat. Arg.

$$\varepsilon_\alpha \cos\delta = \pm 0^s.035, \quad \varepsilon_\delta = \pm 0''.39$$

giebt, also, wie vorauszusehen war, bedeutend kleinere Werthe als die direct aus der Vergleichung berechneten, da der aus der inneren Harmonie einer Beobachtungsreihe geschlossene w. F. immer zu klein herauskommt. Vertheilt man, was am natürlichsten erscheint, den Überschuss gleichmässig auf beide Cataloge, so erhält man die w. F. einer Position für die hier in Betracht gezogenen Theile der Cataloge

Romberg: $\varepsilon_\alpha \cos\delta = \pm 0^s.044$, $\varepsilon_\delta = \pm 0''.43$.
Cat. Arg: $\varepsilon_\alpha \cos\delta = \pm 0^s.023$, $\varepsilon_\delta = \pm 0''.42$.

Bei der Ableitung der w. F. für die südlichen Romberg'schen Sterne habe ich noch einige kleinere Reductionsfehler im Cataloge aufgefunden, von denen die wichtigsten zum Schluss hier angeführt werden mögen.

S.	№							
4	138	Sec.	in	Decl.	lies	$57''.0$	statt	$56''.0$.
9	357	»	»	»	»	43.2	»	42.7.
32	1262	»	»	»	»	43.3	»	43.8.
33	1309	»	»	»	»	44.0	»	43.5.
34	1321	»	»	»	»	13.2	»	12.4.
76	3029	»	»	»	»	55.6	»	55.3.
83	3317	»	»	»	»	1.4	»	1.9.
89	3557	»	»	AR	»	$5^s.33$	»	$5^s.27$.
108	4289	»	»	»	»	51.45	»	51.50.
128	5112	»	»	Decl.	»	$18''.0$	»	$17''.0$.
141	5607	fehlt die E. B. in Decl.						$-0''.031$.

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 480.

MÉLANGES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

TIRÉS DU

BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG.

TOME VII.

Sur la libration de Hypérion. Par Hermann Struve. (Lu le 11 Septembre 1891).

Dans les dernières années les observations de Hypérion, septième satellite de Saturne, exécutées à l'aide de notre grand réfracteur, avaient accusé des déviations assez considérables des éphémérides de M. Marth. Aussi les seules observations faites pendant l'opposition 1886—1887 ne pouvant être réconciliées entre elles que par un changement notable du mouvement moyen, m'ont fait soupçonner depuis quelque temps qu'il y existe une grande libration de courte période dans le mouvement de ce satellite. Pour trancher cette question, quelques observations, choisies dans chaque série, furent réduites pour une détermination préalable des éléments, laquelle en même temps devait servir de base à la réduction complète des observations. La comparaison des résultats, obtenus par cette recherche, ne laisse aucun doute concernant l'existence de la dite libration et permet d'en fixer approximativement la grandeur et la période.

Pour la réduction provisoire on a employé uniquement des jonctions du satellite avec la planète, par préférence des jonctions observées au voisinage des conjonctions. Supposant que l'orbite de Hypérion coïncide de très près avec celle de Titan, on déterminait au moyen des formules connues de M. Marth:

$$r \sin (u - U) = s . \sin (p - P)$$

$$r \cos (u - U) = \frac{s . \cos (p - P)}{\sin B}$$

par les valeurs mesurées s et p: les rayons vecteurs r et les longitudes vraies u, qui par un procédé très simple nous donnaient les valeurs approchées de la longitude moyenne l, de la longitude du périsaturne ω et de l'excentricité e. De cette manière nous avons obtenu les valeurs suivantes pour les cinq oppositions, pendant lesquelles ont été exécutées les observations de Hypérion.

Époque (T. M. Greenw.)	l	ω
1887 Mars 15.0	291°.2	304°
88 Mars 21.0	104.6	288
89 Mars 15.0	67.0	272
90 Févr. 26.0	181.6	255
91 Mars 22.0	300.6	236

Les longitudes sont comptées de l'équateur et augmentées de la longitude du noeud N. Pour les mêmes époques on trouve les longitudes moyennes de Titan:

Époque	l_1
1887 Mars 15.0	227°51′
88 Mars 21.0	346 30
88 Mars 25.0	171 38
90 Févr. 26.0	108 26
91 Mars 22.0	250 54

d'où il suit pour l'angle $V = 4l - 3l_1 - \omega$

1887 Mars 15.0	$V = 177°.3$
88 Mars 21.0	170.9
89 Mars 15.0	201.1
90 Févr. 26.0	146.1
91 Mars 22.0	213.7

C'est cet angle qui joue un rôle important dans la théorie de Hypérion, comme l'a établi il y a quelques ans M. Newcomb[1]). D'après la relation qui existe entre les moyens mouvements de Hypérion et de Titan et le mouvement du périsaturne de Hypérion, savoir:

$$4n - 3n_1 = \Delta\omega$$

l'angle V — si l'on néglige pour le moment l'excentricité de l'orbite de Titan — doit osciller sans cesse autour de la demi-circonférence. La considération de l'équation différentielle pour V nous apprend d'ailleurs que, dans le cas que la libration fût petite, elle pourrait être représentée par la formule simple:

$$V = 180° + A \sin \frac{360°}{T} t$$

1) «On the motion of Hyperion». Washington 1884. Indépendamment de M. Newcomb aussi M. Marth était arrivé à la même conclusion que les conjonctions de Hypérion avec Titan aient lieu toujours dans le voisinage de l'aposaturne de Hypérion. Voir la remarque importante ajoutée aux éphémérides des satellites de Saturne pour 1884 — 85. Monthly Not. Vol. 44, № 9.

ce qui nous fait supposer que cette expression pourrait être regardée comme une première approximation aussi dans le cas d'une libration plus considérable. Or, en comparant avec cette formule les valeurs obtenues pour V, on est conduit immédiatement aux valeurs approchées des constantes:

du temps $t = 0$, où l'oscillation passe par zéro: 1887 Mars 25.0
de l'amplitude de la libration: $A = 36°$
de la période: $T = 643$ jours, ou de $\frac{360°}{T} = 0°.56$

qui représentent les observations de la manière suivante:

Époque:	Argument $\frac{360°}{T} t$	V (Calc.)	V (Obs.)	$O - C$
1887 Mars 15.0	354°.4	176°.5	177°.3	+ 0°.8
88 Mars 21.0	202.7	166.1	170.9	+ 4.8
89 Mars 15.0	43.8	204.9	201.1	— 3.8
90 Févr. 26.0	238.6	149.3	146.1	— 3.2
91 Mars 22.0	96.5	215.8	213.7	— 2.1

Cette représentation pourrait suffire, vu que les longitudes moyennes ne peuvent être garanties qu'à 0°.5 près, celles du périsaturne pas plus qu'à 2°.

Il s'agit maintenant de prouver l'existence de la libration aussi dans les observations faites à Washington par M. Hall. Dans ce but nous avons réduit quelques observations, exécutées dans la période 1882—1885 et publiées dans les «Washington Observations», en nous restreignant à rechercher les longitudes moyennes de Hypérion, tandis que les autres éléments furent acceptés d'après les indications de M. Hall (Monthly Not. Vol. 44). Pour trois époques différentes on obtenait ainsi:

Époque (T. M. Greenw.)	l	ω	l_1
1882 Janv. 2.0	219°.2	35°	216°41′
84 Janv. 26.0	25.0	350	319 45
84 Déc. 4.0	263.0	336	186 21

d'où il suit, par la comparaison avec la formule précédente:

Époque	Argument $\frac{360°}{T} t$	V (Calc.)	V (Obs.)	$O - C$
1882 Janv. 2.0	11°.5	187°.2	191°.8	+ 4°.6
84 Janv. 26.0	73.8	214.6	230.8	+ 16.2
84 Déc. 4.0	249.0	146.4	157.0	+ 10.6

On voit par là que la libration, quant à la grandeur et la durée, s'accuse tout aussi distinctement dans ces observations que dans les miennes, en

Bulletin M. S. II (XXXIV) p. 489.

y admettant que les écarts un peu plus grands $O-C$ pourraient être expliqués suffisamment par l'excentricité de l'orbite de Titan.

Un contrôle ultérieur et décisif nous est offert par les longitudes de Hypérion, comparées à son mouvement moyen. Si l'on néglige la masse de Hypérion vis à vis de celle de Titan, la libration de l'angle V doit engendrer l'inégalité:

$$\delta l = 9^\circ \sin 0^\circ\!.56\,.t \qquad t = 0 \quad 1887 \text{ Mars } 25.0$$

dans les longitudes moyennes de Hypérion, inégalité assez grande pour se manifester nettement dans le courant d'une seule série d'observations, qui s'étend sur quelques mois. En effet l'introduction de ce terme permet d'améliorer la représentation dans chaque série sans exception, le mieux, comme il s'entend, dans les séries, où l'argument $\frac{360^\circ}{T}\,t$ se rapproche des valeurs ou de zéro ou de 180°. Le premier cas a lieu dans notre série de 1886—87 et dans la série mentionnée de M. Hall de 1881—82, l'autre cas arrive dans la série de 1888 et de même dans la série exécutée en 1852—53 à l'île de Malte par Lassel, la plus ancienne série et particulièrement précieuse pour la détermination du mouvement moyen de Hypérion, ainsi que de la durée de la libration.

Citons pour exemple quelques observations de notre série de 1886—87 d'une part et de la série de Lassel d'autre part, en nous restreignant aux mesures de l'angle de position. Désignons par p l'angle de position mesuré, par u la longitude vraie, qui en résulte dans la supposition que le plan de l'orbite coïncide avec celui de Titan ($N = 124^\circ\,9'$, $J = 6^\circ\,35'$); nommons ensuite $l-N$ la longitude moyenne, comptée de l'équateur et calculée avec les valeurs $e = 0.11$ et $\omega = 304^\circ\,9' - 3'\!.0\,t$ (pour 87 Mars 15); nous avons:

les longitudes dérivées des observations de 1886 — 87

Époque	T. M. Gr. (réd.)	p	u	$l-N$
1886 Déc. 22	$8^h 57^m$	290°15′	207°42′	203° 1′
87 Janv. 16	7 16	254 51	278 24	265 47
— 19	7 27	219 19	325 36	317 28
Févr. 21	5 51	26 9	151 8	157 0
— 26	5 26	264 2	253 33	241 50
Mars 7	6 52	107 9	28 13	34 33
— 15	4 44	347 33	167 47	170 15
— 16	4 36	306 34	188 58	187 9
— 24	5 12	206 6	330 35	324 1
— 28	6 10	109 20	25 28	31 27
Avril 26	6 55	2 22	163 13	166 10

Bulletin M. S. II (XXXIV) p. 490.

Réduisant ces longitudes à la même époque 1887 Mars 15.0 avec le mouvement moyen $n = 16°.91988$ et calculant d'autre part la libration d'après la formule établie plus haut, nous trouvons:

	Longitude réduite à 1887 Mars 15.0 l	Libration δl	Longitude corrigée de la libration $l - \delta l$
1886 Déc. 22	285°12′	— 7° 6′	292°18′
87 Janv. 16	286 10	— 5 33	291 43
— 19	286 57	— 5 21	292 18
Févr. 21	289 15	— 2 46	292 1
— 26	289 47	— 2 21	292 8
Mars 7	289 13	— 1 35	290 48
— 15	291 3	— 0 53	291 56
— 16	291 8	— 0 47	291 55
— 24	292 13	— 0 6	292 19
— 28	291 17	+ 0 16	291 1
Avril 26	294 48	+ 2 46	292 2
		En moyenne	291°52′

Les longitudes montrent dans ce cas une accélération assez vite, tandis que les longitudes corrigées de la libration restent sensiblement constantes. L'accord paraît même d'autant plus satisfaisant que le calcul est basé sur une hypothèse, concernant le plan de l'orbite, hypothèse aucunement démontrée jusqu'à présent d'une manière rigoureuse.

La même hypothèse, admise pour la série de Lassel ($N = 123° 0'$, $J = 6° 38'$) nous a donné les valeurs approchées $e = 0.12$, $\omega = 236°$ pour 1852 Nov. 27. Réduisant alors les mesures exécutées aux temps où le satellite se trouvait près de sa conjonction, nous avons obtenu:

les longitudes dérivées des observations de Lassel:

Époque	T. M. Gr. (réd.)	p	u	$l - N$	Longitude réduite à 1852 Nov. 27.0 l
1852 Nov. 3	10ʰ10ᵐ	237°41′	250°25′	240°15′	42°10′
— 4	11 44	221 41	262 24	254 35	38 28
— 5	9 23	191 21	275 47	271 4	39 41
— 6	10 9	153 20	289 28	288 15	39 25
— 13	9 3	80 20	33 6	46 26	39 56
— 15	10 1	54 53	72 25	80 53	39 51
— 16	9 3	17 37	92 39	97 10	39 54
— 18	9 8	292 46	136 50	131 48	40 39
— 19	9 9	280 41	157 39	148 39	40 34
— 27	9 10	160 3	285 5	283 0	39 32
Déc. 9	10 6	297 28	129 32	125 48	38 39
— 15	8 19	247 54	236 32	224 37	37 12
— 20	7 16	120 22	305 58	309 38	38 22
— 27	6 49	68 26	55 28	66 18	36 54
53 Janv. 7	7 10	223 3	258 51	250 57	35 11
— 8	7 6	190 43	272 42	268 1	35 23

Lassel a mesuré, à vrai dire, des coordonnées rectangulaires, desquelles nous avons déduit pour plus de simplicité les valeurs données en haut pour les angles p.

Les longitudes réduites au même moment, diminuent graduellement dans cette série, ce qui indique que l'argument $\frac{360°}{T} \cdot t$ doit avoir été près de 180°. Prenant pour moyenne provisoire de cette série $l = 39° 0'$, tandis que pour Titan il y avait $l_1 = 28° 11'$, on trouve $V = 195°.5$, et cette valeur revient à un accord satisfaisant avec la formule $V = 180° + 36° \sin \frac{360°}{T} t$, si l'on fait $\frac{360°}{T} \cdot t = 155°$; il s'ensuit pour la durée de la libration la valeur un peu changée $T = 641$ jours et pour le mouvement diurne de l'argument la valeur 0°.562; enfin on trouve la libration et les longitudes réduites, corrigées de la libration, comme il suit:

	Libration δl	Longitude corrigée de la libration $l - \delta l$
1852 Nov. 3	+ 6°11′	35°59′
— 4	+ 6 7	32 21
— 5	+ 6 3	33 38
— 6	+ 6 0	33 25
— 13	+ 5 31	34 25
— 15	+ 5 23	34 28
— 16	+ 5 19	34 35
— 18	+ 5 10	35 29
— 19	+ 5 6	35 28
— 27	+ 4 30	35 2
Déc. 9	+ 3 33	35 6
— 15	+ 3 4	34 8
— 20	+ 2 39	35 43
— 27	+ 2 3	34 51
53 Janv. 7	+ 1 6	34 5
— 8	+ 1 1	34 22
	En moyenne $l - \delta l$	= 34°34′

ou $l = 39° 4'$ pour 1852 Nov. 27.0

Il nous reste encore à comparer de la même manière les longitudes déterminées pour les diverses époques:

Observateur:	Époque:	Longitude moyenne l	Long. réd. à 1887 Mars 15.0 l	Libration δl	Long. corr. de la libration $l - \delta l$	Dif. des périsaturnes Hyp.–Fi $\omega - \omega_1$
Lassel	1852 Nov. 27.0	39° 4′	297°29′	+ 3°51′	293°38′	339°
A. Hall	1882 Janv. 2.0	219 9	293 5	+ 1 12	291 53	123
»	1884 Janv. 26.0	25 0	301 21	+ 8 32	292 49	77
»	1884 Déc. 4.0	263 0	288 25	− 8 18	291 43	63

Bulletin M. S. II (XXXIV) p. 492.

Observateur:	Époque:	Longitude moyenne l	Long. réd. à 1887 Mars 15.0 l	Libration δl	Long. corr. de la libration $l-\delta l$	Diff. des périsaturnes Hyp.—IV $\omega-\omega_1$
H. Struve	1887 Mars 15.0	291 9	291 9	— 0 53	292 2	29
»	1888 Mars 21.0	104 39	290 27	— 3 35	294 2	13
»	1889 Mars 15.0	66 59	298 33	+ 6 23	292 10	356
»	1890 Févr. 26.0	181 39	285 6	— 7 51	292 57	339
»	1891 Mars 22.0	300 39	302 16	+ 8 53	293 23	319

Pour la réduction des longitudes à l'époque 1887 Mars 15.0 nous avons employé ici le mouvement moyen diurne $n = 16°.91988$, dérivé par M. Hall de la comparaison de ses observations avec celles de Lassel. De l'ensemble des observations on peut maintenant conclure que cette valeur doit être assez rapprochée et que l'incertitude, à laquelle elle était sujette jusqu'à présent, s'est diminuée de beaucoup par l'introduction de la libration.

En résumé: l'existence de la libration de Hypérion, ayant une période de 641 jours et une amplitude de 36° dans l'angle V ou de 9° dans la longitude moyenne, est établie aussi bien par la considération des valeurs trouvées pour l'angle V, que par la comparaison des longitudes moyennes de Hypérion.

L'étendue de la libration étant si grande, on ne peut pas s'en douter, qu'il n'y ait, à côté du terme principal signalé ci-dessus, encore d'autres termes qui pourraient se manifester dans les observations et dont la détermination complète exige l'intégration de l'équation différentielle pour V, assez difficile à effectuer à cause des multiples très élevés de l'angle V, qui y surviennent. D'après l'ensemble des valeurs obtenues pour $l-\delta l$, on peut conclure que ces termes secondaires ne puissent pas changer les longitudes de Hypérion plus que d'un degré.

D'ailleurs l'excentricité de l'orbite de Titan fait naître une autre inégalité, d'une période plus longue, qui dépend de l'argument $\omega-\omega_1$ et dont le premier terme — comme il est facile à démontrer — doit être de la forme $a \sin(\omega-\omega_1)$. Ainsi, en écrivant $V = 180° + \delta V$ nous avons:

$$\delta V = 36° \sin(0°.562 \cdot t) + a \sin(\omega - \omega_1) + \cdots$$

La même cause produit encore une inégalité analogue dans le mouvement rétrograde du périsaturne de Hypérion que nous pouvons mettre sous la forme:

$$\delta\omega = -b \sin(\omega - \omega_1) + \cdots$$

Nous en déduisons pour la longitude de Hypérion — en négligeant comme auparavant la masse de ce satellite — l'inégalité

$$\delta l = 9° \sin(0°.562 \cdot t) + \frac{a-b}{4} \sin(\omega - \omega_1) + \cdots$$

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 498.

Les valeurs des constantes a et b pourraient être évaluées, après avoir préalablement intégré l'équation différentielle de la libration. En attendant, il serait utile de se faire une idée approximative de la grandeur de ces constantes, partant des valeurs obtenues pour V, l et ω.

Si l'on compare les valeurs de V à celles de $\omega - \omega_1$ données plus haut, on voit que l'inégalité $a \sin(\omega - \omega_1)$ peut atteindre le montant d'environ 10°. Une pareille valeur de 10° à 12° se trouve pour b, c'est à dire pour l'inégalité périodique dans le mouvement du périsaturne, ce mouvement supposé égal à $4n - 3n_1$ ou à $-18^{\circ}814$ par an. C'est ce que M. Newcomb a déjà prouvé par la comparaison des résultats obtenus par M. Hall et que nous trouvons confirmé aussi par mes observations. Si nous mettons enfin b un peu plus grand que a, par exemple $a = 8°$, $b = 12°$, nous obtenons

$$\delta l = 9° \sin(0^{\circ}562\, t) - 1° \sin(\omega - \omega_1)$$

et cette formule rapproche encore de plus les longitudes moyennes, dérivées pour les diverses époques, de sorte que l'on aura:

		$l - \delta l$ réd. à 1887 Mars 15.0
Pour l'époque de Lassel	1852 — 53	293°17′
Moyenne pour l'époque de Hall	1882 — 85	293 3
» » » de H. Struve	1887 — 91	292 53

La libration doit engendrer encore une inégalité de la grande axe de Hypérion, d'après la formule:

$$\frac{\delta a}{a} = -\frac{2}{3}\frac{\delta n}{n}$$

ce qui donne, en mettant $a = 214''$ et observant que $\delta n = \frac{d\,\delta l}{dt}$:

$$\delta a = -0''{,}74 \cos\frac{360}{T} t$$

L'inégalité est assez grande pour se manifester dans les observations. Remarquons encore que le mouvement de Titan est assujetti à la même libration et il serait sans doute très curieux de la révéler dans les longitudes de Titan. En tout cas il se présente ici le moyen de fixer une limite supérieure pour la masse de Hypérion.

Il paraît aussi intéressant de déterminer à nouveau la masse de Titan qui, jusqu'à présent, a été évaluée du mouvement du périsaturne de Hypérion, en admettant que l'angle V reste constamment égal à la demi-circonférence, c'est à dire qu'il n'y existe point de libration sensible. C'est sur cette hypothèse que sont fondés les calculs de M. Newcomb et de M. Hill[1]), dans

1) Newcomb: «On the motion of Hyperion». — Hill, Astronomical Journal № 176.

lesquels on s'est servi des quadratures mécaniques. Si l'on veut cependant suivre la marche analytique, il faut développer la fonction perturbatrice suivant les puissances de l'excentricité, ce qui est assez long et difficile et ne donne qu'une convergence très lente de la série pour $\frac{d\omega}{dt}$. La grande libration doit pourtant augmenter un peu la convergence et c'est surtout en raison de cette remarque et pour faire reconnaître mieux l'influence de la libration sur le résultat, que nous avons tâché d'obtenir par cette voie une valeur préalable de la masse.

Si l'on néglige l'excentricité de Titan, le développement de la fonction perturbatrice peut être mis sous la forme

$$\Omega = a_1 e \cos V + a_2 e^2 \cos 2V + a_3 e^3 \cos 3V + \cdots$$
$$+ b_1 e^2 + b_2 e^4 + \cdots$$

où les coefficients sont des fonctions connues du rapport $\alpha = \frac{a_1}{a}$, a et a_1 désignant les demi-grands axes de Hypérion et de Titan. Pour ce rapport on trouve, d'après les données pour les moyens mouvements, $\alpha = 0.8250634$. Ensuite on calcule au moyen des coefficients de Laplace:

$$a_1 = \frac{7}{2} b^{(3)} + \frac{1}{2} b_1^{(3)} = 3.2742$$
$$a_2 = \frac{101}{4} b^{(6)} + \frac{15}{4} b_1^{(6)} + \frac{1}{8} b_2^{(6)} = 14.785$$
$$a_3 = \frac{1641}{8} b^{(9)} + \frac{247}{8} b_1^{(9)} + \frac{23}{16} b_2^{(9)} + \frac{1}{48} b_3^{(9)} = 82.313$$
$$a_4 = \frac{84287}{48} b^{(12)} + \frac{12773}{48} b_1^{(12)} + \frac{457}{32} b_2^{(12)} + \frac{31}{96} b_3^{(12)} + \frac{1}{384} b_4^{(12)} = 502.81$$
$$a_5 = \frac{371621}{24} b^{(15)} + \frac{18849}{8} b_1^{(15)} + \frac{26287}{192} b_2^{(15)} + \frac{731}{192} b_3^{(15)} + \frac{13}{256} b_4^{(15)} + \frac{1}{3840} b_5^{(15)} = 3237.0$$

$$b_1 = \frac{1}{4} b_1^{(0)} + \frac{1}{8} b_2^{(0)} = 2.2674$$
$$b_2 = \frac{3}{16} b_1^{(0)} + \frac{9}{32} b_2^{(0)} + \frac{3}{32} b_3^{(0)} + \frac{1}{128} b_4^{(0)} = 30.62$$

Désignant maintenant par m_1 la masse de Titan, rapportée à celle de la planète, on aura pour le mouvement du périsaturne de Hypérion, l'expression:

$$\frac{d\omega}{dt} = m_1 n \frac{1}{e} \frac{\partial \Omega}{\partial e} = m_1 n \left\{ (2 b_1 + 4 b_2 e^2 + \cdots) + \frac{a_1}{e} \cos V + 2 a_2 \cos 2V \right.$$
$$\left. + 3 a_3 e \cos 3V + 4 a_4 e^2 \cos 4V + \cdots \right\}$$

Pour en déduire le mouvement moyen du périsaturne, il faudrait à présent calculer cette formule pour les différentes valeurs que V doit subir durant une période de la libration. En posant donc:

$$V = \pi + \frac{\pi}{5} \sin \frac{2\pi}{T} t$$

où π est la demi-circonférence dont le rayon est l'unité, nous pouvons intégrer l'expression précédente entre les limites $t = o$ et $t = T$, ce qui conduit à une série qui marche suivant les fonctions Besseliennes $J_0(m\frac{\pi}{5})$, m étant la succession des nombres entiers. En divisant encore l'intégral par T, on obtient pour le moyen mouvement du périsaturne:

$$\Delta\omega = m_1 n \left\{ (2 b_1 + 4 b_2 e^2) - \frac{a_1}{e} J_0\left(\frac{\pi}{5}\right) + 2 a_2 J_0\left(\frac{2\pi}{5}\right) - 3 a_3 e J_0\left(\frac{3\pi}{5}\right) + 4 a_4 e^2 J_0\left(\frac{4\pi}{5}\right) - \cdots \right\}$$

ou, réduisant les termes en nombres, au moyen des tables qui existent pour les fonctions Besseliennes, et posant pour l'excentricité la valeur moyenne $e = 0{,}10$:

$$\Delta\omega = m_1 n \{ (4.53 + 1.23) - 29.59 + 19.00 - 7.17 - 1.11 + 4.92 - 5.2 + 3.5 - 1.4 - 0.3 \cdots \cdots \}$$

Les derniers quatre termes sont évalués en continuant par induction la série pour les coefficients a, qui accroissent assez régulièrement. Supposant que les autres termes se détruisent mutuellement, on aura enfin:

$$\Delta\omega = -11.6\, m_1 n$$

d'où, en égalant cette expression à $4n - 3n_1$, il résulte pour la masse de Titan la valeur:

$$m_1 = \frac{1}{8810}$$

Nous ne voulons pas insister beaucoup sur ce nombre, dérivé plutôt par curiosité que dans le but d'obtenir une valeur exacte. Pour ce but il aurait fallu pousser le développement de la fonction perturbatrice encore beaucoup plus loin, au moins jusqu'aux termes de l'ordre e^{10}, ce qui aurait exigé un travail très considérable. Les nombres déduits par Mm. Newcomb et Hill sont plus petits de la cinquième partie à peu près, et il semble en effet que la libration doit changer le résultat dans ce sens.

Poulkova, au mois d'août 1891.

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 496.

MÉLANGES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES
TIRÉS DU
BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG.
TOME VII.

Sur la dispersion des points radiants de météores. Par Th. Bredikhine.

(Lu le 22 avril 1892).

(Avec une planche)

L'étendue de l'aire de radiation et la durée du phénomène dans quelques essaims de météores ont présenté une difficulté très grave à toutes les explications proposées jusqu'à present. Pour les Perséides, par exemple, où l'essaim est assez riche, l'aire de radiation embrasse plusieurs degrés et l'apparition dure au moins trois semaines [1]). —

Chaque essai ayant pour but la résolution de ce problème intéressant et difficile, — s'il est basé sur des considérations adoptables, — doit être approuvé, car c'est de cette manière seulement qu'on a l'espoir de parvenir enfin, d'une part ou d'autre, à la solution de la question. —

§ 1.

Nous tâcherons d'expliquer les phénomènes mentionnés ci-dessus en développant nos idées sur l'origine des étoiles filantes jusqu'à leurs conséquences qui découlent des propriétés des différentes orbites assignées aux météores lors de leur séparation du corps de la comète. —

Plusieurs faisceaux de ces orbites doivent passer tout près des orbites des grosses planètes, et par conséquent en subir, de temps en temps, des perturbations très fortes.

Il s'agit donc d'examiner si ces perturbations sont en état de produire la dispersion des points radiants.

L'orbite de la comète génératrice elle même a une telle position et de telles dimensions que ses perturbations produites par les grosses planètes peuvent être regardées comme insensibles.

Les éléments de la comète de 1862 III (en adoptant la notation de Gauss) sont:

1) Bredikhine, Bulletin de l'Acad. Imp. d. sc. de St.-Pét. T. VII, pp. 136—148.

$$\pi = 290°36'.4$$
$$\Omega = 137\ 50.9$$
$$\omega = 152\ 45.5$$
$$i = 113\ 34.4$$
$$\lg a = 1.38977$$
$$\lg e = 9.98261$$
$$\lg q = 9.98350.$$

La distance du périhélie au noeud descendant est 27°14′.5. A ce noeud $\lg r = 0.00774$, et l'angle de la tangente avec le rayon vecteur est 76°39′.2; pour le noeud ascendant $\lg r = 1.11222$, $r = 12.949$; à l'aphélie $r = 48.106$.

Pour le rayon vecteur de la Terre au noeud descendant $\lg R = 0.00575$, c'est à dire il n'est pas égal à celui de la comète; mais nous savons[1]) que les orbites météoriques en coupant l'orbite de la comète forment en quelque sorte une brosse par laquelle la Terre peut passer étant même quelque peu éloignée de l'orbite cométaire (planche, fig. 1).

Pour les grosses planètes on a:

Jupiter	$a = 5.20$	$\mu = 4'.99$
Saturne	9.54	2.01
Uranus	19.18	0.71
Neptune	30.06	0.36

où μ est le mouvement moyen diurne exprimé en minutes d'arc. A l'aide de ces données nous avons fait la construction graphique (fig. 2), où l'on voit l'ellipse de la comète et les positions des grosses planètes qui sont indiquées par leurs initiales. La plus petite distance de Jupiter à la comète est à peu près 2, celle de Saturne est presque 1, et celle d'Uranus — 2.5; — il ne faut pas oublier que l'inclinaison de l'orbite cométaire est très grande et le mouvement — rétrograde. —

Voyons maintenant les positions et les dimensions des orbites produites par quelque éruption au noeud descendant, par laquelle les météores ont été lancés dans des directions ayant des différents angles J avec le rayon vecteur. La vitesse initiale d'éruption soit $j = 0.2$: c'est la valeur que nous avons trouvé pour la queue du I type de la comète de 1862 III; un changement de j n'altère nullement nos raisonnements quant à leur essence. Pour plus de simplicité nous pouvons admettre une seule valeur de j et supposer que l'éruption n'a eu lieu que dans le plan de l'orbite.

---

1) Bredikhine, Sur les propriétés importantes des courants météoriques. — Bulletin de la Soc. des Nat. de Moscou. 1889, № 4, pp. 13—15.

En s'approchant plus de la verité, c'est à dire en admettant un cône entier d'émission, on n'aura qu'à généraliser dans ce sens les raisonnements.

Les calculs faits à l'aide de nos formules[1]) nous donnent la table suivante des éléments des orbites des météores (J est positif — derrière le rayon vecteur et négatif — avant ce rayon):

$j = 0.2$

	J	$\lg a$	a	T	$\lg l$
1.	+ 45°0	0.32505	2.113	3.073	
2.	30.0	0.41846	2.621	4.243	9.79137
3.	25.0	0.46219	2.899	4.935	9.81564
4.	22.0	0.49250	3.108	5.480	9.83057
(5)	20.0	0.51470	3.271	5.916	9.84069
6.	15.0	0.57815	3.786	7.366	9.86576
7.	10.0	0.65633	4.532	9.660	9.89078
8.	5.6	0.74259	5.528	13.000	9.91251
(9)	5.0	0.75610	5.703	13.619	9.91547
10.	—	0.75744	—	—	—
11.	0.0	0.88981	7.759	21.613	9.93948
12.	— 4.0	1.04150	11.003	36.500	9.95819
(13)	4.5	1.06355	11.576	39.380	9.96037
14.	—	1.07374	—	—	—
15.	5.0	1.09002	12.303	43.155	9.96281
16.	6.0	1.14442	13.954	52.075	9.96736
17.	8.0	1.28020	19.064	83.234	9.97637
(18)	8.2	1.29635	19.786	88.010	9.97725
19.	—	1.31667	—	—	—
20.	— 9.0	1.36825	23.350	112.800	9.98080

	$\lg q$	$\lg r$	$180° - \omega$	γ	μ
1.	—	—	—	4°55′,8	
2.	9.99991	0.59582	17°35′,7	6 38.2	
3.	0.00115	0.65057	15 51.6	7 4.8	
4.	0.00175	0.68723	14 57.5	7 18.7	
(5)	0.00198	0.71280	14 36.2	7 27.2	10′,00
6.	0.00284	0.78655	13 13.3	7 45.4	
7.	0.00341	0.87293	12 14.9	7 59.5	
8.	0.00376	0.96417	11 34.8	8 8.5	
(9)	0.00379	0.97816	11 30.0	8 9.5	
10.	—	0.97955	—	—	4.33

1) Bredikhine, Sur l'origine des étoiles filantes. Bull. de la Soc. des Nat. de Moscou, 1889, № 1.

	lg q	lg r	180° − ω	γ	μ
11.	0.00404	1.11163	10 57.8	8 15.5	
12.	0.00419	1.25404	10 37.5	8 17.3	
(13)	0.00419	1.27369	10 37.0	8 17.4	
14.	—	1.28285	—	—	1.45
15.	0.00420	1.29748	10 33.7	8 17.4	
16.	0.00422	1.34520	10 29.3	8 17.4	
17.	0.00424	1.45689	10 26.8	8 16.7	
(18)	0.00425	1.47004	10 25.0	8 16.7	
19.	—	1.48572	—	—	0.63
20.	0.00425	1.52553	10 23.0	8 16.2	

T désigne le temps de révolution en années; r — le rayon vecteur du météore au noeud ascendant; $180 - \omega$ — l'angle entre le périhélie du météore et son noeud descendant, où il rencontre la Terre; l'angle γ est égal à $\beta' - \beta$, où β est l'angle de la tangente à l'orbite avec le rayon vecteur de la comète pour ce même noeud descendant, et β^1 — l'angle de la tangente à l'orbite du météore avec le même rayon vecteur. —

Les №№ 5, 9, 13 et 18 nous montrent que les orbites des météores correspondantes aux valeurs données de J, passent très près des orbites des grosses planètes.

Pour les №№ 10, 14 et 19 nous avons interpolé les valeurs de J qui donnent les valeurs de r tout-à-fait égales aux rayons vecteurs de Saturne, Uranus et Neptune. Pour Jupiter on peut laisser $J = +20°$, car la valeur $\lg r = 0.71280$ correspond à l'une des positions possibles de Jupiter, ce qui suffit à nos calculs qui ne sont pas liés à quelque moment déterminé.

L'orbite du météore № 5 est portée sur la planche (fig. 2), où on la voit sous la forme d'une petite ellipse. —

Ici nous devons mettre en évidence et souligner, pour ainsi dire, la profonde différence qui existe entre les Perséides, d'un côté, et les Andromédides et Léonides de l'autre côté. Une construction graphique très simple des orbites des comètes génératrices et des orbites dérivées pour les deux derniers cas nous montre immédiatement que leurs météores, quoiqu'ils puissent subir des perturbations plus ou moins considérables des grosses planètes, mais ils ne sont pas dans les conditions à la suite desquelles les Perséides peuvent rencontrer les grosses planètes: voilà pourquoi la dispersion des points radiants des uns et des autres présente une différence énorme.

Les éléments des orbites de météores sont calculés pour l'éruption au noeud descendant, c'est à dire à l'anomalie de la comète $v = +27°14'5$. Mais les éruptions se font ordinairement sur un arc assez considérable de

l'orbite, avant et après le noeud descendant, et pour la même valeur de $= 0.2$ on peut trouver, pour chaque point de cet arc, les valeurs de J avec lesquelles les orbites de météores iront couper les orbites des grosses planètes. —

Comme un exemple persuasif, comme un extrême, si l'on veut, prenons un point sur l'orbite de la comète très éloigné du noeud descendant, — le point ayant l'anomalie $v = +90°$.

$j = 0.2$

J	$\lg a$	T	$\lg e$
0°	0.55217	6.73	8.83627
— 5	0.59116	7.81	9.84824

$\lg q$	$\lg r$	$180° - \omega$	γ
0.04921	0.68480	27°14′,5	9°24′,4
0.06486	0.74955	23 18.0	9 59.7.

L'orbite de Jupiter sera coupée, évidemment, par les météores pour lesquels $J = -2°,5$.

§ 2.

Ainsi il est clair que sur l'orbite de Jupiter (et des autres grosses planètes) et sur la ligne du noeud ascendant des météores, il peut s'accumuler un faisceau d'orbites de météores ayant une structure sui generis[1]), où chaque orbite a son inclinaison i à elle et son angle β, et ce faisceau peut subir des fortes perturbations de la planète.

Nous nous contenterons dans nos calculs seulement des orbites qui sont produites par une seule éruption au point du noeud descendant de la comète.

L'action très forte de Jupiter (et d'autres planètes) ne se produit que dans l'intérieur d'une sphère décrite autour de la planète avec un rayon dont la longueur varie de planète à planète. Cette sphère est désignée sous le nom de sphère d'activité. Pour Jupiter le rayon de la sphère d'activité ρ est égal à 0.3; il est évident qu'une augmentation de ce rayon ne nuit pas aux résultats. Nous nous sommes arrêtés fortuitement à la valeur $\rho = 0.305$, dont la valeur angulaire, vue du Soleil, est égale à 3°23′,3.

Les perturbations des éléments dépendent du chemin du météore dans la sphère d'activité, et par conséquent de la position de son point d'entrée et de sa distance plus courte du centre de Jupiter. Nous voulons distinguer

1) Bredikhine, Sur les propriétés importantes des courants météoriques. Bulletin de la Soc. des Nat. de Moscou. 1889, № 4.

quatre cas caractéristiques: le météore passe à sa distance plus courte— 1) dans le plan de l'écliptique plus loin que Jupiter (par rapport au Soleil); 2) dans ce plan mais plus près que Jupiter; 3) au-dessus de Jupiter (au nord), ayant le même rayon vecteur au noeud; 4) au-dessous de Jupiter. Quand l'inclinaison i est très grande, les mots au-dessus et au-dessous doivent être remplacés par les mots en avant et en arrière, ou vers l'Est et vers l'Ouest.

Commençons par le météore qui passe par le centre de Jupiter: il n'a proprement aucune signification pour nous, car il doit tomber sur la planète, mais la direction de son chemin nous servira à mieux coordonner les autres cas du passage par la sphère d'activité.

Soit σ le complément (à 90°) de l'angle que la tangente à l'orbite fait avec la ligne menée de Jupiter au Soleil. Il sera positif quand la direction du mouvement du météore fait un angle aigu avec la ligne Jupiter-Soleil, et négatif quand cette direction fait un angle aigu avec le prolongement de la ligne Soleil-Jupiter. Il est aisé de voir que dans notre cas en général σ est toujours positif. Dans nos calculs approximatifs, on peut prendre pour σ le complément de l'angle β qui se rapporte au noeud ascendant du météore, c'est à dire $\sigma = 90° - \beta$.

Soit o (fig. 3) le centre de Jupiter, xo la direction de son mouvement indiquée par la flèche; le point b sur la sphère correspond à la direction de la vitesse linéaire v_0 du météore, a — à sa vitesse linéaire relative V_0; l'arc $bg = \sigma$. Puis on a: $bc = (v_0, x)$, $bh = (v_0, y)$, $bk = (v_0, z)$; l'angle $acd = x$; $ac = (V_0, x)$, $ah = (V_0, y)$, $a,k = (V_0, z)$; soient: $dc = \alpha$, $tc = \iota$, $ad = \delta$, l'angle $kae = \sigma^1$.

L'angle de l'inclinaison du plan du météore dans les formules qui vont suivre est pris aigu. Avec toutes ces désignations on obtient facilement à l'aide des triangles que l'on a sur la sphère:

$$
\begin{aligned}
&\text{cs}\,(v_0, x) = \text{cs}\,i \cdot \text{cs}\,\sigma \\
1.\quad &\text{cs}\,(v_0, y) = \text{sn}\,\sigma \\
&\text{cs}\,(v_0, z) = \text{sn}\,i \cdot \text{cs}\,\sigma
\end{aligned}
$$

$$
2.\quad V_0^2 = v_1^2 + v_0^2 + 2\,v_1\,v_0\,\text{cs}\,i \cdot \text{cs}\,\sigma
$$

$$
3.\quad \text{sn}\,(V_0, x) = v_0 \cdot \text{sn}\,(v_0, x) : V_0
$$

$$
4.\quad \text{cs}\,x = \text{sn}\,\sigma : \text{sn}\,(v_0, x)
$$

$$
\begin{aligned}
&\text{cs}\,(V_0, x) = \text{cs}\,(V_0, x) \\
5.\quad &\text{cs}\,(V_0, y) = \text{sn}\,(V_0, x) \cdot \text{cs}\,x \\
&\text{cs}\,(V_0, z) = \text{sn}\,(V_0, x) \cdot \text{sn}\,x
\end{aligned}
$$

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 194.

$$\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}(V_0, x)\cdot \operatorname{cs} x$$

6. $$\operatorname{tg}\iota = \operatorname{tg}(V_0, x)\cdot \operatorname{sn} x$$
$$\operatorname{sn}\delta = \operatorname{sn}(V_0, x)\cdot \operatorname{sn} x$$

7. $$\operatorname{sn}\sigma^1 = \operatorname{sn}\alpha : \operatorname{sn}(V_0, x)$$

8. $$\operatorname{sn}(ke) = \operatorname{sn}\sigma : \operatorname{sn}(v_0, x)$$

$$ke = 90^\circ - x$$

Pour l'unité de temps dans l'expression de la vitesse linéaire on a pris 58.133... jours. Au lieu de l'inclinaison du météore i, on peut prendre simplement son inclinaison à l'orbite de Jupiter, c'est à dire 67°,5.

Avec les éléments du météore № 5, où $J = +20^\circ$, on a à son noeud ascendant l'anomalie vraie $v = 194^\circ 36',2$, $\lg r = 0.71280$, $\beta = 62^\circ 3',8$ et $\sigma = +27^\circ 56',2$. Pour la vitesse relative dans un jour on a $\lg V_0 = 8.01408$, et l'on obtient plus loin:

$\lg v_1 = 9.64360$	$x = 60^\circ\ 8',7$
$\lg v_0 = 9.45627$	$\alpha = 14\ \ 1$
$\lg V_0 = 9.77850$	$\iota = 23\ 30$
$(V_0, x) = 26^\circ 37',$	$\delta = 22\ 52$
$(V_0, y) = 77\ \ 7$	$\delta^1 = 32\ 42$
$(V_0, z) = 67\ \ 8$	$(k, e) = 29\ 51.$

Le point de la sphère, diamétralement opposé au point b, correspond à l'entrée du météore dans la sphère d'activité de Jupiter; et les coordonnées sphériques α et δ de cette entrée se trouvent dans l'angle antinormal (par rapport à la fig.3); l'angle δ sera compté positif au-dessous de l'écliptique; α — positif dans la direction de $-x$ vers $-y$; on les revoit sur la fig. 4, où A est le point d'entrée; $Ad^1 = \delta$, $c^1 d^1 = \alpha$; $kAe = \sigma^1$.

Si la direction de la vitesse relative ne passe pas par le centre de Jupiter, mais à quelque distance de lui Δ^1, au-dessous de l'écliptique, alors on a $\Delta^1 = \rho.\ \operatorname{sn}\phi$, où ϕ sera sur la sphère la distance angulaire du point A au point q (fig. 4), $\phi = Aq$. L'angle ϕ est positif au-dessous de A, et négatif au-dessus de ce point.

Soit $pq = \nu$; le triangle $kpqA$, où l'angle en A est $180^\circ - \sigma$, nous donne:

9. $$\operatorname{sn}\nu = \operatorname{sn}\delta.\ \operatorname{cs}\phi + \operatorname{cs}\delta.\ \operatorname{sn}\phi.\ \operatorname{cs}\sigma^1.$$

Quand le météore passe à la même distance Δ^1, mais au-dessous du centre de la planète, l'angle ϕ est négatif, et

10. $$\operatorname{sn}\nu = \operatorname{sn}\delta\cdot\operatorname{cs}\phi - \operatorname{cs}\delta\cdot\operatorname{sn}\phi\cdot\operatorname{cs}\sigma^1.$$

En posant $d^1p = \alpha^1$, on obtient

$$11. \qquad \text{sn}\,\alpha^1 = \text{sn}\,\varphi \cdot \text{sn}\,\sigma^1 : \text{cs}\nu.$$

α' est positif à gauche du point d^1 sur notre figure.

Lors de l'entrée du météore dans la sphère d'activité de Jupiter, la distance angulaire de la planète (vue du Soleil) du noeud soit J_0, et l'on obtient facilement avec une approximation suffisante

$$12. \qquad \text{sn}\,J_0 = -\text{sn}\,\rho \cdot \text{cs}\,\nu \cdot \text{cs}\,(\alpha + \alpha^1) + \text{sn}\,\rho \cdot \text{sn}\,\nu \cdot \text{ctg}\,i$$

où ρ est exprimé en sa valeur angulaire, et i est aigu.

L'angle J_0 est négatif avant le passage de Jupiter au noeud du météore. Le météore à son entrée dans la sphère d'activité a la distance angulaire (vue du Soleil) M_0, et on aura:

$$13. \qquad \text{sn}\,M_0 = -\text{sn}\,\rho \cdot \text{sn}\,\nu : \text{sn}\,i.$$

En supposant la plus petite distance Δ^1 entre le météore et Jupiter égale à 0,15, par ex., on aura $\varphi = 29°27',5$; si cette distance $\Delta' = 0.08$, $\varphi = 15°12',3$.

Il s'agit maintenant de construire les formules pour les cas où le météore, ayant pour cela le rayon vecteur satisfaisant, passe par l'axe yy au-delà ou en deça de Jupiter par rapport au Soleil.

La figure 4 présente notre système de coordonnées avec le point connu A. Par ce point et par l'axe yy est mené le cercle $o'Ao$, dans le plan duquel se trouvent les vitesses relatives des météores passant par l'axe yy. — Prenons deux de ces météores, — l'un passe entre le Soleil et Jupiter, ayant sa plus petite distance $\Delta^1 = 0.15$, et l'autre au-delà de Jupiter, à la même distance $\Delta^1 = 0.15$.

Pour le premier, l'arc Ah (fig. 5), égal à φ, se trouve à droite de A; pour l'autre — à gauche. Le cercle $od'o'$ est l'écliptique. Dans les triangles $d'Ao$ et fho, rectangles aux points d' et f, soient $d'f = P$; $fo = n$, l'angle $foh = \theta$, $ho = m$, $fh = \nu$; $d'A$ est δ, $c'd'$ est α, et soit $Aq = \varepsilon$. De ces triangles on a directement:

$$14. \qquad \text{tg}\,\theta = \text{tg}\,\delta : \text{cs}\,\alpha.$$

$$15. \qquad \text{sn}\,(\varphi + m) = \text{sn}\,\delta : \text{sn}\,\theta.$$

$$16. \qquad \text{sn}\,\nu = \text{sn}\,m \cdot \text{sn}\,\theta.$$

$$17. \qquad \text{tg}\,n = \text{tg}\,m \cdot \text{cs}\,\theta.$$

$$18. \qquad P = 90° + \alpha - n.$$

$$19. \qquad \text{sn}\,\varepsilon = \text{cs}\,\delta \cdot \text{sn}\,\alpha.$$

Ayant la distance plus courte de Jupiter Δ^1, le météore sur l'axe yy sera éloigné de Jupiter de $\Delta^1 : \mathrm{cs}\,\varepsilon$, donc pour lui $r = r' - \Delta^1 : \mathrm{cs}\,\varepsilon$, où r' est le rayon vecteur de Jupiter; mais on peut toujours poser $\mathrm{cs}\,\varepsilon = 1$.

Pour les positions de Jupiter et du météore, au moment d'entrée dans la sphère d'activité, on aura avec une approximation suffisante:

$$20. \qquad \mathrm{sn}\,J_0 = -\,\mathrm{sn}\,\rho \cdot \mathrm{cs}\,\nu \cdot \mathrm{cs}(P - \alpha) + \mathrm{sn}\,\rho \cdot \mathrm{sn}\,\nu \cdot \mathrm{ctg}\,i,$$

$$21. \qquad \mathrm{sn}\,M_0 = -\,\mathrm{sn}\,\rho\,\mathrm{sn}\,\nu : \mathrm{sn}\,i.$$

Pour le météore passant au-delà de Jupiter on a le triangle $d'A\,o'$, où $f'h' = \nu'$, $f'o' = n'$; $h'o' = m'$, $Ah' = \varphi$, $d'f' = P'$, et on obtient les formules semblables aux précédentes; seulement ici $P' = 90° - \alpha - \nu'$, et au lieu de $P - \alpha$ il faut mettre $P' + \alpha$. Sur l'axe yy pour ce météore on a: $r = r' + \Delta^1 : \mathrm{cs}\,\varepsilon$.

Evidemment les formules restent intactes pour les deux cas quand au lieu de φ précédent sera introduit un autre, par ex., $\varphi = 15°12'{,}3$.

Ainsi ou aura les valeurs J_0 et M_0 pour le moment d'entrée; puis on calcule le rayon vecteur correspondant à M_0, et alors, à l'aide des éléments de l'orbite du météore on pourra déterminer les valeurs M et r pour chaque moment du passage par la sphère d'activité; les positions correspondantes de Jupiter J se trouvent facilement à l'aide du mouvement moyen diurne de la planète. Il est clair que dans nos calculs, dont les résultates ont plutôt une signification qualitative, — on peut faire toutes les simplifications contenues dans les limites admissibles d'inexactitude.

§ 3.

Le météore passant par le centre de la sphère d'activité aurait employé 59.05 jours pour parcourir avec la vitesse donnée V_0 le diamètre de cette sphère égal à 0.61.

Ayant en vue de nous servir du calcul des perturbations dites spéciales, partageons ce temps en six intervalles, dont chacun sera $\lambda = 9.84$ jours; pour la corde, correspondante à l'angle $\varphi = 29°27'{,}5$, on a 51.42 jours et chaque $\lambda = 8.57$; pour la corde correspondante à $\varphi = 15°12'{,}3$, on aura 56.90 jours et $\lambda = 9.50$ jours.

Partageons ces deux cordes en six parties chacune, et calculons pour les points de division ainsi que pour les bouts des cordes les valeurs de $1 : \Delta^3$, où Δ sont les distances entre le météore et Jupiter.

Pour la corde aux intervalles $\lambda = 8.57$ on obtient:

$\lg \frac{1}{\Delta^3}$ 1.54710 1.90328 2.27709 2.47176 2.27709 1.90328 1.54710

et pour la corde aux intervalles $\lambda = 9.50$ on aura:

$\lg \frac{1}{\Delta^3}$ 1.54710 2.02163 2.69280 3.29070 2.69280 2.02163 1.54710.

A l'aide des valeurs J_0, M_0 il faudra calculer les valeurs de J et M séparées par les intervalles λ. Pour trouver les positions de Jupiter on a $\mu^1 = 4'.99$, et son rayon vecteur a la valeur constante, dont $\lg r^1 = 0.71280$.

Pour faciliter les calculs, on peut construire une petite table contenant l'anomalie vraie v et le rayon vecteur r de dix à dix jours, en comptant le temps à partir du périhélie. Pour le météore dont le rayon vecteur au noeud ascendant est égal à celui de Jupiter, le mouvement diurne est 599".74, et l'anomalie au noeud ascendant $v = 194°37'$, cette table sera:

t jours	v	$\lg r$
1353	191°47′	0.72317
1363	192 15	0.72154
1373	192 43	0.71990
1383	193 11	0.71826
1393	193 39	0.71644
1403	194 8	0.71462
1413	194 37	0.71280
1423	195 6	0.71073
1433	195 36	0.70866
1443	196 5	0.70659
1453	196 35	0.70434
1463	197 5	0.70208
1473	197 35	0.69982

Nous aurons besoin des anomalies dans des limites qui ne dépassent pas 3° autour du noeud, et on pourra les trouver par une simple interpolation.

Pour le météore dont le rayon vecteur au noeud est de 0.15 plus court que celui de Jupiter, on a $\lg a = 0.50358$, $\lg e = 9.83562$, $\lg \mu$ (en minutes) 1.01649 et l'anomalie au noeud $v = 194°47'$; avec ces données on obtient:

t jours	v	$\lg r$
1317.4	192°47′	0.70739
1327.4	193 17	0.70554
1337.4	193 47	0.70369
1347.4	194 17	0.70184
1357.4	194 47	0.69999

Bulletin N. S. II (XXXIV) p. 198.

t jours	v	lg r
1367.4	195 18	0.69782
1377.4	195 50	0.69565
1387.4	196 21	0.69348
1397.4	196 52	0.69132

Moyennant ces deux tables, il est facile de trouver par interpolation les valeurs nécessaires pour le météore passant à 0,08 en deça de Jupiter, ainsi que pour le météore de 0.08 et 0.15 plus loin que Jupiter. Pour tous ces météores on a:

lg a	lg μ	lg e
0.50358	1.01649	9.83562
0.50877	1.00870	9.83799
0.51470	0.99981	9.84069
0.52063	0.99092	9.84339
0.52582	0.98313	9.84576

Après les calculs préliminaires, on peut effectuer les calculs des perturbations spéciales dans la sphère d'activité pour nos huit cas. Nous nous servirons pour cela des formules connues qui sont commodes dans le cas des fortes perturbations. Il serait inutile de présenter ici la déduction de ces formules tant plus qu'elles sont verifiées par les applications que mon collègue honorable M. Backlund en a fait plusieurs fois.

D'abord, on a les désignations suivantes, où les lettres portant l'index se rapportent à la masse perturbatrice m'.

Ω et Ω' sont les longitudes des noeuds ascendants;
i et i' — les inclinaisons;
π — la longitude du périhélie du météore,
v — son anomalie vraie;
k — le nombre constant de Gauss, dont $\lg k = 8.2355814$; s'il est exprimé en secondes d'arc — $\lg k = 3.550065$;
p — le paramètre de l'orbite du météore;
$e = \sin\varphi$ — l'excentricité.
E — l'anomalie excentrique;
I — l'inclinaison mutuelle des deux orbites. Dans les formules qui suivent cet angle, comme l'angle i, sera obtus, vu le mouvement rétrograde des Perséides;
ψ — la distance angulaire entre l'intersection commune des orbites et le noeud ascendant de la masse perturbatrice;

Bulletin M. S. II (XXXIV) p. 199.

φ — la distance entre le même point d'intersection et le noeud ascendant du météore.

l' — la longitude de la masse troublante sur son orbite,

r' — son rayon vecteur.

Les formules de Delambre-Gauss nous donnent:

$$1.\quad \begin{cases} \operatorname{sn}\frac{1}{2}I\cdot\operatorname{sn}\frac{1}{2}(\psi+\varphi)=\operatorname{sn}\frac{1}{2}(\Omega-\Omega')\cdot\operatorname{sn}\frac{1}{2}(i+i') \\ \operatorname{sn}\frac{1}{2}I\cdot\operatorname{cs}\frac{1}{2}(\psi+\varphi)=\operatorname{cs}\frac{1}{2}(\Omega-\Omega')\cdot\operatorname{sn}\frac{1}{2}(i-i') \\ \operatorname{cs}\frac{1}{2}I\cdot\operatorname{sn}\frac{1}{2}(\psi-\varphi)=\operatorname{sn}\frac{1}{2}(\Omega-\Omega')\cdot\operatorname{cs}\frac{1}{2}(i+i') \\ \operatorname{cs}\frac{1}{2}I\cdot\operatorname{cs}\frac{1}{2}(\psi-\varphi)=\operatorname{cs}\frac{1}{2}(\Omega-\Omega')\cdot\operatorname{cs}\frac{1}{2}(i-i') \end{cases}$$

$l'-\Omega'-\psi$ sera la longitude de la masse troublante m' sur son orbite, comptée du point de l'intersection commune des orbites; désignons la pour notre cas par J, et posons:

$$2.\quad \begin{cases} \operatorname{tg}L'=\operatorname{tg}J\cdot\operatorname{cs}I \\ \operatorname{sn}B'=\operatorname{sn}J\cdot\operatorname{sn}I \end{cases}$$

La longitude du périhélie du météore comptée du point de l'intersection des orbites sera $\Pi=\pi-\Omega-\varphi$, et la longitude du météore sur son orbite, comptée du même point, sera $M=v+\Pi$.

Soit maintenant

$$v+\Pi-L'=M-L'=\mathit{\Lambda},$$

et posons:

$$3.\quad \begin{cases} \xi=r'\cdot\operatorname{cs}B'\cdot\operatorname{cs}\mathit{\Lambda} \\ \eta=r'\cdot\operatorname{cs}B'\cdot\operatorname{sn}\mathit{\Lambda} \\ \zeta=r'\cdot\operatorname{sn}B' \end{cases}$$

En désignant par Ω la fonction perturbatrice, on a:

$$4.\quad \begin{cases} k^2\left(\frac{\partial\Omega}{\partial r}\right)=k^2m'\,[K\xi-r:\Delta^3] \\ k^2\left(\frac{\partial\Omega}{\partial v}\right)=-r\cdot k^2m'K\eta \\ k^2\left(\frac{\partial\Omega}{\partial z}\right)=-k^2m'K\zeta, \end{cases}$$

où

$$5.\quad K=\frac{1}{\Delta^3}-\frac{1}{r'^3}$$

Posons enfin:

6. $N = \frac{\lambda k m'}{\sqrt{p}}$,

7. $K\xi - \frac{r}{\Delta^3} = X$,

8. $R = N \cdot X, \quad S = -N \cdot K \cdot \eta, \quad Z = -N \cdot K \cdot \zeta$,

9. $L = -p \cdot \mathrm{cs}\, v \cdot R + (p + r)\, \mathrm{sn}\, v \cdot S$.

Moyennant ces désignations, les équations différentielles des perturbations des éléments de l'orbite du météore seront exprimées ainsi:

10. $D_\lambda(\delta\Omega) = r \cdot \mathrm{sn}\,(v + \omega)\, Z : \mathrm{sn}\, i$

11. $D_\lambda(\delta i) = r \cdot \mathrm{cs}\,(v + \omega)\, Z$

12. $D_\lambda(\delta\pi) = L : \mathrm{sn}\,\varphi + 2\,\mathrm{sn}^2 \tfrac{1}{2} i \cdot D_\lambda(\delta\Omega)$

13. $D_\lambda(\delta\varphi) = a \cdot \mathrm{cs}\,\varphi\,[\mathrm{sn}\, v \cdot R + (\mathrm{cs}\, v + \mathrm{cs}\, E)\, S]$

14. $D_\lambda(\delta\mu) = -3a\mu \cdot \mathrm{sn1}'\left[\mathrm{sn}\,\varphi \cdot \mathrm{sn}\, v \cdot R + \frac{p}{r} \cdot S\right]$

15. $D_\lambda(\delta M) = -L\,\mathrm{ctg}\,\varphi - 2r\,R\,\mathrm{cs}\,\varphi + \lambda\int \frac{\partial\delta\mu}{\partial t} \cdot \partial t$

Dans nos calculs on peut admettre que l'orbite de Jupiter coïncide avec l'écliptique; le noeud du météore correspond à l'intersection commune des orbites; l'angle I sera l'inclinaison du météore, qui est 113°32′; ayant en vue l'inclinaison de Jupiter, on peut le prendre $I = 112°5$. Pourtant c'est indifférent.

M et J seront simplement les longitudes du météore et de Jupiter, comptées sur les orbites correspondantes, à partir du noeud ascendant du météore.

Nous pouvons nous contenter des minutes d'arc dans les valeurs angulaires, et employer pour cela le nombre de Gauss exprimé en minutes, dont $\lg k = 1.77186$. Dans la formule 14. on voit aussi sn 1′.

Comme la masse de Jupiter $m^1 = \frac{1}{1050}$, le nombre constant $\lg(km^1) = 9.68314$; pour en obtenir la valeur de N dans chaque cas particulier, il ne reste que le multiplier par $\lambda : \sqrt{p}$.

Après avoir trouvé les valeurs numériques de $D_\lambda(\delta\Omega)$ etc., on doit appliquer la quadrature mécanique pour en obtenir les valeurs $\delta\Omega$, δi etc.

Il serait mieux, peut-être, de prendre les intervalles λ deux fois plus petits; mais pour nous cela n'a aucune importance. Il faut noter encore qu'au dehors de la sphère d'activité on obtient des valeurs sensibles des différentielles des éléments; on doit les prendre en considération dans les

quantités assez petites de $\delta\Omega$; c'est pour cela qu'en présentant ces dernières en nombres ronds des minutes il a fallu diminuer de quelques dixièmes de minute les quantités positives de $\delta\Omega$.

Pour notre but les quantités δa, δe et δq sont plus intéressantes que les quantités $\delta\mu$ et $\delta\varphi$; or les premières dérivent des dernières moyennant les formules très simples:

l'expression $a^{3/2} = k : \mu$ nous donne

$$16. \qquad \delta a = -\frac{2k}{3\sqrt{a}\cdot\mu^2}\cdot\delta\mu.$$

Puis $e = \text{sn}\,\varphi$, d'où

$$17. \qquad \delta e = \text{cs}\,\varphi\cdot\text{sn}\,1'\cdot\delta\varphi, \text{ où } \varphi$$

est exprimé en minutes d'arc.

Enfin

$$18. \qquad \delta q = (1-e)\,\delta a - a\cdot\delta e$$

Il serait superflu de copier ici les détails des calculs, au fond très simples, et nous présentons leurs résultats numériques dans les tables suivantes.

Désignons le passage supérieur du météore par la lettre N, le passage inférieur par S; le passage par la ligne Soleil-Jupiter, au-delà de la planète par L, et le passage en deça de Jupiter par P. Pour le cas où la plus petite distance entre le météore et Jupiter est $\Delta^1 = 0.15$, on a:

	N	S	L	P
$\delta\Omega$	+ 4′	+ 3′	— 2′	— 2′
δi	+ 3°,0	— 2°,9	— 0°,4	+ 1°,0
$\delta\pi$	+ 2°,8	— 2°,1	— 0°,9	+ 1°,7
$\delta\varphi$	+ 128′	— 135′	+ 98′	— 63′
$\delta\mu$	+ 0′.5281	— 0′.4216	— 0′.0487	+ 0′.1755
δa	— 0.1152	+ 0.0920	+ 0.0113	— 0.0359
δe	+ 0.0269	— 0.0283	+ 0.0203	— 0.0134
δq	— 0.1232	+ 0.1209	— 0.0648	+ 0.0313

Pour $\Delta^1 = 0{,}08$ on obtient:

$\delta\Omega$	+ 3′	+ 2′	— 4′	— 4′
δi	+ 6°,8	— 5°,9	— 0°,6	+ 2°,2
$\delta\pi$	+ 6°,2	— 4°,6	— 1°,5	+ 3°,6
$\delta\varphi$	+ 295′	— 279′	+ 224′	— 57′
$\delta\mu$	+ 1′.1053	— 0′.8756	— 0′.1050	+ 0′.3767
δa	— 0.2412	+ 0.1910	+ 0.0237	— 0.0794
δe	+ 0.0619	— 0.0585	+ 0.0467	— 0.0120
δq	— 0.2764	+ 0.2501	— 0.1477	+ 0.0141

Pour rendre les variations des éléments plus claires à la simple vue, on peut composer, à l'aide d'une approximation grossière, encore une table pour la valeur $\Delta^1 = 0.04$, la distance du satellite le plus éloigné de la planète étant 0.017:

	N	*S*	*L*	*P*
$\delta\Omega$	+ 2′	+ 1′	— 6′	— 6′
δi	+ 14°	— 12°	— 1°	+ 4°
$\delta\pi$	+ 12°	— 9°	— 3°	+ 7°
δq	— 0.600	+ 0.500	— 0.300	+ 0.007

Avant d'aller plus loin, faisons remarquer qu'entre toutes les variations des éléments les valeurs de $\delta\Omega$ se distinguent par leur petitesse, et c'est très naturel dans le cas où l'inclinaison est très grande et la valeur de l'angle σ — assez considérable.

Mais, si même après plusieurs passages les valeurs de $\delta\Omega$ étaient réputées comme trop faibles, pour nous il restera important le caractère de ces variations, c'est à dire leurs signes.

Avec la diminution ultérieure de l'inclinaison i les valeurs mêmes de $\delta\Omega$ pourront devenir beaucoup plus grandes.

§ 4.

Les tables données ci-dessus montrent les variations des éléments de l'orbite d'un météore qui a passé d'une manière connue par la sphère d'activité de Jupiter; elles laissent voir que les perturbations produisent les mouvements directs et rétrogrades du noeud, quoique assez faibles, puis les variations de l'inclinaison dans les directions opposées, et enfin les variations plus ou moins grandes dans les positions des périhélies et dans les valeurs de q.

Ainsi, les météores provenant d'un seul cône et devant, — dans l'absence des perturbations, — revenir à différents temps au même cône, — iront avec le temps couper le plan de l'écliptique à différentes distances du Soleil et de l'orbite de la Terre, au dehors et au dedans de cette dernière, ayant des noeuds quelque peu différents.

Il serait étrange d'en déduire immédiatement que dans toutes ces variations de q, r et π aux noeuds descendants, aucun des météores, après les perturbations, ne viendra jamais rencontrer la Terre, comme si Jupiter chassait les météores et les jetait soigneusement loin de l'orbite de la Terre, vers le Soleil ou dans la direction opposée.

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 208.

Il est impossible de déterminer toutes les conditions des passages des météores par la sphère d'activité, non seulement pour une série de pareils passages, mais même pour le second passage: pour cela il faudrait avoir des tables du mouvement du météore avec toutes les perturbations, même peu sensibles.

Ainsi, dans ce cas, comme dans tous les phénomènes, où les détails ne peuvent pas être calculés d'avance, la plupart des conditions doivent nous apparaître comme des événements plus ou moins accidentels, et il ne nous reste qu'à faire des conclusions les plus générales sur les propriétés des variations des éléments, en les appliquant aux faits déduits de l'observation.

Certainement, pour nous les plus intéressants sont les météores, dont les orbites troublées présentent la possibilité de rencontre avec la Terre, c'est à dire ceux qui peuvent passer, à leur noeud descendant, à une distance du Soleil R égale à la distance entre le Soleil et la Terre.

Pour chaque météore, ou pour un mince faisceau de météores, cet R, à chaque passage par la sphère d'activité de Jupiter, a sa perturbation δR, qu'on peut se figurer comme une fonction δq et $\delta \pi$, où δq est déjà une fonction de δa et δe. Ainsi, il est évident que la condition indispensable pour les météores capables de tomber sur la Terre après une série de passages par la sphère d'activité, doit s'exprimer ainsi:

$$\Sigma \delta R = 0 \qquad (R)$$

Ayant en vue cette condition, on peut faire quelques rapprochements généraux de la théorie avec les observations qui, d'après l'essence même de la chose, resteront incomplètes et grossières encore longtemps.

Pour rendre nos reflexions plus claires, imaginons que la sphère d'activité est coupée par un plan passant par les centres de Jupiter et du Soleil et perpendiculaire à l'écliptique (fig. 6).

Le petit cercle intérieur est décrit avec le rayon égal à la distance entre la planète et son quatrième satellite (distance 0.017). Les cercles suivants ont les rayons successifs: 0.04, 0.08, 0.15. La ligne menée vers le Soleil est yy; elle est perpendiculaire à la ligne zz.

La droite AB inclinée à la ligne zz sous un angle de 30°, égal à l'arc connu ke, présente la ligne sur laquelle les météores, ayant les rayons vecteurs de Jupiter, passent par le plan yz.

Le petit cercle intérieur peut être laissé sans considération, car dans sa sphère les météores subissent des perturbations trop fortes, et plusieurs d'entre eux tombent sur la planète.

Les valeurs de $\delta \Omega$ peu différents de celles qui sont données dans nos tables se trouvent non seulement tout près de deux lignes AB et CD,

mais dans certains angles NON, SOS, aOa, LoL. La ligne pointillée, un peu courbée, sur laquelle $\delta\Omega = 0$ est mOm. Les droites parallèles à AB présentent les plans dans lesquels les météores à différents r coupent le cercle $ADBC$ à leur passage par la sphère d'activité.

1. Les météores pour lesquels, à différents Δ^1, les expressions $\delta\Omega$ ont les plus grandes (parmi les autres) valeurs positives, prépondérantes sur les valeurs négatives près de l'axe yy, se meuvent dans une certaine bande au milieu de l'espace $NNSS$. Pour ces météores le noeud a un mouvement lent vers l'Est.

A leurs passages symétriques au-dessous et au-dessus de l'axe yy, la satisfaction de la condition (R) a une probabilité considérable, — à en juger d'après les signes contraires des valeurs δq et $\delta\pi$, qui sont peu différentes dans des positions symétriques. Pour ces météores la valeur positive de δi est prépondérante, et par conséquent leur inclinaison (angle aigu) diminue.

2. Dans la bande suivante à droite, parallèle à la première, un météore passant loin de l'axe yy, au-dessus et au-dessous de lui, a un accroissement positif insignifiant de la longitude du noeud, tandis que dans ses passages plus près de l'axe il reçoit un accroissement négatif plus considérable; le dernier peut devenir prépondérant, et le noeud de ce météore (ou de ces météores) se meut déjà lentement vers l'Ouest. L'inclinaison *diminue*.

Les rayons vecteurs r des météores, au noeud ascendant, de passage à passage ne peuvent varier qu'insensiblement, surtout pour la bande de milieu, et après plusieurs passages par la sphère d'activité doivent revenir à leurs valeurs initiales, autrement le noeud n'aura aucun mouvement sensible vers l'Est. Peut-être que cet ordre des choses ne s'établit pas dans le premier temps après l'éruption, mais après une certaine variation des orbites.

Un rôle important doit jouer ici la variation de l'angle σ produite par les variations de π et de a. Il ne faut pas oublier aussi qu'à une même distance du Soleil, nous avons une quantité d'orbites sur la ligne du noeud: d'abord un éventail d'orbites ouvert de 8° à cause de la différence des i; puis un système d'orbites provenant des points d'éruption situés devant et derrière le noeud descendant, où non seulement i, mais aussi les angles σ sont différents.

3. Encore plus loin à droite on peut imaginer une bande pour laquelle, dans le résultat des passages des météores au-dessus et au-dessous de l'axe yy le noeud ne varie point, c'est à dire ces météores restent auprès de la position de l'époque de maximum. Leur inclinaison *diminue*. Ici la satisfaction de la condition (R) apparaît déjà plus accidentelle, car la ligne $\delta q = o$ est déviée quelque peu en haut de l'axe yy, et par conséquent les

passages au-dessus et au-dessous de yy doivent être plus fréquents. Le nombre de météores tombés dans ces circonstances accidentelles doit décroître rapidement, et ces météores se présenteront comme sporadiques. L'inclinaison *diminue* toujours.

Entre les bandes 2. et 3. on devine quelque part la bande avec la prépondérance des $\delta\Omega$ négatifs, c'est à dire avec le mouvement du noeud vers l'Ouest.

4. Enfin, encore plus loin à droite, l'accidentalité de conservation de la condition (R) devient encore plus rare: le noeud varie peu, mais l'inclinaison *diminue* considérablement. Ce sont ces météores qui parcourent de temps à autre la marge australe de l'aire de radiation et l'augmentent sensiblement dans cette direction.

5. Le côté gauche (fig. 6) de la sphère d'activité en général est peu favorable à la satisfaction de la condition (R), car ici la ligne $\delta q = o$ dévie considérablement en bas de l'axe yy.

Moins d'accidentalité présente, sous ce rapport, seulement une bande se trouvant immédiatement à gauche de AB, dont on peut dire qu'en elle est sensible la prépondérance de $\delta\Omega$ négatif, c'est à dire le mouvement du noeud vers l'Ouest. Dans la somme des passages prédomine δi négatif, c'est à dire l'accroissement de l'angle aigu d'inclinaison.

En voisinage de cette bande on peut noter une bande aussi avec l'accroissement de l'inclinaison mais avec Ω invariable.

Ces météores restent auprès de l'époque et augmentent son aire de radiation vers le Nord. Plus loin à gauche, pour la conservation de la condition (R) sont exigées des accidentalités de moins en moins probables.

Dans tous les cas énumérés ci-dessus la valeur π varie diversement et dans les directions opposées. Cela produit la variation de l'angle σ, et par conséquent le déplacement des radiants sur l'aire de radiation vers l'Est et et vers l'Ouest.

Les valeurs de $\delta\Omega$ sont assez petites et demandent un temps énorme pour s'accroître en plusieurs degrés; mais il faut noter encore une fois qu'avec le temps i diminue, et cette diminution sert à augmenter considérablement $\delta\Omega$, comme on le voit d'après la formule 10., § 3; où d'un côté $\sin i$ diminue dans le dénominateur de la formule, et de l'autre côté $\sin(v + \omega)$ augmente plus considérablement dans le numérateur, parceque la diminution de i rend possible la rencontre du météore avec la sphère d'activité à une distance plus grande du noeud, — si l'angle σ ne s'y oppose pas.

Si l'on a en vue un temps très grand, alors on doit prendre en considération le changement du rayon vecteur de Jupiter sur la ligne du noeud.

A cause du déplacement du périhélie d'une minute d'arc par an, la variation de r' durant une révolution de Jupiter est égale à 0.0005.

Même les variations périodiques du rayon vecteur de Jupiter ne seront pas tout à fait insignifiantes dans les raisonnements et les calculs plus approfondis.

Il est clair que dans toutes les accidentalités mentionnées plus haut, leur probabilité doit décroître rapidement avec l'éloignement de la position de l'époque de maximum. Les météores paraîtront ici plutôt sporadiques que systématiques.

La condition (R) n'implique point la condition $\Sigma \delta\mu = 0$, et par conséquent la première étant satisfaite, les temps de révolution des météores après les perturbations peuvent devenir plus différents. Cette circonstance mène à la possibilité de l'apparation annuelle des météores qui, avant les perturbations, ont eu le même temps de révolution.

La périodicité annuelle des météores aux orbites troublées est soutenue aussi par les perturbations des autres grosses planètes. Les observations soigneuses pour plusieurs années donneront peut-être une réponse à la question, — s'étend-il le phénomène jusqu'aux mêmes limites chaque année ou non.

Enfin, la périodicité annuelle indique à son tour la répétition réitérée des éruptions aux approches de la comète au Soleil. La comète des Perséides, à son apparition en 1862 avait la queue anomale, d'où on peut conclure que des pareilles éruptions ont eu lieu à chacune des apparitions précédentes. Voilà pourquoi l'essaim de Perséides est assez abondant pour chaque année et assez dense pour quelques jours autour de l'époque (10.5 août).

Les météores pour lesquels Ω varie peu, ont pourtant des accroissements positifs ou négatifs d'inclinaison, c'est à dire l'aire de radiation à l'époque ou auprès d'elle s'accroît en latitude (et déclinaison), en haut et en bas. Nous avons parlé plus haut de la cause de son accroissement en longitude (et ascension droite). Dans notre article [1]), nous avons montré que l'aire de radiation s'étend de $+36°$ à $+73°$ en déclinaison et de 25° à 65° en ascension droite ayant pour les coordonnées de son centre

$$\alpha = 45°, \delta = +55°,$$

et nous avons encore rejeté quelques météores solitaires passés au-delà de ces limites de l'aire.

L'aire centrale de radiation, ayant près de 10° de diamètre, est formée par les météores, — et ils sont en majorité, — qui, par la position de

1) Bredikhine, Sur les Perséides observés en Russie en 1890. Bull. de l'Acad. Imp. d. sc. de St.-Pét. T. VII, p. 136.

leurs orbites par rapport à Jupiter (et autres grosses planètes), ne peuvent subir que des perturbations relativement insignifiantes. Le centre de cette aire coïncide, comme nous l'avons vu, avec le point radiant de la comète qui donne i égal à celui de l'orbite de la comète.

§ 5.

A mesure qu'on s'éloigne de l'époque de maximum, vers l'Est et vers l'Ouest, c'est à dire avant et après l'époque, l'inclinaison des orbites de météores doit diminuer de plus en plus. Dans notre article cité ci-dessus, nous avons montré moyennant un nombre considérable d'observations[1]) que pour le 5 août l'inclinaison est 59°3; pour le 14.5 août elle est 59°8, tandis que pour l'époque $i = 65°8$. Ainsi, l'inclinaison a diminué de 6°. Pour l'an 1891, j'ai à ma disposition quelques observations soigneuses faites le 30 jouillet, le 1 et le 18 août.

Le 30 juillet les observations sont faites à Poulkovo par Mrs. Sokoloff (s), Kostinsky (k) et Lebedeff (l). Le temps moyen de Poulkovo sera désigné par t.

		Appar.		Dispar.	
№	t	α	δ	α	δ
1 (s)	11^h59^m	41°0	+55°6	37°6	+65°5
2 (l)	»	45.9	53.6	44.0	57.6
3 (k)	12 7	8.6	18.8	7.1	11.2
4 (s)	12 51	6.4	58.8	0.5	59.2
5 (l)	»	7.7	60.0	0.1	60.2
6 (s)	13 21	6.7	29.6	26.0	32.7
7 (l)	»	17.8	32.3	44.0	38.7
8 (l)	13 40	18.7	38.9	15.5	36.0
9 (k)	»	21.8	43.0	17.0	37.0
10 (s)	»	25.0	+50.5	21.6	+46.8

Les moyennes pour les météores identiques, observés par les différents observateurs, sont:

1	11^h59^m	43°5	+54°6	40°8	+61°6
2	12 7	8.6	18.8	7.1	11.2
3	12 51	7.1	59.4	0.3	59.7
4	13 21	12.3	31.0	35.0	35.7
5	13 40	21.8	+44.1	18.0	+39.9.

1) Ibidem, p. 145.

Le premier météore reste solitaire; les autres donnent les radiants suivants:

1.	—(2,4)	$\alpha = 11^{\circ}0$	$\delta = +31^{\circ}0$
2.	—(3,5)	36.0	54.0.

Le 1 août les météores ont été observés par M. Razinkoff, à Novo-ghéorghievsk (gouvernement de Kherson):

		Appar.		Dispar.	
№	t	α	δ	α	δ
1	10^h15^m	$359^{\circ}3$	$+56^{\circ}6$	$13^{\circ}1$	$+58^{\circ}3$
2	11 30	31.6	44.7	37.4	41.5
3	11 50	26.7	33.7	18.3	33.2
4	11 55	45.9	56.4	50.7	51.8
5	12 50	29.7	62.8	43.2	58.4
6	12 35	35.4	46.8	33.6	52.9
7	12 52	21.0	62.9	21.8	66.4
8	12 53	31.3	+63.6	28.8	+69.4

Le météore № 1 est isolé; les radiants fournis par les autres sont:

1 — (2, 7)	$\alpha = 20^{\circ}$	$\delta = +50^{\circ}0$
2 — (4, 5, 8)	31	63.0
3 — (3, 6)	37	34.5.

En portant les radiants du 30 juillet et du 1 août sur une seule carte, nous aurons l'aire de radiation pour le 31 juillet, et les coordonnées de son centre, pour les 11^h0 t. moyen de Greenwich, corrigées pour la précession, sont:

$$\alpha = 27^{\circ}7, \qquad \delta = +46^{\circ}6.$$

Pour ce temps la longitude du Soleil $\lambda = 128^{\circ}22'$, et les calculs faits à l'aide des formules connues, nous donnent:

$$\begin{aligned} l &= 43^{\circ}44' & \theta &= 81^{\circ}42' \\ b &= 32\ 38 & \varepsilon &= 32\ 59 \\ l' &= 50\ 18 & \varepsilon' &= 55\ 39 \\ b' &= 54\ 47 & s &= 83\ 9, \end{aligned}$$

d'où

$$i = 55^{\circ}5.$$

L'anomalie parabolique pour l'angle s sera $v = +13^{\circ}9$, et c'est la distance entre le périhélie et le noeud descendant.

Pour nous il est très important de voir que l'inclinaison est de 10° moindre de celle pour l'époque de maximum. Son décroissement pour un jour est égal à 1°.

Bulletin M. S. III (XXXV) p. 209.

Prenons maintenant les observations faites à Poulkovo, le 18 août, par M. Lebedeff.

		Appar.		Dispar.	
№	t	α	δ	α	δ
1	10^h23^m	55°.9	+40°.6	55°.7	+39°.0
2	10 35	20.7	48.0	22.7	41.7
3	10 36	16.3	46.8	16.8	44.0
4	11 1	34.5	39.4	30.5	41.4
5	12 5	63.8	53.8	76.5	57.3
6	12 9	352.0	63.5	341.6	61.5
7	12 12	30.5	+50.9	38.5	+50.6

Pour les $9^h.3$ t. m. de Gr. on a les radiants:

1 —	(2, 3, 7)	$\alpha = 17°.4$	$\delta = +50°.0$
2 —	(4, 5)	37.5	38.0
3 —	(1, 6)	57.0	56.6.

Les coordonnées du centre de l'aire de radiation, corrigées pour la précession:

$$\alpha = 38°.0, \qquad \delta = +48°.3.$$

Pour ce temps $\lambda = 145°35'$, et puis on a:

l	$= 52°.7$	θ	$= 96°.0$
b	31.6	ε	31.6
l'	48.1	ε'	53.0
b'	53.2	s	94.5,

d'où $i = 53°.4$.

L'anomalie parabolique correspondante à l'angle s est $v = -9°.0$. L'inclinaison est de 12° moindre que celle de l'époque.

On ne peut pas laisser sans attention cette diminution d'inclinaison indiquée par nos raisonnements théoriques.

Outre les observations données ci-dessus, j'ai encore un petit nombre d'observations pour quelques jours entre la fin de juillet et le 5 août, et puis entre le 15 et le 18 août; mais avec des pareilles observations on doit attendre jusqu'à ce que toutes les nuits entre le commencement et la fin du phénomène seront remplies suffisamment, et les aires de radiation plus richement couvertes des radiants fournis par plusieurs années.

Enfin, je dois ajouter qu'on m'a communiqué quelques observations très soigneuses faites par M. Modestoff à Riazan, le 29 et le 31 août. Le temps ne lui permit pas de profiter des toutes les nuits de la seconde moitié du

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 210.

mois d'août, et par cela ses observations sont séparées du 18 août par un long intervalle. Par cette raison, je ne me sens pas en droit de regarder ces météores comme Perséides; mais la position de leurs radiants sur le ciel et plus encore la diminution considérable d'inclinaison seraient suffisantes pour les lier avec les Perséides.

En tout cas, et vu la possibilité que l'intervalle entre le 18 et le 29 août sera avec le temps rempli de radiants, je donne ici ces observations avec les résultats qu'elles m'ont fournis.

1891, 29 août.

		Appar.		Dispar.	
№	t	α	δ	α	δ
1	$11^h\ 7^m$	47°.4	+ 28°.0	46°.7	+ 26°.8
2	11 16	26.0	59.6	38.4	65.3
3	11 42	53.7	55.2	57.7	53.1
4	12 13	27.1	12.8	27.6	5.0
5	12 20	33.7	13.8	35.5	7.4
6	12 31	55.0	10.1	55.0	6.6
7	12 37	33.9	32.7	28.7	27.3
8	12 51	54.3	23.6	51.8	28.7
9	12 54	67.9	19.5	66.1	9.2
10	13 0	66.8	58.7	83.7	59.9
11	13 18	44.6	+ 40.3	40.4	+ 37.3

Le № 2 est isolé. Les points radiants pour les $10^h.4$ t. m. de Gr. sont:

1 — (4, 5)	$\alpha = 25°$	$\delta = + 39°$
2 — (3, 10)	52	56
3 — (6, 8)	55	22
4 — (1, 7, 9, 11)	77	54.

1891, 31 août.

		Appar.		Dispar.	
№	t	α	δ	α	δ
1	10^h50^m	39°.4	+ 41°.0	43°.3	+ 45°.2
2	10 56	32.0	32.7	26.7	36.2
3	11 21	72.0	45.7	73.4	41.5
4	11 29	60.6	50.0	67.6	53.9
5	11 44	55.1	43.0	56.5	40.3
6	11 50	37.0	+ 59.2	25.0	+ 51.7

Les points radiants pour les $9^h.4$ t. m. de Gr.:

1 — (1, 2)	$\alpha = 33°.0$	$\delta = + 32°.0$
2 — (4, 5)	54.5	45.5
3 — (3, 6)	60.0	61.5.

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 211.

En portant ces 7 radiants sur une seule carte, on obtient pour le 30 août, $9^h.9$ t. m. de Greenwich, une aire commune de radiation, et les coordonnées de son centre, corrigées pour la précession, seront:

$$\alpha = 51°.5, \qquad \delta = +44°.7.$$

Pour ce temps $\lambda = 157°19'$, et puis on obtient:

l	$= 60°45'$	θ	$= 103°18'$
b	$25\ 4$	ε	$25\ 49$
l'	$54\ 41$	ε'	$43\ 45$
b'	$42\ 18$	s	$99\ 9,$

d'où

$$i = 43°.0, \qquad v = -36°.6.$$

Il est important au plus haut degré que l'inclinaison est encore plus petite.

Pour le calcul de ε' moyennant ε, nous avons pris toujours la valeur parabolique $D = 0.7071$; mais cela n'a aucune influence sensible sur les résultats.

Il est intéressant de calculer pour quelque aire de radiation, soit, par ex., pour le 29 août, les éléments de ses points radiants caractéristiques, c'est à dire les valeurs i et v au noeud descendant.

Pour ce temps $\lambda = 156°11'$.

1) Point radiant le plus austral; $\alpha = 55°.7, \delta = +22°.1$

l	$= 58°.5$	ε	$= 8°.0$
b	2.3	ε'	13.7
l'	53.1	s	103.1
b'	3.9	i	4.0
θ	163.2	v	$-26.2.$

2) Point radiant le plus boréal; $\alpha = 52°.7, \delta = +56°.1$

l	$= 65°.4$	ε	$= 35°.8$
b	35.8	ε'	60.2
l'	64.2	s	91.0
b'	60.2	i	60.2
θ	91.1	v	$-2.0.$

3) Point radiant le plus oriental; $\alpha = 77°.7, \delta = +54°.1$

l	$= 81°.6$	ε	$= 34°.3$
b	31.0	ε'	57.8
l'	98.9	s	70.0
b'	50.7	i	55.4
θ	66.1	v	$+40.0$

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 212.

4) Point radiant le plus occidental; $\alpha = 25°.7$, $\delta = +39°.1$

l	$= 38°.7$	ε	$= 37°.4$
b	26.4	ε'	62.8
l'	13.0	s	127.3
b'	40.6	i	55.0
θ	133.0	v	$-74.6.$

L'inclinaison du point le plus haut de l'aire de radiation est inférieur à l'inclinaison de l'époque; quant au plan du point le plus bas, — il est tout près de l'écliptique.

D'un autre côté, les positions des périhélies (v) nous indiquent que la dispersion dans le plan des orbites, c'est à dire vers l'Est et vers l'Ouest, dépend de la variation de π et de l'angle σ, qui sont liés étroitement.

La variation de i laisse voir que les plans des orbites de météores, avant et après l'époque, ne sont point parallèles au plan de l'orbite de la comète, et ne convergent non plus vers quelque lieu déterminé sur elle. Cela se trouve en contradiction évidente avec l'admission d'un anneau de météores, où les orbites, ayant leur foyer commun au centre du Soleil, devraient converger vers un périhélie à peu près commun.

Il est presque inutile de rappeler ici que les aires de radiation éloignées de l'époque, ayant une étendue considérable, sont pauvres en radiants et cela rend peu exacte la détermination de leurs centres. On ne peut réparer ce défaut qu'en combinant les observations pour plusieurs années. Voilà pourquoi les observations loin de l'époque sont très importantes, et les amateurs rendront un service considérable à la science en observant vers ce temps et en traçant soigneusement les météores sur la carte. Ainsi il sera possible de soumettre à la critique les points radiants présentés comme les résultats des observations. Les radiants non accompagnés des pareilles cartes, ou des coordonnées, seront toujours plus ou moins douteux et pourront conduire aux conclusions arbitraires.

§ 6.

Qu'il nous soit permis maintenant de récapituler les raisonnements précédents sous la forme abrégée des résultats.

1. Lors de l'origine des météores, leurs orbites divergent déjà en faisceau conique embrassant quelques degrés. Dans l'abscence des fortes perturbations, l'aire de radiation ne dépasse ces quelques degrés, et le phénomène ne dure qu'un temps modique, — quelques heures, deux ou trois jours...

Dans l'essaim des Perséides et ses pareils, une partie de météores peut passer par les sphères d'activité des grosses planètes et y subir des perturbations très fortes et très variées.

2. Les météores dont la longitude du noeud varie très peu, doivent rester auprès de l'époque de maximum (pour les Perséides le 9, 10 et 11 août); mais ayant les inclinaisons et les longitudes du périhélie très variées, ils agrandissent l'aire de radiation de quelques degrés dans toutes les directions, en formant sur elle des radiants qui ont satisfait la condition (R) après toutes les péripéties de leurs passages par la sphère d'activité.

La partie centrale et plus dense de l'aire à l'époque est formée par les météores dont les orbites se trouvent dans les intervalles entre les grosses planètes et loin d'elles.

3. Les météores qui après un temps suffisant ont reçu la variation considérable du noeud dans deux directions, Est et Ouest, ont leurs inclinaisons de plus en plus petites, à mesure de l'éloignement de l'époque.

La différence des inclinaisons et de π au moment de l'origine sera sensiblement augmentée par les perturbations, et ainsi on n'aura nullement des points mais des aires de radiation pauvres en radiants; leurs centres, comme nous venons de le voir, ont des inclinaisons diminuant avec l'éloignement de l'époque.

Il y en a quelques détails dans le phénomène qui ne découlent pas librement de la théorie. Ainsi, la variation considérable du noeud est accompagnée et causée par la diminution de l'inclinaison, et pourtant aux noeuds éloignés de l'époque nous voyons simultanément des radiants aux inclinaisons petites et d'autres aux inclinaisons grandes; les seconds paraissent incompatibles avec les premiers. Mais dans ce cas on peut, à ce qu'il semble, indiquer une issue vers l'explication. En effet, les météores, dont les orbites ayant leurs noeuds déjà assez éloignés de l'époque vers l'Ouest et peu inclinées, peuvent accidentellement passer plus souvent par la bande où q ne varie pas, et par conséquent ils peuvent, grâce aux certaines valeurs de $\delta\pi$, satisfaire la condition (R). Ceux qui sont plus près du Soleil auront une nouvelle diminution de i, ceux qui en sont plus loin, auront une augmentation de i.

Ceux des météores de la bande médiane AB qui ont une petite inclinaison et les noeuds éloignés vers l'Est, peuvent acquérir l'angle σ assez petit, — à cause de la diminution de a, — conserver leur q, et remplir la condition (R) ayant passé même un nombre superflu de fois au-dessus ou au-dessous de l'axe yy; dans le premier cas l'inclinaison diminue d'avantage, dans le second — elle augmente comparativement à l'inclinaison de l'époque.

En faisant nos réflexions, nous avons eu en vue les premiers passages par la sphère d'activité. Pour les passages ultérieurs, — dans l'absence des perturbations sensibles d'autres planètes, — les météores doivent retourner à la position où ils avaient rencontré Jupiter; ainsi nous irons trouver ceux

Bulletin N. S. III (XXIV) p. 314.

d'entre eux qui ont satisfait la condition (R) dans des positions par essence peu différentes des positions initiales, seulement dans une quantité beaucoup plus petite. Par conséquent, on peut les assujettir aux mêmes raisonnements dans des traits généraux.

La question concernant le temps durant lequel les minutes de $\delta\,\Omega$ ont pu s'accumuler en degrés, — est tout à fait superflue. Elle correspond, par exemple, à la question — dans quel espace de temps s'est produit tel ou tel système de montagnes, ou telle ou telle formation géologique, etc. Les actions ont été petites, mais le temps a rendu grands les résultats. On peut et l'on doit dire seulement qu'en tout cas l'essaim des Perséides est très ancien, et qu'il se renforçait à chaque approche de la comète génératrice vers le Soleil. L'existence de la queue anomale en 1862 en est la preuve. Dans le passé très éloigné, probablement les éruptions avaient été plus abondantes. On doit attribuer à cette circonstance la densité considérable de radiants au milieu de l'aire de radiation à l'époque de maximum. Chaque éruption nouvelle produisait des radiants qui, à cause des perturbations, s'éloignaient de l'époque à l'Est et à l'Ouest à l'instar des ondes, en s'appauvrissant en nombre et en disparaissant totalement vers une certaine position du noeud.

Nous savons déjà[1]) que les météores produits par l'éruption ont des orbites qui se réunissent au noeud opposé en éventail, ayant près de 8 degrés d'ouverture, c'est à dire que ces orbites ont des inclinaisons à l'écliptique assez différentes. Cette circonstance produit à son tour des variétés dans les détails des passages par la sphère d'activité pour les météores qui ont une origine simultanée. Leurs perturbations seront aussi différentes et les radiants plus dispersés.

Puis, les météores proviennent non d'un seul point de l'orbite cométaire mais d'une longue série de points de cette orbite, et chaque point donne, pour une valeur de J correspondante, des météores dont l'éventail coupe l'écliptique sur l'orbite de Jupiter autour de la ligne des noeuds. Pour tous ces éventails les directions des tangentes aux orbites seront différentes, ce qui contribue aussi à la dispersion des radiants. Enfin les perturbations planétaires, indépendamment de la complication indiquée tout à l'heure, changent la valeur de π et par conséquent, lors de la rencontre avec la Terre, les directions des météores seront aussi différentes; et ces radiants dispersés dans le sens Est-Ouest.

En parlant des perturbations, nous nommions presque toujours une seule planète — Jupiter, car ses actions sont les plus fortes; mais les autres

1) Bredikhine, Sur l'origine des étoiles filantes. Bulletin de la Soc. des Nat. de Moscou. 1889, № 1.

grosses planètes ont aussi quelque influence sur le tableau de la disposition des radiants sur l'aire de radiation à l'époque, comme aux autres jours. Je reviendrai encore à ce sujet pour l'examiner plus en détail et pour déduire les valeurs numériques des actions de Saturne, Uranus et Neptune.

Après la question sur l'origine des Perséides et de leurs propriétés, se présente d'elle même la question — comment est devenue membre du système solaire leur comète génératrice, cette comète qui par les dimensions de son orbite et par sa grande inclinaison est tellement isolée des perturbations planétaires considérables. Ce serait un travail ingrat de produire sa trajectoire de quelque orbite parabolique moyennant les perturbations de quelque grosse planète. Il est plus simple d'admettre qu'elle s'est détachée de sa génératrice parabolique, à une distance modique du Soleil, à la suite d'une éruption. En supposant, par exemple, que l'éruption a eu lieu au noeud descendant, c'est à dire à la distance du Soleil presque égale à l'unité, on obtient les dimensions de l'ellipse de notre comète à l'aide des valeurs $j = 0.06$ et $J = 0$. Ces valeurs se trouvent moyennant nos formules (sur l'origine des étoiles filantes) après quelques approximations très faciles.

Il est intéressant que la valeur de j est de même ordre que les valeurs trouvées par nous maintes fois dans nos recherches sur les formes cométaires. La valeur j donnée ci-dessus est plus petite que celle adoptée pour les météores et déduite des phénomènes présentés par la comète de 1862, et c'est très naturel car la séparation d'une masse plus grande par le même choc doit être accompagnée d'une vitesse initiale plus petite.

Pour l'éruption à une plus grande distance r du Soleil j doit être encore plus petit.

La comète génératrice put s'éloigner dans l'infini de l'espace — ou sur la parabole initiale, ou même sur une hyperbole, car la réaction d'éruption lui a pu communiquer un choc dans la direction $J = 180°$.

Les formules de M. Callandreau, exposées dans son mémoire «Étude sur la théorie des comètes périodiques», Chap. III, étant plus développées pour l'application à notre théorie, pourraient servir, à ce qu'il paraît, à un examen plus approfondi et plus varié du phénomène de la dispersion des points radiants, causée par les perturbations. Pour le moment je me contente de l'exposé de mes idées dans leurs traits essentiels.

Jusqu'à présent il était impossible d'expliquer, à l'aide de la théorie admise, la dispersion des radiants sur plusieurs degrés et dans l'étendue de plusieurs jours. Si mes raisonnements sont les seuls vrais, — ils seront probablement développées aussi par d'autres personnes et appliquées à d'autres essaims, pareils à celui des Perséides.

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 216.

MÉLANGES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES
TIRÉS DU
BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG.
TOME VII.

Spectrum der „Nova Aurigae" 1892, beobachtet in Pulkowo. Von A. Belopolsky. (Lu le 13 mai 1892).

(Mit einer Tafel).

Obgleich die Nachricht von der Entdeckung der «Nova» schon am 2. Februar in Pulkowo eingetroffen war, so konnten die Spectraluntersuchungen doch erst am 6. Februar beginnen. Hieran hatte einerseits die Witterung schuld — besonders grosse Kälte und dunstige Luft — andererseits aber der Umstand, dass der neue Spectrograph, erst im December 1891 hier angelangt, noch an keinen der grossen Refractoren angebracht war. Es war überhaupt nicht beabsichtigt gewesen, die Arbeiten mit diesem Instrument bereits im Winter zu beginnen. Auch beim Erscheinen der «Nova» war es sehr bedenklich die zusammengekitteten Prismen des Spectrographen dem starken Frost (bis — 23° C.) auszusetzen.

Gegen den 10. Februar wurde es wärmer und ich entschloss mich den Spectrographen am 15-Zöller anzubringen; für den 30-Zöller war noch kein Adapter fertig.

Die Beobachtungen wurden im optischen Theil des Spectrums mit dem Auge gemacht; die Gegend zwischen H_β und H_δ — photographirt auf Platten hoher Empfindlichkeit entweder von Lumière, oder von Schleussner.

Der Spectograph (von Mech. Töpfer in Potsdam nach Angabe von Prof. H. C. Vogel construirt) ist ganz identisch mit dem Potsdamer. Mit zwei Rutherford'schen Prismen giebt er starke Dispersion, eine schwache dagegen bei Benutzung nur eines Prismas. Letzteres wurde bei den Beobachtungen der «Nova» angewandt.

Die Länge des Spectrums vom rothen bis zum violetten Ende beträgt etwa 60 mm. und von H_β bis H_δ 27 mm.

Für die Beobachtungen des optischen Theils fehlte mir das zum Instrument gehörende Mikrometer, welches vom Mechaniker bis jetzt noch nicht abgeliefert werden konnte. Ich benutzte ein provisorisch von mir selbst construirtes, ziemlich grobes Mikrometer, welches die Lage der Linien nur bis auf 10 — 15 Ångström'sche Einheiten zu bestimmen erlaubte. Als Vergleichspectrum verwandte ich das Spectrum des Wasserstoffs, des Mg,

Na und für die Spectrogramme auch Fe. Den electrischen Strom erhielt ich von 2 — 4 Bunsen'schen Elementen und einer Rumkorff'schen Rolle von mittleren Dimensionen.

Ausserdem beobachtete ich das Spectrum mit einem Ocularspectroscop von Vogel, welches am hiesigen grossen Heliometer ($7^1/_2$ Z. Öffn.) angebracht wurde, ohne Cylinderlinse.

---

6. Februar. Im Ocularspectroscop konnte ich nur die helle Linie *F* und einige Linien im grünen Theil des Spectrums sehen.

15. Februar. Mehrere helle Linien gesehen, aber in Ermangelung eines Messaparates konnte ich keine Messungen anstellen.

16. Februar. — 21° C. Dunstige Luft. Zwei leider erfolglose Aufnahmen bei 1- und 2-stündiger Exposition gemacht.

17. Februar. Die directe Vergleichung der Spectra des Sterns und des Wasserstoffs ergiebt heute, dass 4 helle Linien des Sternspectrums mit den 4 allerhellsten Linien des Wasserstoffs coïncidiren, nämlich mit H_α, H_β und zwei Linien, deren W. Längen nach Hasselberg $493^{\mu\mu}.2$ und $501^{\mu\mu}.7$ betragen. Alle übrigen Linien sind sehr schwach und liegen in der Nähe von der b-Gruppe, $531^{\mu\mu}$, $557^{\mu\mu}$ und D; an diesem Tage wurde kein Versuch gemacht das Sternspectrum zu photographiren.

19. Februar. Ich sehe deutlich 13 helle Linien, deren Lage ich mit der oben erwähnten Messvorrichtung zu bestimmen suche. Kein Spectrogramm.

20. Februar. Es sind 11 helle Linien, grösstentheils dieselben, wie am 19. Februar zu sehen. Ich benutze als Vergleichspectrum das Spectrum von Mg. Die Linien scheinen nur zum Theil mit denen des Sterns identisch zu sein *(b)*.

21. Februar. 9 Linien zu sehen. Die Vergleichung des Stern- und Na-Spectrums deutet darauf hin, dass eine helle Linie im Sternspectrum nicht ganz mit *D* coïncidirt.

Der Character der Linie scheint auch dem der Na-Linie nicht ähnlich zu sein. Die b-Gruppe coïncidirt wahrscheinlich auch nicht mit den Mg-Linien, die Linien des Sternspectrums liegen näher zum violetten Ende.

22. Februar. Eine Platte wurde bei engem Spalt 3 Stunden lang exponirt, hat aber nur das künstliche Wasserstoffspectrum 2^r Ordnung gegeben. $T = -8°$ Cels.

23. Februar. Eine Platte wurde 4 Stunden lang exponirt bei einer Spaltbreite von $0^{mm}.07$. Das Spectrum wurde erhalten, war aber von dem künstlichen Wasserstoffspectrum 2^r Ordnung maskirt. Die Platte war mit Erythrosin gefärbt. $T = -5°$ Cels.

24. Februar. Bei 5-stündiger Expositionsdauer wurde ein Spectrogramm erhalten. Spectrum sehr schmal, fast fadenförmig. Gewöhnliche Platte. Spalt $0^{mm}.07$. $T = -5°$ Cels.

26. Februar. $5^1/_2$-stündige Exposition ergab ein an Details reiches Spectrogramm. Spalt $0^{mm}.07$. $T = -5°$ Cels.

27. Februar. Bei gleicher Expositionsdauer ebenfalls ein Spectrogramm erhalten. Spalt $0^{mm}.07$. $T = -5°$ Cels.

1. März. Spectrum photographirt und mit dem Auge beobachtet. Spalt $0^{mm}.05$. $T = -16°$ Cels. Im optischen Theil scheinen die Linien sich schärfer vom continuirlichen Spectrum abzuheben. Dunkle Linien sind auch zu sehen. Die hellen Linien haben das Aussehen von breiten Bändern, vielleicht granulirt. Gegen das V.-Ende nach *F* nimmt die Intensität rasch ab.

2. März. Schönes Spectrogramm bei 5-stündiger Exposition mit einer Spaltbreite von $0^{mm}.07$. $T = -13°$ Cels. Im optischen Theil sehe ich heute deutlich, dass die helle *F*-Linie nicht mit der künstlichen coïncidirt; sie ist gegen das rothe Ende verschoben. Die Linien bei $493^{\mu\mu}$ und $502^{\mu\mu}$ scheinen an Helligkeit abgenommen zu haben.

3. März. Spectrogramm bei 5-stündiger Exposition. Spalt $0^{mm}.07$. $T = -13°$ Cels. Im optischen Theil des Spectrums scheint eine allgemeine Abnahme der Intensität stattgefunden zu haben. Der Character bleibt derselbe.

9. März. Spectrograph vom 15-Zöller abgenommen.

11. März. Beobachtungen am Heliometer mit Hilfe des Ocularspectroscops. Der Stern ist etwa 7. Gr. Das Spectrum hat am rothen Ende an Glanz stark zugenommen. Die *C*-Linie ist äusserst hell und vom ganzen Spectrum durch ein intensives dunkles Band getrennt. Am anderen Rande dieses Bandes vermuthe ich eine 2. rothe Linie. Alle anderen Linien sind weit schwächer als früher geworden, aber ich sehe noch *D*, *b*, $502^{\mu\mu}$, $493^{\mu\mu}$ und *F*. Im V.-Theil ist nichts su sehen. Die rothe Linie ist überraschend hell. Der Stern selbst hat eine rothe Färbung.

12. März. Der Spectrograph ist wieder an den 15-Zöller angebracht. Dieselben Linien wie früher; die *C*-Linie wie gewöhnlich. Eine Aufnahme des Spectrums bei 5 Stunden Expositionsdauer und breitem Spalt ergiebt nur einen geringen Theil des Sternspectrums.

15. März. Beobachtungen am Heliometer. Im Spectrum der «Nova» scheint *F* am hellsten zu sein. Die Linien *b* und *D* sind noch recht gut zu

sehen. Die *C*-Linie sehr schwach, wie überhaupt das rothe Ende des Spectrums. Der Stern selbst hat eine rothe Färbung jedoch weit geringer, als am 11. März.

16. März. Am 15-Zöller. Die hellste ist die *F*-Linie, dann *b*. Die Lage von 5 Linien wurde gemessen.

18. März. Am Heliometer. Das Spectrum ist sehr schwach, obgleich die hellen Linien noch recht deutlich zu sehen sind, besonders die *F*-Linie. Dunst.

22. und 25. März. Der Stern ist so schwach, dass selbst mit dem Ocularspectroscop im Spectrum nichts Deutliches zu sehen ist. Damit schliessen die Beobachtungen.

Die Messungen der Lage der hellen Linien im optischen Theil des Spectrums haben im Mittel aus 6 Beobachtungstagen die folgenden W. L. gegeben:

Nova.	Wasserstoff.	Anzahl der Messungen.
464$^{\mu\mu}$	464$^{\mu\mu}$	1
481	483	1
486 (*F*)	486	6
493	494	6
501	502	6
516	519	6
525	525 oder 527	2
530	530	4
557	556 ?	4
588 (*D*?)	589	3
606	603 oder 607	1
631	630	1
656 (*C*)	656	4

Die W. Längen des Wasserstoffs gehören den lichtstärksten Linien an, die man in Hasselberg's[1]) Verzeichniss findet.

Die geringe Genauigkeit vorstehender Messungen erlaubt keinen sicheren Schluss auf die Identität der Linien des Stern- und Wasserstoffspectrums zweiter Ordnung.

---

1) B. Hasselberg, Das zweite Spectrum des Wasserstoffs. Mémoires de l'Académie Imp. des sc. de St. Pétersbourg T. XXX, № 7 et T. XXXI, № 14.
Bulletin N. S. III (XXXV) p. 402.

Bei der nur provisorischen Justirung des Spectrographen am 15-Zöller konnte die Geischler'sche Röhre nur in einer Distanz von 20 cm. vom Spalt angebracht werden. Deswegen konnte der Stern nicht zu gleicher Zeit mit dem künstlichen Wasserstoffspectrum photographirt werden, da letzteres bei der äusserst langen Exposition eine Menge Linien gegeben und das verhältnissmässig schwache Spectrum des Sterns maskirt hätte. Dies war auch wirklich der Fall am 23. Februar. Ein genügend starkes Spectrum des Wasserstoffs erhielt man schon nach 10 — 15 Minuten Exposition. Dabei hat man aber den Nachtheil, dass der Stern im dunkeln Spalt gehalten werden muss.

Um dies zu erreichen brachte ich auf dem Spalt ein Diaphragma an, welches denselben durch eine enge Scheibe in zwei gleiche Stücke theilte. Der Stern wurde auf dem Rande dieser Scheibe gehalten.

Die detailirte Beschreibung der erhaltenen Spectrogramme soll weiter unten bei Mittheilung der Wellenlängen gegeben werden.

Die Ausmessung der Spectrogramme geschah mit einem dazu eingerichteten, dem Potsdamer ganz ähnlichen Mikroscop. Wegen der Schwäche der Details war es wünschenswerth die Vergrösserung des Mikroscops kleiner zu machen, da die schwächste (etwa 12 Mal) noch zu stark für diese Messungen war. Eine Combination der vorhandenen Linsen hat zu einer 5-maligen Vergrösserung geführt, was für unsere Zwecke ganz genügend erschien.

Bei Untersuchung der feinsten Details hat eine Cylinderlinse, unmittelbar auf das Spectrogramm gelegt, gute Dienste geleistet. An die Messungen muss dann wegen Refraction der Strahlen der Linse eine kleine Reduction angebracht werden. Diese Vorrichtung benutzte ich übrigens nur ein Mal. Die Messungen wurden nur bei bedecktem Himmel gemacht. Bei klarem Wetter geht vieles von den Details verloren. Die Schraube der Messvorrichtung wurde untersucht, jedoch brauchten die sehr kleinen Fehler bei der angewandten Dispersion nicht berücksichtigt zu werden.

Die Messungen wurden grösstentheils zwei Mal, an verschiedenen Tagen, und zwar an den Originalspectrogrammen und an diapositiven Copien derselben angestellt. Für die Reduction der Angaben der Schraube auf Wellenlängen benutzte ich zwei Spectrogramme der Venus, welche am 22. Februar und 1. März unmittelbar vor der Exposition des Sterns genommen wurden.

Als Fundamentallinien wurden die folgenden gewählt:

μμ	μμ
486.16	432.62
466.80	430.82
454.99	427.17

448.24	422.70
445.50	420.21
441.53	414.40
440.50	410.20
438.40	409.25
435.22	407.19
434.07	404.61

Ich hielt mich theils an das Potsdamer System, theils an die Wellenlängen des Rowland'schen Atlas.

Die Coefficienten der Formeln zur Verwandlung der gemessenen Distanzen in W. Längen wurden nach dreimaliger unabhängiger Messung dieser Linien nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet. Ich erhielt so die folgenden Formeln:

22. Februar. $T = -7°$ Cels. .

$$\lambda = 434.07 + [9.7864]\, r + [9.3428]\, r^2 + [8.9393]\, r^3$$
$$\lambda = 434.07 - [9.7911]\, r + [9.2977]\, r^2$$

1. März. $T = -15°$ Cels. .

$$\lambda = 434.07 + [9.7864]\, r + [9.3428]\, r^2 + [8.9393]\, r^3$$
$$\lambda = 434.07 - [9.7861]\, r + [9.2301]\, r^2$$

Die Zahlen in Klammern sind log.; r ist die Distanz zwischen H_γ und Linie in Umdrehungen der Schraube ausgedrückt. Diese Formeln stellen die Wellenlängen der benutzten Hauptlinien mit dem mittleren Fehler $\pm$ 0.03 dar, eine Genauigkeit, die bei der angewandten Dispersion genügend erscheint.

Was den Einfluss der Temperatur auf die Coefficienten der Formeln anbetrifft, so besteht ein solcher im Intervall $H_\beta - H_\gamma$ offenbar nicht. Nur von $H_\gamma - H_\delta$ ist ein kleiner Einfluss zu bemerken, den ich auch nach der Formel

$$\Delta\lambda = (-0.009\, r + 0.0286\, r^2)\,(15° - T)$$

berücksichtigt habe; T bezeichnet Temperatur unter 0°.

Es ist zu bemerken, dass der grösste Theil der Linien der «Nova» im Intervall $H_\delta - H_\gamma$ liegt. Die Realität der Temperaturformel ist übrigens bei den Messungen der künstlichen H_δ Linie auf den Spectrogrammen bestätigt worden.

In der folgenden Tafel sind mit Benutzung obiger Formeln die Wellenlängen aller sicher gesehenen oder auch nur vermutheten Linien angegeben.

Ob alle Linien reell, oder einige von ihnen kleinen Fehlern der Platten zuzuschreiben sind, kann durch Vergleichung aller meiner Spectrogramme nur theilweise entschieden werden. Darum gebe ich sie alle ohne bei der Streichung der zweifelhaften die Verantwortung auf mich zu nehmen. Ich bemerke hier, dass ich bei der Beschreibung meiner Spectrogramme häufig den Ausdruck «Band» benutzt habe. Dieser Termin wird in der Spectralliteratur für bestimmte Details der Spectra gebraucht. Ich meine damit nur breite Spectrallinien zum Unterschied von feineren.

Tafel der Wellenlängen im Spectrum der „Nova Aurigae".

1892. Febr. 24. μμ	Erläuterungen.	1892. Febr. 24. μμ	Erläuterungen.
487.01, 484.58	Ränder der hellen *F*-Linie, kaum sichtbar.	442.68, 442.31, 441.57	Drei helle Linien, sehr zweifelhaft.
462.93, 461.94	Ränder einer dunkeln Linie.	440.50	Dunkle feine Linie.
461.94, 460.72	Ränder einer hellen Linie.	436.11	Helle feine Linie.
		435.61	Helle feine L., zweifelhaft.
460.72, 459.62, 459.31	Ränder eines dunkeln Bandes mit einer hellen Linie in der Mitte.	435.16	Rand der hellen H_γ-Linie.
		434.91, 434.31	Intensitätsmaxima in der hellen H_γ-Linie.
458.95	Helle; zweifelhaft.	433.65	Rand der hellen H_γ Linie.
457.09, 456.08	Ränder einer dunkeln Linie.	433.32	Helle Linie in der dunkeln H_γ-Linie.
456.08, 455.41, 454.75, 454.20	Ränder eines hellen Bandes mit zwei Intensitätsmaxima in der Mitte.	432.52	Helle Linie, entschieden ein Fehler der Platte.
		432.09	Rand der dunkeln H_γ-Linie.
452.35, 452.02, 451.23, 450.56	Ränder eines hellen Bandes mit zwei Intensitätsmaxima in der Mitte.	423.70, 423.26, 422.90, 422.60	Ränder eines hellen Bandes mit zwei Intensitätsmaxima in der Mitte.
		422.66, 421.75	Ränder eines dunkeln Bandes.
447.19, 445.83, 444.12	Drei helle feine Linien, deren Realität jedoch zweifelhaft ist.	410.86, 410.43	Ränder der hellen H_δ-Linie.
443.73, 442.80	Ränder eines dunkeln Bandes	409.63	Sehr unbestimmt und schwach.

Die Messungen wurden nur an einem Tage und zwar an dem sehr schmalen Spectrogramm des Sterns ausgeführt. Jede Einstellung wurde mindestens 4 Mal wiederholt. Künstliches Spectrum fehlt. Vergr. 5 M.

1892. Febr. 26.	Erläuterungen.
$\mu\mu$ 487.78*	Ränder der hellen F-Linie, kaum sichtbar.
485.35	
485.35*	Ränder der dunkeln F-Linie.
483.45*	
486.16*	Künstliche F-Linie.
471.57*	Helles Band mit hellen Linien. Sehr zweifelhaft.
470.69*	
470.00*	
467.35*	Drei helle Linien, zweifelhaft.
466.83*	
466.30*	
465.90	Dunkle Linie.
465.54*	Ränder eines hellen Bandes.
465.09*	
463.68*	Ränder eines hellen Bandes mit einer hellen Linie in der Mitte.
462.75*	
461.63*	
458.98	Breites Band, vielleicht eine Gruppe.
458.50*	
458.05	
457.26	
456.33	Drei helle Linien, ziemlich schwach.
455.56	
454.73	
454.08	Zweifelhafte Linie.
452.65	Gruppe heller Linien, die zwei ersten sind vielleicht Ränder einer einzigen Linie.
451.84	
451.23	
450.69	
450.39	Dunkles Band mit zwei hellen Linien.
450.11	
449.80	
449.46	
449.46	Helle Linien.
448.48	

1892. Febr. 26.	Erläuterungen.
$\mu\mu$ 447.30	Vielleicht eine doppelte helle Linie.
446.64*	
444.78	Doppelte helle Linie.
444.15	
443.28*	Helle Linie, zweifelhaft.
	Dazwischen ein dunkles Band.
442.65	Helles Band mit zwei hellen Linien in der Mitte.
441.95*	
441.56*	
441.42	
439.68	
439.34	
436.01	Rand der hellen H_γ-Linie.
435.82	Erstes Hauptintensitätsmax. der hellen H_γ-Linie.
435.77*	
435.52*	
435.02	Zweites Hauptint.-max.
434.47	Ränder eines breiteren Intensitätsmaximum.
433.59	
433.21	Helle Linie in der dunkeln H_γ-Linie.
432.04	Rand der dunkeln H_γ-Linie.

Zwischen dem verwaschenen Rand W. Länge $433^{\mu\mu}56$ und der hellen Linie $433^{\mu\mu}21$ scheint eine scharfe dunkle Linie zu sein; es sind vielleicht noch zwei, die eine mit W. Länge $432^{\mu\mu}46$.

431.94	Helle Linien.
431.51	
430.60	
430.13	

1892. Febr. 26.	Erläuterungen.
427.75 μμ 425.28	Helles breites Band. Zweifelhaft.
425.28 423.88	Dunkle Linie.
423.70 423.02	Eine doppelte Linie im hellen Band.
422.83 μμ 421.44	Dunkle Linie.
410.90* 409.98*	Ränder der hellen H_δ, sehr schwach.
410.20	Künstliche H_δ-Linie.

Die Platte wurde an zwei Tagen gemessen. Die künstlichen Linien sind etwas zu stark und deshalb verwaschen. Kreuze bezeichnen, dass die Linien nur ein Mal gesehen, oder gemessen wurden. Vergr. 5 Mal.

1892. Febr. 27.	Erläuterungen.
486.14 μμ	Künstliche F-Linie.
459.69 458.06	Ränder eines hellen Bandes, der 2te scharf. Vielleicht 3 Linien.
	Dazwischen ein dunkles Band.
457.48*	
	Dazwischen eine dunkle Linie
456.35 455.95* 455.49	Helles Band mit drei Intensitätsmaxima.
454.78	
	Dazwischen eine dunkle Linie.
453.93 453.33*	Helle Linien in der dunklen zwischen den hellen Bändern.
452.83 452.16 451.35 450.59	Helles Band mit 4 Intensitätsmaxima; die 2 ersten sind kaum getrennt, das letzte am schärfsten.
449.99*	Helle L. im dunklen Band.
449.14* 446.58	Ränder eines hellen Bandes; der zweite scharf.
	Dazwischen ein dunkles Band.
445.83* 445.35* 444.86 444.34*	Helles Band mit Intensitätsmaxima und Linien.
442.26 441.53	Helles Band mit zwei Intensitätsmaxima.
439.42* 438.74* 437.84*	Helle Linie, zweifelhaft.
435.63	Rand und hellster Theil der hellen H_γ-Linie.
435.28*	Intensitätsmaxima.
435.00	Hell.
434.41 434.21 433.83	Ränder eines doppelten Intensitätsmaximum.
433.75	Rand der hellen H_γ-Linie.
433.17	Helle Linie in der dunklen H_γ-Linie.
432.09	Rand der dunklen H_γ-Linie.
431.97? 431.30 431.22*	Intensitätsmaxima im hellen Bande.
430.56	Zweifelhaft.
430.01* 429.16*	Helles Band.
427.37* 426.97* 426.24*	Helle L. im hellen Bande.
424.37 423.71*	Helles Band mit Linien.
422.91 422.51*	Zweifelhaft.
421.83	Helle, ziemlich sicher.
410.20	Künstliche H_δ.

Die Messungen wurden 2 Mal gemacht, auf einer Copie und auf der Originalplatte. Kreuze bezeichnen diejenigen Details, welche nur ein Mal gesehen oder gemessen sind. Vergr. 5 Mal.

1892. März 1.	Erläuterungen.
461.64 μμ 461.12	Zwei helle Linien; äusserst schwach.
460.33*	Helle Linie zweifelhaft.
459.33 458.08	Ränder eines hellen Bandes.
456.28* 455.36 454.64 453.86	Helle Liniengruppe.
	Dazwischen ein dunkles Band.
452.14 451.19 450.51	Helle Liniengruppe.
449.65* 448.91	Helle Linie, zweifelhaft.
446.61*	
441.99* 441.49*	Helle Linien.

1892. März 1.	Erläuterungen.
439.53* μμ 439.19* 438.62*	Helle Gruppe.
435.72*	Rand der hellen H_γ und deutliches Intensitätsmax.
435.02* 434.49*? 433.80*	Intensitätsmaxima in der hellen H_γ.
433.64*	Rand der hellen H_γ.
433.05*	Helle L. in der dunklen H_γ.
432.34*	Helle L. in der dunklen H_γ.
431.97*	Rand der dunklen H_γ.
431.76* 431.13* 430.54* 427.33* 426.92*	Helle Linie.
424.46* 424.07*	Helles Band.
410.20*	Künstliche H_δ

Spectrum schwach und die Messungen schwierig. Es sind nur einige Linien zwei Mal unabhängig gemessen worden; alle mit einem Kreuz bezeichneten sind nur ein Mal gemessen. Vergr. 5 Mal.

1892. März 2.	Erläuterungen.
486.18 μμ	Künstliche F-Linie.
461.49 460.88	Schwer sichtbar.
458.98 Verwaschen 458.08 Deutlich	Helle Linien.
456.79	Zweifelhaft.

1892. März 2.	Erläuterungen.
456.21 μμ 455.52 454.64	Gruppe heller Linien.
454.15	Dunkle Linie, deutlich.
454.01	Helle Linie.

1892. März 2.	Erläuterungen.
μμ	
452.00	Gruppe heller Linien.
451.25	
450.54	
	Dazwischen eine dunkle Linie.
449.77	Helle Linie, etwas zweifelhaft.
449.44	
447.96	
447.28	
446.62	Feine.
445.78	Helle Linie etwas zweifelhaft.
445.49	
444.84	Ränder eines hellen verwaschenen Bandes; vielleicht zwei Linien.
444.36	
442.31	Verwasch.
441.49	Ränder eines hellen Bandes mit Linie oder Intensitätsmaximum.
441.15	Scharf.
439.81	Helle Linie zweifelhaft.
439.16	Drei sehr feine helle Linien.
438.66	
438.19	
437.71	Helles Band.
437.18	
436.07	Rand der hellen H_γ-Linie.
435.49	Intensitätsmaxima in der hellen H_γ-Linie.
434.96	
434.46	
434.36	Ränder eines breiteren Intensitätsmaximum; vielleicht drei helle Linien.
433.93	
433.69	

1892. März 2.	Erläuterungen.
μμ	
433.16	Zwei helle Linien in der dunklen H_γ-Linie.
432.55	
432.09	Rand der dunklen H_γ-Linie.
431.88	Helle Linien.
431.30	
430.85	Dunkle Linie.
430.54	Helle Linie.
430.28	Dunkle Linie.
429.99	Helle Linie.
429.14	Helle Linie, zweifelhaft.
426.65	Helle Linie.
425.91	Helle Linie.
425.50	Helle verwaschene Linien, von denen die letzte am schärfsten ist.
423.89	
423.57	
423.05	
422.62	Helle Linie.
418.39	Helles Band, vielleicht drei Linien.
417.64	
416.92	
411.41	Ränder der hellen H_δ-Linie; äusserst schwach.
409.74	
409.24	Helle Linie in der dunklen H_δ-Linie.
408.61	
408.24	Rand der dunklen H_δ und zwei Ränder eines hellen Bandes. Schwach.
407.53	

Die Messungen sind direct auf dem Spectrogramm und auf positiven Copien desselben, im Ganzen drei Mal, ausgeführt. Vergr. 5 Mal.

Nach diesem wohl besten Spectrogramm ist die unten beigelegte Zeichnung des Spectrum gemacht worden. Letztere enthält nur Linien, die mit blossem Auge, oder mit Hilfe einer schwachen Lupe sichtbar sind. Die Zeichnung wurde nach eigenen, mittelst eines feinen Glasgitters ausgeführten Messungen von Herrn M. Morin angefertigt. Nach Photographiren dieser Zeichnung im Maassstabe der Originalplatte konnte diese Copie direct mit dem Spectrogramm verglichen werden. Die Ähnlichkeit liess nichts zu wünschen übrig.

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 409.

1892. März 8.	Erläuterungen.	1892. März 8.	Erläuterungen.
μμ		μμ	
459.01*	Ränder eines hellen Bandes, vielleicht zwei L. Schwach.	435.68*	Intensitätsmaxima in der hellen H_γ-Linie.
458.01*		434.87	
456.12	Helle Linie.	434.37	Ränder eines breiten Intensitätsmaximum.
455.50		433.78*	
454.66		433.61	Rand der hellen H_γ-Linie.
452.07*	Gruppe heller Linien zwischen welchen dunkle zu vermuthen sind.	433.14	Helle Linien in der dunklen H_γ-Linie.
451.84*		432.69	
451.25		432.12	Rand der dunklen H_γ-Linie.
450.52*		431.60	Helles Band mit Intensitätsmaxima.
449.56		430.62*	
448.75	Helle Linien.	430.38*	
447.88		429.70	Ränder eines dunklen Bandes.
447.06		428.27*	
442.31	Ränder eines hellen Bandes.	427.83	Verwaschenes helles Band mit hellen Linien.
441.05		427.51*	
440.23*	Helle Linien.	426.47	
439.54*		423.80	Helles Band, vielleicht helle Linien.
438.23*	Eine helle L., zweifelhaft.	422.99	
437.68	Helle Linien, zweifelhaft.	422.50	
437.12*		410.69*	Ränder eines hellen Streifens; kaum sichtbar.
436.51*		409.73*	
436.07	Rand der hellen H_γ-Linie.		

Die Messungen sind auf dem Spectrogramm und einer positiven Copie desselben ausgeführt. Die nur ein Mal gesehenen oder gemessenen Linien sind mit einem Kreuz bezeichnet. Wegen zu kurzer Exposition sind die künstlichen Linien nicht herausgekommen. Vergr. 5 Mal.

Zusammenstellung der Wellenlängen für die auf den 6 Spetrogrammen erhaltenen Linien.

Februar			März			«Nova»	
24.	26.	27.	1.	2.	3.	Mittel	*H*
						μμ	μμ
(485.80)	486.57					486.57	
	484.40					484.40	
	471.57					471.57	
	470.69					470.69	
	467.00					467.00	
	467.35					467.35	
	466.83					466.83	
	466.30					466.30	
	465.90					465.90	
	465.31					465.31	
	462.75					462.75	
462.43	462.65					462.54	
461.33			46138	46119		461.30	461.87
460.01			46033			460.17	
459.62		45969	45933			459.55	
458.95	458.98			45898	45901	458.98	
	458.05	45806	45808	45808	45801	458.06	458.06
		45748				457.48	
456.59				45679		456.69	
456.08	456.33	45635	45628	45621	45612	456.23	
		45595				455.95	
455.41	455.56	45549	45536	45552	45550	455.47	
454.75	454.73	45478	45464	45464	45466	454.70	
454.20				45415		454.18	
	454.08	45393	45386	45401		453.97	
		45333				453.33	
		45283				452.83	
452.02	452.24	45216	45214	45200	45207	452.10	
					45184	451.84	
451.45						451.45	
451.23	451.23	45135	45119	45125	45125	451.23	
	450.69	45059	45051	45054	45052	450.57	
	450.11	44999				450.05	
	449.92	44987		45016		449.98	
	449.80		44965	44977		449.74	
	449.46			44944	44956	449.49	
			44891		44875	448.83	
	448.48					448.48	
				44796	44788	447.92	
447.19	447.30			44728	44706	447.21	

Februar			März			«Nova»	
24.	26.	27.	1.	2.	3.	Mittel	*H*
						μμ	μμ
	446.64	44658	44661	44662		446.61	
445.83		44583		44578		445.81	
		44535		44549		445.42	
	444.78	44486		44484		444.83	
444.12	444.15					444.14	
		44434		44436		444.35	
443.27	443.28					443.28	
442.68	442.65					442.67	
	441.95		44199			441.97	
442.31		44226		44231	44231	442.30	
441.57	441.56	44153	44149	44149		441.53	441.35
	441.42			44115	44105	441.21	
440.50						440.50	
					44023	440.23	
	439.68			43981		439.75	
	439.34	43942	43953		43954	439.46	
			43919	43916		439.17	
		43874	43862	43866		438.67	
				43819	43823	438.21	
		43784		43771	43768	437.74	
				43718	43712	437.15	
					43651	436.51	
436.11	436.01			43607	43607	436.07	
435.61	435.82	43563	43572	43549	43568	435.66	
	435.77					435.77	
	435.52			43549		435.50	
435.16		43528				435.21	
434.91	435.02	43500	43502	43496	43487	434.96	434.71
			43449	43446	43437	434.44	434.07
		43421				434.21	
433.98	434.03	43408	43406	43403	43399	434.03	
		43383	43380	43393	43378	433.84	
433.65	433.59	43375	43364	43369	43361	433.66	
433.32	433.22	43317	43305	43317	43313	433.17	
(432.52)			43234	43255	43269	432.53	
432.09	432.04	43209	43197	43209	43212	432.07	
	431.94	43197	43197	43188		431.94	
			43176		43160	431.68	
	431.51	43130		43130		431.37	
		43122	43113			431.18	
				43085		430.85	
	430.60	43056	43054	43054	43062	430.53	
					43038	430.38	

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 412.

Februar				März		«Nova» Mittel	H
24.	26.	27.	1.	2.	3.	μμ	μμ
				43028		430.28	
	430.13					430.13	
				42999		429.99	
		42959				429.59	
				42914		429.14	
					42899	428.99	
					42783	427.83	
		42737	42733		42751	427.42	
		42697	42692			426.95	
	426.52			42665		426.59	
		42624			42647	426.36	
				42591		425.91	
				42550		425.50	
	424.58					424.58	
		42437	42446			424.41	
			42407			424.07	424.27
	423.70	42371		42389	42380	423.77	423.59
				42357		423.57	
423.18		42344			42340	423.34	423.33
423.26						423.26	
422.90		42295		42305	42299	422.97	423.29
		42251		42262	42250	422.54	422.20
422.21	422.14					422.18	
		42183				421.83	
				41766		417.66	417.71
				41764		417.64	417.65
410.65	410.44			41058	41021	410.47	410.20
409.63						409.63	
				40924		409.24	
				40861		408.61	
				40789		407.89	

W. L. derjenigen L., welche die Zeichnung enthält.

Nova	Nova
μμ	μμ
458.98	453.97
458.06	
	452.10
456.23	451.23
455.47	450.57
454.70	449.74

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 413.

Nova	Nova
μμ	μμ
446.61	432.86
	432.53
444.83	
444.35	431.37
	430.53
442.30	429.99
441.53	
439.75	426.59
	425.91
439.17	
438.67	423.77
438.21	423.57
	422.95
435.66	422.54
435.01	
434.03	409.74
433.18	

In der Columne H sind die W. L. der hellsten L. des 2^ten Spectrum des Wasserstoffs nach Hasselberg. Wir besitzen noch keine Spectrogramme anderer Himmelskörper und können deswegen keine detailirte Untersuchung der L. hier unternehmen. Der mittlere Fehler jeder Bestimmung kommt aus der Zusammenstellung zu $\pm 0^{\mu\mu}04$ bis $\pm 0^{\mu\mu}08$ heraus.

Wenn man die Pulkowaer Spectrogramme aufmerksam untersucht, so findet man, dass die Linien zweierlei Art sind. Die Hauptlinien des Wasserstoffs H_β, H_γ, H_δ und im optischen Theil auch H_α sind sehr breit und hell, dabei hat jede von ihnen an der stärker brechbaren Seite eine starke dunkle Linie. Ohne Zweifel sind die dunklen Linien gegen ihre Normallage stark verschoben.

Alle anderen Linien sind lichtschwach und fein, und kommen Gruppen vor, zu zwei, zu drei und zu 4 Linien. Ob jede Gruppe wegen Verschiebung aus einer Linie entstanden ist, kann man schwer entscheiden, da sie unbekannten Elementen anzugehören scheinen. Wenigstens sind es entschieden keine Eisenlinien. Es kommen auch zu wenig Linien des 2^ten Wasserstoffspectrum, die mit denen des Sterns zu identificiren möglich wäre.

Die Hauptwasserstofflinien zeigen einige feine Details, welche erwähnt zu werden verdienen.

Die dunkle H_γ Linie schloss bis zum 1. März eine feine helle Linie ein; am 1. und besonders deutlich am 2. März sieht man in derselben zwei feine helle Linien. Es scheint, dass sich die Lage und auch das Aussehen der ersten feinen Linie während der Zeit vom 24. Februar bis zum 3. März geändert hat. Sie war am 24. Februar breiter und dem einem Rand von der H_γ L. näher, hat sich darauf etwas von demselben entfernt und ist schmäler geworden. Am 3. März ist sie am hellsten und wieder breit. In der folgenden Tafel ist die relative Lage dieser, so wie der zweiten hellen Linie gegen die Ränder der dunklen H_γ gegeben; b_1 und b_2 bedeuten den 1. und 2. Rand im Sinne von H_γ zu H_δ; r_1 und r_2 die erste und zweite helle Linie.

	24. Febr.	26. Febr.	27. Febr.	1. März.	2. März.	3. März.
	μμ	μμ	μμ	μμ	μμ	μμ
$b_1 - r_1$	0.33	0.37	0.59	0.59	0.51	0.52
$b_1 - r_2$	—	—	—	1.30	1.12	1.11
$r_1 - b_2$	1.23	1.19	1.09	1.08	1.07	1.00
$b_1 - b_2$	1.56	1.56	1.68	1.67	1.58	1.52

Am 2. März kann man auch in H_δ diese Linien sehen und messen;

	μμ
$b_1 - r_1$	0.50
$b_1 - r_2$	1.13
$r_1 - b_2$	1.00
$b_1 - b_2$	1.50.

Der mittlere Fehler dieser Zahlen ist etwa $\pm 0^{\mu\mu}03$. Hieraus geht hervor, dass die erste helle Linie vom 26. zum 27. Februar ihre Lage geändert hat.

Auch die helle H_γ-Linie hat sich in diesem Zeitraum geändert. Diese Linie hat ein anderes Aussehen als die dunkle. Der eine Rand ist nämlich verwaschen und ihre Intensität nimmt bis zur dunklen Linie, wo sie scharf begrenzt ist, zu. Ausserdem besteht sie aus secundären Intensitätsmaxima, deren Zahl sich von Tag zu Tag zu ändern schien. Am 24. Februar ist das Hauptmaximum dieser Linie dem ersten Rand (im Sinne $H_\gamma - H_\delta$) näher und man kann im Zweifel sein ob hier nicht überhaupt der Rand selbst liegt. An den nächsten Tagen, vom 1. März an, liegt das Intensitätsmaximum dicht am Rande der dunklen H_γ-Linie.

Im übrigen Theil des Spectrum liessen sich die Änderungen nicht so leicht verfolgen, wie für die Hauptlinien. Es scheint dass die zwei Gruppen von 3 Linien bei $455^{\mu\mu}$ und $451^{\mu\mu}$ am 2. März ganz besonders deutlich geworden sind, und dass am 26. und 27. Februar mehr dunkle Linien im Spectrum zu vermuthen sind. Der Zartheit dieser Details wegen lässt sich jedoch mit Sicherheit kaum etwas darüber sagen.

Eher kann man behaupten, dass das allgemeine Aussehen des Spectrum keinen Änderungen unterworfen war.

Was die Verschiebung der Linien anbetrifft, so scheint es, dass man mit Sicherheit nur von der Verschiebung der dunklen H_γ-Linie sprechen kann, da sie allein scharfe Ränder und symmetrische Figur besitzt.

Die helle H_γ-Linie sieht ganz anders aus. Am 24. und besonders am 26. und 27. Februar zeigt sie beim ersten Anblick auch scharfe Ränder. Jedoch ist der vorausgehende Rand verwaschener als der nachfolgende. Dieses Bild stellte sich aber nicht als richtig heraus, da ich offenbar den Rand eines hellen Intensitätsmaximum (oder sogar vielleicht einer isolirten hellen Linie in der H_γ) für den vorausgehenden Rand angesehen hatte. Als jedoch am 1., 2. und 3. März die Intensität dieses Maximum abgenommen hatte, sah man deutlich, dass der Rand der hellen H_γ-Linie weit hinaus gerückt und ganz verwaschen war. Dass dem wirklich so war, zeigen die Wellenlängen der einzelnen beobachteten feinen Details.

Vorausgehender Rand der hellen H_γ-Linie.

24 Februar; unscharf, scheint bei W. L. 435.61 abzubrechen
26 » nimmt allmählich ab bis zur W. L. 436$^{\mu\mu}$01
27 » am ersten Intensitätsmaximum
1 März; keine deutliche Grenze
2 » nimmt allmählich ab bis zur W. L. 436$^{\mu\mu}$07
3 » » » » » » » » 436 07.

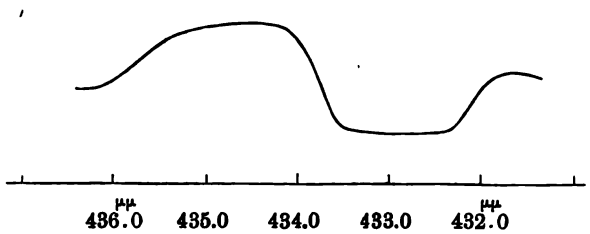
Grenze zwischen der hellen und dunklen H_γ-Linie:

24 Februar	433.65$^{\mu\mu}$
26 »	433.59
27 »	433.75
1 März	433.64
2 »	433.69
3 »	433.61.

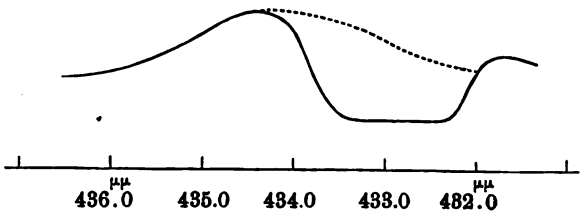
Lage der drei Hauptintensitätsmaxima:

	Erstes M.	Zweites M.	Drittes M.
24 Februar	435.61$^{\mu\mu}$	434.91$^{\mu\mu}$	(433.98)$^{\mu\mu}$
26 »	435.82	435.02	434.03
27 »	435.63	435.00	434.08
1 März	435.72	435.02	434.06
2 »	435.49	434.96	434.03
3 »	435.68?	434.87	433.99
Mittel	435.66	434.96	434.038.

Dabei ist die Vertheilung der Helligkeit in dieser Linie verschieden an verschiedenen Tagen. An den ersten drei Beobachtungstagen kann man die Intensitätscurve dieser Linie auf folgende Weise darstellen (abgesehen von den Intensitätsmaxima):



An den drei letzten Beobachtungstagen so:



Also ist sie offenbar unsymmetrisch, was jedenfalls der benachbarten dunklen Linie zuzuschreiben ist. Letztere verdeckt wahrscheinlich den zweiten Rand der hellen Linie und darum können wir nicht entscheiden, ob die helle Linie verschoben ist und ebenso wenig die Grösse dieser Verschiebung bestimmen.

Dann bietet diese helle Linie in der Hinsicht Interesse, dass sie ausser den Hauptintensitätsmaxima eine Anzahl feinerer enthielt, besonders am 27. Februar. Wenn man annimmt, dass alle diese Intensitätsmaxima helle Wasserstofflinien, also dass sie stark verschoben sind, so kann man die Geschwindigkeit im Visionsradius jener Theile der «Nova» welche diese Linien geben, bestimmen. Aus den oben gegebenen W. L. der Hauptintensitätsmaxima folgt die Verschiebung für das 1. M. $\Delta\lambda = +1^{\mu\mu}59$; für das 2. M. $\Delta\lambda = +0^{\mu\mu}89$; für das 3. M. $\Delta\lambda = -0^{\mu\mu}032$. Die entsprechenden relativen Geschwindigkeiten gegen die Sonne ergeben sich daraus zu:

$$v = +145 \text{ G. M.}, \qquad +79 \text{ G. M.}, \qquad -7 \text{ G. M.}$$

Dabei sind die Grenzwerthe der Geschwindigkeiten respective:

129...163 G. M., 71...90 G. M., —3—11 G. M.

Ob die allmäliche Abnahme der W. L. des ersten Maxim. vom 26. Feb. bis zum 2. März reell ist, kann ich nicht entscheiden, da es am 3. März kaum mehr zu sehen ist, und die Einstellungen äusserst schwierig sind.

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 417.

Ganz anders steht die Sache mit der dunklen H_γ-Linie. Diese hatte, wie gesagt, verhältnissmäsig scharfe Ränder und eine symmetrische Figur. Das Mittel der Einstellungen auf die Ränder giebt folgende W. L. für die Mitte der Linie an den verschiedenen Tagen:

		$\mu\mu$
Februar	24	432.87
»	26	.81
»	27	.92
März	1	.81
»	2	.89
»	3	.87
	Mittel	432.86.

Die Verschiebung beträgt also $\Delta\lambda = -1^{\mu\mu}21$, folglich ist die Geschwindigkeit der Materie im Visionsradius

$$v = -113 \text{ G. M.}$$

Am 2. März konnte man auch die Lage der dunklen H_δ-Linie einigermaassen bestimmen. Die W. L. ergab sich zu $408^{\mu\mu}99$, also betrug die Verschiebung:

$$\Delta\lambda = -1^{\mu\mu}21$$

und die Geschwindigkeit:

$$v = -119 \text{ Geog. Meilen.}$$

Wenn man den Bestimmungen von H_γ gegenüber denen von H_δ das Gewicht 5 giebt, so erhält man im Mittel

$$v = -114 \text{ Geogr. Meilen gegen die Erde}$$

und

$$v = -118 \text{ » » gegen die Sonne.}$$

Prof. Vogel giebt (A. N. № 3079) in diesem Falle eine Geschwindigkeit von — 90 G. Meilen. Er scheint für die Mitte der dunklen Linie die darin befindliche erste helle Linie genommen, und deren Lage bestimmt zu haben. Aus Zusammenstellung aller meiner Messungen ergiebt sich die W. L. dieser Linie zu $433^{\mu\mu}17$ im Mittel aus 6 Beobachtungstagen. Mit der hieraus folgenden Verschiebung $-0^{\mu\mu}90$ erhält man als Geschwindigkeit gegen die Sonne:

$$v = -88 \text{ G. M.}$$

Schliesst man aber die Beobachtung vom 24. Februar wegen starker Abweichung der W. L. aus, so erhält man für diese Geschwindigkeit ebenfalls — 90 G. M.

Unsere Spectrogramme widersprechen aber entschieden dieser Ansicht.

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 418.

Die Erklärung des merkwürdigen Spectrum der «Nova Aurigae» stösst auf grosse Schwierigkeiten, besonders deshalb, weil die dunklen Wasserstofflinien eine starke Verschiebung nach dem V. Ende des Spectrum hin zeigen und man daraus schliessen muss, dass der absorbirende Theil der Wasserstoffatmosphäre eine sehr grosse Geschwindigkeit gegen uns hat. Diese Geschwindigkeit blieb während der ganzen Beobachtungszeit nahezu dieselbe.

Die helle Wasserstofflinie kann uns keinen Aufschluss über das Vorhandensein einer Verschiebung geben. Wie also derjenige Theil des Sterns sich bewegte, von dem das Emissionsspectrum herrührt, bleibt demnach unbekannt. Allenfalls könnte man aus der Form der Intensitätscurve der hellen H_γ-Linie vielleicht den Schluss ziehen, dass anfangs die glühenden Gase sich von der Sonne entfernten, und dass gegen Schluss unserer Beobachtungen die Geschwindigkeit abgenommen, ja vielleicht ihr Zeichen geändert hat. Möglicherweise ist der Umstand, dass die erste feine helle Linie in der dunklen H_γ-Linie gegen Schluss heller und breiter geworden sowie eine zweite helle Linie dort entstanden ist, durch eine Verschiebung des Intensitätsmaximum der hellen H_γ-Linie nach der anderen Seite ihrer Normallage zu erklären.

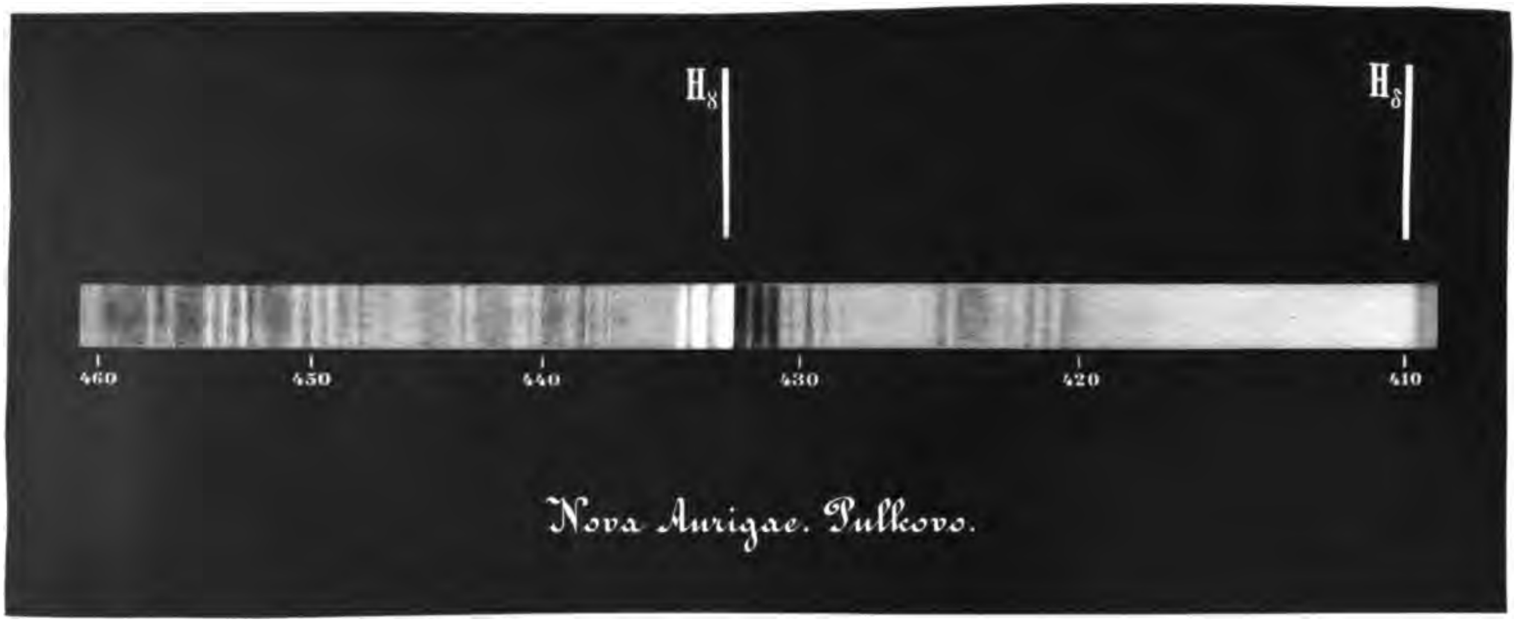
Unter solchen Umständen dürfte es also schwierig sein, das Aufleuchten der Nova einer Eruption zuzuschreiben. Solche Phänomene haben nur eine Verschiebung von hellen Linien, gegen die dunklen, nicht aber der Absorptionslinien gegen die hellen zum violetten Ende des Spectrum zur Folge und die Beobachtungen von Eruptionen auf der Sonne, soweit mir bekannt, zeigen in der That keine Erscheinungen, wie sie das Spectrum der Nova gegeben hat.

Zur Erklärung des ganzen Vorganges bleibt also nur die Annahme übrig, dass wir es mit zwei oder mehreren Körpern angehörenden, über einander gelagerten Spectra zu thun haben. Der eine Körper mit einer starken Wasserstoffatmosphäre und verhältnissmässig niedriger Temperatur bewegt sich mit einer enormen Geschwindigkeit auf uns zu, während der zweite mit hellen Wasserstofflinien im Spectrum eine hohe Temperatur besitzt und vielleicht während der Beobachtungszeit sich mit veränderlicher Geschwindigkeit, erst von uns, dann auf uns zu bewegte.

Letzterer könnte aus mehreren kleineren Körpern bestehen, deren Bewegungsrichtung verschiedene Winkel mit dem Visionsradius einschlossen. Die Constanz und enorme Grösse der Geschwindigkeit des ersteren Körpers lässt darauf schliessen, dass dies der Hauptkörper des Systems ist und dass die Geschwindigkeit seiner eigenen Trägheit nicht aber der Anziehung eines anderen Körpers zuzuschreiben ist. Der zweite Körper (oder das zweite System von Körpern) ist dann derjenige, welcher in der Atmosphäre des

ersteren aufgeflammt ist. Er muss im Vergleich mit dem ersten Körper eine kleinere Masse besitzen und deswegen konnte die durch seine Bewegung in der Atmosphäre des ersteren erzeugte Wärmemenge genügen, ihn in glühenden Dampf zu verwandeln. Die Erscheinung muss der Explosion von Boliden in der Atmosphäre unserer Erde (oder eines Cometen im Perihel), deren kleine Masse aufleuchtet, sich in glühende Gase verwandelt ohne unsere Atmosphäre zum Leuchten zu bringen, analog gewesen sein.

Diese kleine Masse hat wahrscheinlich eine hyperbolische Bahn um denselben beschrieben. Nachdem sie die Gashülle desselben verlassen, musste ihr Glanz sehr rasch erlöschen wie wir das in der That gesehen haben. Secundäres Aufleuchten ist ja auch bei Boliden und Cometen häufig beobachtet worden so wie fortwährendes Schwanken der Helligkeit während der letzten Zeit der Sichtbarkeit.



Nova Aurigae. Pulkovo.

MÉLANGES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

TIRÉS DU

BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG.

TOME VII.

Sur l'équation différentielle Lamé-Hermite. Par F. Brioschi. (Présenté le 26 août 1892.)

1°. En posant:

$$\varphi = 4x^3 - g_2 x - g_3 \; ; \quad \alpha = n(n+1) \; ; \quad \beta = n(2n-1)\rho$$

l'équation différentielle de Lamé est la suivante:

$$2\varphi y'' + \varphi' y' - 2(\alpha x + \beta) y = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Si y_1, y_2 sont deux intégrales fondamentales de cette équation, leur produit

$$y_1 y_2 = F(x)$$

satisfait à l'équation différentielle:

$$\Delta(F) = 2\varphi F''' + 3\varphi' F'' + \varphi'' F' - 8(\alpha x + \beta) F' - 4\alpha F = 0$$

et de l'équation (1) on déduit:

$$y_2 y_1' - y_1 y_2' = \frac{C}{\sqrt{\varphi}}$$

étant C une constante. Par conséquent:

$$C^2 = (F'^2 - 4 F y_1' y_2')\varphi$$

mais on a:

$$2\varphi F'' + \varphi' F' - 4(\alpha x + \beta) F = 4\varphi y_1' y_2'$$

donc:

$$C^2 = (F'^2 - 2FF'')\varphi - FF'\varphi' + 4(\alpha x + \beta) F^2 \ldots\ldots (2)$$

L'équation différentielle $\Delta(F) = 0$ est satisfaite en posant:

$$F(x) = x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_n$$

et les coefficients a_1, $a_2 \ldots a_n$ sont des fonctions de ρ, g_2, g_3 des degrés 1, 2 . . . n en ρ. La quantité ρ reste indéterminée, c'est le cas considéré par M^r Hermite.

En indiquant par x_1, $x_2 \ldots x_n$ les racines de l'équation $F(x) = 0$, la relation (2) donne:

$$C = \pm F'(x_r)\sqrt{\varphi(x_r)} \qquad (r = 1, 2 \ldots n)$$

en conséquence $C = 0$ si:

$$F = mf^2$$

étant:

$$m = (x - e_1)^{\varepsilon_1} (x - e_2)^{\varepsilon_2} (x - e_3)^{\varepsilon_3} \quad , \quad f = x^k + \gamma_1 x^{k-1} + \ldots + \gamma_k$$

ε_1, ε_2, ε_3 ayant les valeurs 0,1; $k = \frac{1}{2}(n - \varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_3)$ et e_1, e_2, e_3 les racines de l'équation $\varphi(x) = 0$. Dans ce cas, celui considéré par Lamé, ρ est déterminé par l'équation $C = 0$, ou par un de ses facteurs.

2°. Le but de cette Note est de démontrer qu'on peut lier les deux cas en posant:

$$F = mf^2 + t\lambda \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

dans laquelle t est une fonction de ρ_1 e_1, e_2, e_3 et:

$$\lambda = x^s + \beta_1 x^{s-1} + \beta_2 x^{s-2} + \ldots + \beta_s$$

étant $s = n - k - 1$.

Soit:

$$z = f\sqrt{m}$$

l'expression (3) de F donne:

$$\Delta(F) = \left(6z^1 + \frac{m^1}{m}\right) h(x)\sqrt{m} + 2zh^1(x)\sqrt{m} + t\Delta(\lambda) = 0$$

ayant posé:

$$2\varphi z'' + \varphi' z' - 2(\alpha x + \beta) z = h(x)\sqrt{m}.$$

De même de la valeur (2) de C^2 on déduit:

$$C^2 = -F'(x)\left[2zh\sqrt{m} + t(2\varphi\lambda'' + \varphi'\lambda' - 4(\alpha x + \beta)\lambda)\right] + \\ + t\varphi\left[4\lambda' zz' - 4\lambda z'^2 + t\lambda'^2\right]$$

et en observant que lorsque $t = 0$ on a $C = 0$ et réciproquement, l'on aura:

$$h = \mu t$$

étant μ un coefficient numérique; et l'équation supérieure $\Delta(F) = 0$ conduit à la suivante:

$$\Delta(\lambda) = -2\mu(3mf^1 + 2m'f) \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

De ces deux dernières relations on déduit les valeurs, de: μ, t, et des coefficients $\gamma_1, \gamma_2 \ldots$; $\beta_1, \beta_2 \ldots$ des fonctions $f(x)$, $\lambda(x)$.

3°. En posant:

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = a \qquad \varepsilon_1 e_1 + \varepsilon_2 e_2 + \varepsilon_3 e_3 = b \qquad \varepsilon_1 e_1^2 + \varepsilon_2 e_2^2 + \varepsilon_3 e_3^2 = 0$$

on trouve pour $h(x)$ l'expression:

$$h(x) = 2\varphi f'' + [4(2a+3)x^2 + 8bx + 8c - (2a+1)g_2]f' -$$
$$- 2[2k(2n-2k+1)x + n(2n-1)\rho - (2a-1)b]f$$

dans laquelle le coefficient de x^{k+1} est nul; les coefficients de $x^k, x^{k-1}, \ldots x$ donneront les valeurs de $\gamma_1, \gamma_2 \ldots \gamma_k$ et le terme constant la valeur de μt.

Les valeurs de $\gamma_1, \gamma_2 \ldots$ sont données par la relation:

$$\left.\begin{aligned} 4r(2n-2r+1)\gamma_r + 2[n(2n-1)\rho - (2n-4r+3)b]\gamma_{r-1} + \\ + (k-r+2)[(2n-2k-r+3)g_2 - 8c]\gamma_{r-2} + \\ + 2(k-r+2)(k-r+3)g_3\gamma_{r-3} = 0 \end{aligned}\right\} .(5)$$

dans laquelle $r = 1, 2, .. k$, et le terme constant conduit à la valeur de t:

$$\left.\begin{aligned} 2[n(2n-1)\rho - (2a-1)b]\gamma_k + [(2a+1)g_2 - 8c]\gamma_{k-1} + \\ + 4g_3\gamma_{k-2} = -\mu t \end{aligned}\right\} \ldots(6)$$

L'expression $\Delta(\lambda)$ est du degré s en x, et le coefficient de x^s est égal à:

$$-4(2s+1)(n-s)(n+s+1) = -(3n+a)(n+a-1)(n-a+s)$$

or le coefficient de x^s dans le second membre de l'équation (4) est égal à:

$$-2\mu(3k+2a) = -\mu(3n+a)$$

l'on aura en conséquence:

$$\mu = (n+a-1)(n-a+2).$$

Enfin les coefficients de $x^{s-1}, x^{s-2} \ldots x, x^0$ dans la même équation (4) donneront les valeurs des coefficients $\beta_1, \beta_2 \ldots \beta$; et l'on aura pour $r = 1, 2, \ldots s$ la relation:

$$\left.\begin{aligned} 2(2s-2r+1)(n-s+r)(n+s-r+1)\beta_r + \\ + 4n(2n-1)\quad(s-r+1)\rho\beta_{r-1} + \\ + \tfrac{1}{2}(s-r+2)(s-r+1)(2s-2r+3)g_2\beta_{r-2} + \\ + (s-r+3)(s-r+2)(s-r+1)g_3\beta_{r-3} = \\ = (n+a-1)(n-a+2)M_r \end{aligned}\right\} \ldots(7)$$

étant M_r le coefficient de x^{s-r} dans l'expression $3mf^1 + 2m^1 f$.

Pour déterminer la valeur de M_r il faut distinguer quatre cas; deux pour n pair, et deux pour n impair.

Pour n pair les deux cas $a=0$, $a=2$ et en conséquence $m=1$, $m=x^2+ex+e^2-\frac{1}{4}g_2$ étant e une des racines e_1, e_2, e_3; et l'on trouve: pour $a=0$

$$M_r=3(k-r)\gamma_r \quad , \quad k=\frac{n}{2} \quad , \quad s=\frac{n}{2}-1$$

pour $a=2$,

$$M_r=(3k-2r+4)\gamma_r+(3k+3r+5)e\gamma_{r-1}+$$

$$+3(k-r+2)(e^2-\frac{1}{4}g_2)\gamma_{r-2} \quad , \begin{cases} k=\frac{n}{2}-1 \\ s=\frac{n}{2} \end{cases}$$

Pour n impair les deux cas $a=1$, $a=3$ et par conséquent $m=x-e$, $m=\frac{1}{4}\varphi(x)$ et l'on a: pour $a=1$

$$M_r=(3k-3r+2)\gamma_r-3(k-r+1)e\gamma_{r-1} \ , \ k=\frac{n-1}{2} \quad s=\frac{n-1}{2}$$

pour $a=3$

$$M_r-3(k-r+2)\gamma_r-\frac{1}{4}[3k-3r+8)g_2\gamma_{r-2}-$$

$$-\frac{3}{4}(k-r+3)g_3\gamma_{r-3} \ , \ k=\frac{n-3}{2} \ s=\frac{n+1}{2}.$$

J'observe enfin que les coefficients $\gamma_1, \gamma_2, \ldots \gamma_k$ (5) sont des degrés $1, 2, \ldots k$ en ρ, et de même pour les coefficients $\beta_1, \beta_2 \ldots$ (7). La quantité t sera donc (7) du degré $k+1$ en ρ et $t\lambda(x)$ du degré $s+k+1=n$ en ρ.

4°. Supposons n impair; si $a=3$, on a $b=0$, $c=\frac{1}{2}g_2$ et:

$$F(x)=\frac{1}{4}\varphi(x)f^2(x)+t(\rho)\lambda(x)$$

et les coefficients $\gamma_1, \gamma_2 \ldots$: $\beta_1, \beta_2 \ldots$; t, sont fonctions de ρ_1, g_2, g_3. Si $a=1$, on a $b=e$ $c=e^2$ $(e=e_1, e_2, e_3)$ et:

$$F(x)=(x-e)f^2(x)+t(\rho_1 e)\lambda(x_1 e)$$

et les coefficients $\gamma_1, \gamma_2 \ldots$; $\beta_1, \beta_2 \ldots$; t sont fonctions de e, ρ, g_2, g_3.

Or de ces deux représentations de la même fonction $F(x)$ on déduit:

$$F(e)=t(\rho)\lambda(e) \ , \ F(e)=t(\rho_1 e)\lambda(e_1 e)$$

et en conséquence:

$$\lambda(e)=\nu t(\rho_1 e) \ , \ \lambda(e_1 e)=\nu t(\rho)$$

étant ν un coefficient numérique, et:

$$F(e)=\nu t(\rho)t(\rho_1 e).$$

Supposons en second lieu n pair, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$, $\varepsilon_3 = 0$ ou $a = 2$, $b = -e_3$ $c = -e_3^2 + \frac{1}{2} g_2$, on aura:

$$F(x) = (x - e_1)(x - e_2) f^2(x) + t(\rho_1 e_3) \lambda(x_1 e_3)$$

et analogiquement:

$$F(x) = (x - e_1)(x - e_3) f^2(x) + t(\rho_1 e_2) \lambda(x_1 e_3).$$

On déduit:

$$F(e_1) = t(\rho_1 e_3) \lambda(e_1, e_3) \ , \ F(e_1) = t(\rho_1 e_2) \lambda(e_1, e_2)$$

ou évidemment:

$$F(e_1) = t(\rho_1 e_2)\, t(\rho_1 e_3)$$

sauf un coefficient numérique.

5°. On a vu que la constante C s'annulle lorsque $t = 0$, et que soit dans le cas de n impair, comme dans celui de n pair, on a quatre valeurs de t. En effet pour n impair et $a = 3$, on a, comme ci-dessus:

$$F(x) = \tfrac{1}{4} \varphi(x) f^2 + t(\rho) \lambda$$

étant $t(\rho)$ du degré $k + 1 = \frac{n-1}{2}$ en ρ.

Supposons $a = 1$ on aura:

$$F(x) = (x - e) f^2(x) + t(\rho_1 e) \lambda(x)$$

pour $e = e_1, e_2, e_3$. Dans ce cas $t(\rho_1 e)$ est une fonction de ρ du degré $k + 1 = \frac{n+1}{2}$. En suit que le produit:

$$t(\rho)\, t(\rho_1 e_1)\, t(\rho_1 e_2)\, t(\rho_1 e_3)$$

est du degré $2n + 1$ en ρ, par conséquent égal à C^2, sauf un coefficient numérique. De même pour (n) pair [1]).

6°. Soit $n = 5$. Pour $a = 3$ on a $k = 1$, $s = 3$ et:

$$F(x) = \tfrac{1}{4} \varphi(x) (x + \gamma_1)^2 + t(x^3 + \beta_1 x^2 + \beta_2 x + \beta_3).$$

Des formules (5) (6) (7) on déduit:

$$\left.\begin{aligned} \gamma_1 = -\tfrac{5}{2}\rho \ , \ t(\rho) = \tfrac{3}{4.7.}(3.5^2.\rho^3 - g_2) \\ \beta_1 = -4\rho \ \ \beta_2 = \tfrac{5}{3.4.7.} 3^2.4^2.\rho^2 - 5 g_2) \ , \ \beta_3 = -\tfrac{3^2.4.5}{7}\rho^3 + \\ + \tfrac{11.4^2}{3.5.7.} g_2 \rho - \tfrac{3^2}{4.5} g_3 \end{aligned}\right\} \ldots (5)$$

1) Halphen — Traité des fonctions elliptiques.

Pour $a=1$, on a $k=2$, $s=2$;

$$F(x)=(x-e)\,(x^2+\gamma_1 x+\gamma_2)^2+t(\rho_1 e)\,(x^2+\beta_1 x+\beta_2)$$

et l'on trouve:

$$\gamma_1=-\frac{1}{2}(5\rho-e)\,,\ \gamma_2=\frac{3^2.5^2}{7.8}\rho^2-\frac{5}{4}\rho e+\frac{3}{8}e^2-\frac{5}{4.7}g_2$$

$$t(\rho_1 e)=-\frac{3^2.5^2}{7.8}\rho^3+\frac{3^2.5^2}{7.8}\rho^2 e-\frac{3.5}{8}\rho e^2+\frac{11}{2.7}g_2\rho+\frac{5}{2.4^2.7}g_2 e-\frac{3}{2.4^2}g_3$$

$$\beta_1=-\frac{5}{8}(7\rho+e)\ ,\ \beta_2=\frac{4.5.6}{7}\rho^2+\frac{5.7}{8}\rho e-\frac{3}{8}e^2-\frac{8}{8.7}g_2\quad\ldots(9)$$

Or les valeurs (8) des coefficients β_1, β_2, β_3 donnent:

$$e^3+\beta_1 e^2+\beta_2 e+\beta_3=\frac{2.4^2}{3.5}t(\rho_1 e)$$

et les valeurs (9):

$$e^3+\beta_1 e+\beta_2=\frac{2.4^2}{3.5}t(\rho)$$

et en conséquence dans chaque cas:

$$F(e)=\frac{2.4^2}{3.5}t(\rho)\,t(\rho_1 e).$$

On aura en fin:

$$C^2=-\frac{2.4^6}{3.5}t(\rho)\,t(\rho_1 e_1)\,t(\rho_1 e_2)\,t(\rho_1 e_3)$$

Soit $n=6$; pour $a=0$ on a $k=3$, $s=2$ et:

$$F(x)=(x^3+\gamma_1 x^2+\gamma_2 x+\gamma_3)^2+t(\rho)\,(x^2+\beta_1 x+\beta_2)$$

et l'on trouve:

$$\gamma_1=-3\rho,\ \gamma_2=\frac{1}{2}(11\rho^2-\frac{5}{3.4}g_2)\ ,\ \gamma_3=-\frac{11^2}{2.7}\rho^3+$$
$$+\frac{13}{2.3.4}g_2\rho-\frac{1}{7}g_3$$

$$t(\rho)=\frac{3.11^2}{4.5.7}\rho^4-\frac{7.11}{2.4.5}g_2\rho^2+\frac{3^3}{5.7}g_3\rho+\frac{1}{3.4^3}g_2^2$$

$$\beta_1=-\frac{26}{5}\rho\ ,\ \beta_2=\frac{11^2}{5}\rho^2-\frac{1}{3}g_2.$$

Pour $a=2$ on a $k=2$, $s=3$ et:

$$F(x)=(x-e_2)(x-e_3)\,(x^2+\gamma_1 x+\gamma_2)^2+t(\rho_1 e_1)\,(x^3+\beta_1 x^2+\beta_2 x+\beta_3)$$

et des formules supérieures on déduit:

$$\gamma_1=-\frac{1}{2}(6\rho+e_1)\quad\gamma_2=\frac{11}{2}\rho^2+\frac{3}{2}\rho e_1-\frac{1}{8}e_1^2-\frac{1}{3.4}g_2$$

$$t(\rho_1 e_1)=-\frac{11^2}{7}\rho^3-\frac{11}{2}\rho^2 e_1+\frac{3}{4}\rho e_1^2+\frac{1}{8}g_2\rho+$$
$$+\frac{5}{2.3.4^2}g_2 e_1=\frac{3.5}{2.4^2.7}g_3$$

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 454.

en conséquence:

$$\beta_1 = -\frac{3}{5.8}(62\rho - 7e_1)\ ,\quad \beta_2 = \frac{2.4^2.11}{5^2}\rho^2 - \frac{3.7.13}{4.5^2}\rho\, e_1 + \\ + \frac{3.7}{5.8}e_1^{\,2} - \frac{23}{3.4.5}g_2$$

$$\beta_3 = -\frac{4^3.11^2.}{5^2.7}\rho^3 + \frac{2.4^2.11}{5^2}\rho^2 e_1 - \frac{3.31}{4.5}\rho\, e_1^{\,2} + \frac{599}{3.4^2.5}g_2\rho - \\ - \frac{2}{3.5}g_2 e_1 - \frac{5.13}{2.4^2.7}g_3.$$

Par ces valeurs on a:

$$e_2^{\,3} + \beta_1 e_2^{\,2} + \beta_2 e_2 + \beta_3 = \frac{4^3}{5^2}t(\rho_1 e_3)$$

$$e_3^{\,3} + \beta_1 e_3^{\,2} + \beta_2 e_3 + \beta_3 = \frac{4^3}{5^2}t(\rho_1 e_2)$$

ainsi:

$$F(e_1) = \frac{4^2}{5^2}t(\rho_1 e_2)\,t(\rho_1 e_3)\ ,\quad F(e_2) = \frac{4^3}{5^2}t(\rho_1 e_3)\,t(\rho_1 e_1)\ ,\quad F(e_3) = \\ = \frac{4^3}{5^2}t(\rho_1 e_1)\,t(\rho_1 e_3)$$

et

$$C^2 = -\frac{2.4^8}{5^3}t(\rho)\,t(\rho_1 e_1)\,t(\rho_1 e_2)\,t(\rho_1 e_3).$$

St-Pétersbourg 13/25 août.

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 455.

MÉLANGES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

TIRÉS DU

BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG.

TOME VII.

Sur les Perséides observés en Russie en 1892. Par Th. Brédikhine. (Lu le 18 novembre 1892).

Dans mon Mémoire sur la dispersion des points radiants de météores publié dans ce Bulletin, j'ai indiqué l'importance théorique d'observer les Perséides non seulement à leur époque, le 10.5 août, — mais dans toute la durée du phénomène. Des observations peu nombreuses m'ont montré la diminution de l'inclinaison des orbites des météores à mesure de l'éloignement de l'époque, ce qui est exigé par la théorie.

Pour déduire rigoureusement cette diminution, il faut ramasser un nombre très considérable d'observations et en remplir tous les jours du mois d'août, ces observations pouvant embrasser toute une série d'années.

Je suis très reconnaissant aux personnes qui ont bien voulu cette année-ci me venir en aide dans mes recherches.

Mes propres observations sont faites à Pogoste, arrondissement de Kineschma; à Poulkovo — ont observé MM. Socoloff, Bélopolsky, Lindemann, Ivanoff, Lebedeff et Morine; à Moscou — MM. Pokrovsky, Modestoff et Blaschko.

Vers la fin de juillet c'est le crépuscule, surtout à Poulkovo, qui empêchait les observations. Du 6 au 15 août le ciel était éclairé par la lune, dont les phases se succédèrent dans l'ordre suivant: nouvelle lune — juillet 24, premier quartier — juillet 31, pleine lune — août 8, dernier quartier — août 15, nouvelle lune — août 22, premier quartier — août 30..... Quelques nuits furent perdues à cause du mauvais temps.

Par suite de ces obstacles, dans les nuits autour de l'époque, du 6 au 15 août, on n'a pu porter sur les cartes que 59 météores, nommément: le 6 août — 22 météores; le 8 — 6 m., le 9 — 26 m., le 13 — 1 m. et le 15 — 4 météores.

Dans le voisinage de l'époque, quand la lune est absente, on peut tracer ordinairement un nombre plus ou moins considérable de météores, et par cette raison les observations du 9 août de cette année-ci peuvent être laissées de côté; la même remarque a lieu par rapport à toutes les observations entre le 6 et le 15 août. Pourtant, je les publie dans ce Mémoire, car on pourra les combiner avec des observations faites aux mêmes dates dans des années à venir.

Du 23 au 30 juillet, à Poulkovo et à Moscou, on a tracé 33 météores qu'on peut réunir sur une seule carte de la projection centrale; les observations de Pogoste, du 27 au 31 juillet, présentant 20 météores, vont former la seconde carte; toutes ces observations ont été empêchées en partie par le crépuscule et en partie par le mauvais temps. Les observations du 1 au 4 août, à Poulkovo et à Moscou, donnent 33 météores qui sont portés sur la troisième carte. Du 18 au 23 août on a enregistré à Poulkovo 73 météores, dont 3 se répètent chez les différents observateurs; ainsi il n'en restent que 70 météores différents qui forment la quatrième carte. La cinquième carte rassemble mes observations à Pogoste, du 18 au 30 août, présentant 26 météores. La sixième carte réunit les observations de Poulkovo du 24 au 26 août, — 92 météores, dont 87 sont divers. Enfin la septième carte présente les observations à Poulkovo et à Moscou, du 27 août au 1 septembre, — 73 météores, dont 70 sont différents.

Le tracement de tous les météores sur les réseaux de la projection centrale est exécuté par moi-même.

Ainsi, pour la recherche des points radiants nous avons 7 cartes, portant 339 météores. Dans la seconde moitié du mois d'août, pour 13 nuits, on a 253 météores, — un nombre déjà assez considérable; pour la fin de juillet et le commencement d'août, dans 12 nuits, on n'a que 86 météores, presque le tiers du nombre précédent.

Il serait presque inutile d'ajouter que pour une étude approfondie et circonstanciée du phénomène, il serait important de ramasser encore autant que possible des observations pour toute la durée du phénomène; alors on pourrait entre autres fixer aussi le commencement et la fin de l'essaim. Dans le proche avenir on doit remplir d'observations surtout le temps près du commencement du phénomène qui en est moins abondant cette année-ci.

Vu l'intensité et la durée du crépuscule à Poulkovo et même à Moscou, il serait plus favorable de faire ces observations un peu plus au sud, par exemple à Kiev ou à Kharkov.

Dans l'année prochaine les phases de la lune seront disposées de la manière suivante: premier quartier — le 20 juin; pleine lune — juillet 28, dernier quartier — 5 août, nouvelle lune — 11 août, premier quartier — 19 août, pleine lune — 27 août, dernier quartier — 3 septembre, nouvelle lune — 10 septembre.

Les observations près du commencement de septembre seront possibles et elles sont désirables dans le but de déterminer la fin de l'essaim; la fin de juillet ne sera pas favorable aux observations, mais le temps entre le 5 et le 19 d'août sera en général très propice, et il faudrait en profiter pour remplir les lacunes de l'année courante.

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 458.

En passant maintenant à l'exposé des observations, faisons remarquer d'abord, que les observateurs se sont servis des cartes de M. Ceraski (Annales de l'observatoire de Moscou) rapportées à l'époque de 1855,0. Les corrections des coordonnées du centre de l'aire de radiation pour l'époque du phénomène sont: $\Delta\alpha = +0^{\circ}.7$ et $\Delta\delta = +0^{\circ}.1$.

Presque tous les météores tracés par les observateurs sont notés comme rapides; il n'y a que quelques cas, où on lit — «moins rapide», et ces cas ne se trouvent que parmi les météores brillants; probablement, ces météores ont pénétré plus profondément dans l'atmosphère.

Il n'y a rien d'impossible que quelques météores passant par l'aire de radiation des Perséides puissent appartenir exceptionnellement à d'autres essaims, mais en tout cas l'erreur qui en pourrait provenir dans la détermination du centre de notre aire de radiation ne peut surpasser l'effet des erreurs ordinaires qui accompagnent le tracement des météores sur la carte.

Dans notre liste des observations chaque carte de la projection gnomonique a sa numération à elle; les météores qui se répètent chez les divers observateurs ne sont numérotés qu'une seule fois, et j'ai porté sur la carte de la projection gnomonique les moyennes arithmétiques des coordonnées prises dans les cartes des différents observateurs.

Pour se faire une idée du nombre de météores qu'*un* seul observateur pouvait tracer durant *une* heure, il faut choisir seulement les observations qui duraient au moins *une* heure, car autrement les résultats pourraient être très erronés, vu que les apparitions ne se suivent pas avec uniformité. En examinant les observations remplissant cette condition, nous trouvons d'abord les nombres horaires pour chaque observateur séparément, et puis leurs moyennes arithmétiques nous donneront les nombres horaires pour *un* observateur en général. Ces nombres sont:

Pour les cartes	I et II	.... 3.8	mét.
» la carte	III	.... 4.7	»
» » »	IV	.... 4.4	»
» les cartes	V et VI	.... 5.7	»
» la carte	VII	.... 4.9	»

Ainsi, en nombres ronds, un observateur pouvait tracer dans une heure 4 météores près du commencement du phénomène et 5 météores vers la fin du mois d'août. Ces nombres dépendent de l'éclairage du ciel par la lune et par le crépuscule.

Le temps qui accompagne les observations est le temps moyen local de la station, à l'exception de Pogoste, où j'ai donné le temps moyen de Moscou. M. Lebedeff a fait quelques observations près de Moscou en notant le

temps de Poulkovo. — Les noms des observateurs et des stations sont écrits en abrégé.

Carte I.			Apparition		Disparition	
Num.	Temps		α	δ	α	δ
			°	°	°	°
1. Poulk.-Soc.	Juillet 23	11^{h}14^m	16.0	34.5	49.0	26.5
2.	"	11 54	3.5	29.1	359.5	19.6
3. Poulk.-Leb.	Juillet 26	10 49	42.3	58.0	57.5	58.3
4.		11 33	31.2	25.0	32.0	22.0
5.		11 56	82.0	77.3	80.0	69.6
6.		13 23	2.5	33.8	359.8	30.7
7. Mosc.-Pokr.	Juillet 28	13 47	11.1	17.7	20.0	21.0
8.		13 50	348.3	39.5	356.8	31.0
9.		13 51	46.1	41.0	51.8	36.1
10. Poulk.-Leb.	Juillet 29	12 56	35.4	49.5	43.5	48.4
11.		13 19	3.5	57.5	5.1	52.3
12.		13 24	29.0	45.5	39.8	42.5
13.		13 27	13.2	41.2	10.6	39.0
14.		13 39	5.7	41.7	20.8	52.0
15. Poulk.-Leb.	Juillet 30	11 59	17.3	58.0	27.1	61.1
16.		12 42	359.7	35.8	5.0	33.6
17.		12 46	2.0	61.4	3.0	59.0
18. Mosc.-Blasch.	Juillet 30	10 13	17.4	24.6	24.5	18.0
19.		10 50	355.0	57.0	353.8	51.0
20.		11 10	10.0	40.5	11.7	37.2
21.		11 29	14.0	24.0	18.4	26.0
22.		11 32	53.5	57.5	52.8	53.0
23.		11 38	327.5	56.8	334.5	64.6
24.		11 42	347.0	53.0	3.5	56.9
25.		12 6	27.6	44.5	45.5	51.3
26.		12 59	14.6	32.2	13.0	26.0
27.		13 4	3.5	33.8	5.5	37.5
28.		13 28	44.3	40.6	55.4	43.6
29.		13 31	70.0	32.5	78.0	29.0
30.		13 40	14.7	32.0	18.3	35.6
31.		13 45	15.7	3.5	24.5	9.5
32.		13 46	54.9	23.2	58.0	20.1
33.		14 0	5.4	33.0	358.2	31.2

Ayant porté ces 33 météores sur la carte on voit que 8 d'entre eux, nommément les numéros 5, 14, 21, 22, 23, 24, 27, 31 proviennent des régions très éloignées du ciel et ne forment aucun radiant, — nous les nommerons météores isolés. Les autres météores donnent les points radiants suivants:

	α	δ	Poids
	°	°	
1 — (8, 16)	347.0	+ 40.0	2
2 — (17, 29)	353.0	69.5	2
3 — (11, 19)	358.0	70.0	2
4 — (3, 10, 12, 15, 20)	4.5	48.0	5
5 — (7, 18, 30)	11.0	26.5	3
6 — (1, 25, 33)	13.0	34.5	3
7 — (2, 9)	20.0	54.0	2
8 — (4, 6, 13, 26)	21.0	48.0	4
9 — (28, 32)	45.0	+ 41.5	2

Les poids sont exprimés naturellement par les nombres de météores.

Le météore 7 est introduit dans le radiant 5, et le météore 15 dans le radiant 4 vu la proximité de leurs directions avec celles des météores formant ces radiants.

Le milieu de l'aire de radiation, — pris en considération les poids des radiants, — a pour coordonnées

$$\alpha = 10°6, \quad \delta = +46°6.$$

La moyenne arithmétique des temps, — ayant en vue les nombres des météores dans chaque nuit, — exprimée en temps moyen de Greenwich, et la longitude du Soleil λ pour ce moment seront respectivement:

$$\text{Juillet } 29.00, \quad \lambda = 126°46'.$$

Carte II.

Num.	Temps		Apparition α	Apparition δ	Disparition α	Disparition δ
			°	°	°	°
1. Pog.-Bred.	Juillet 27	11^{h}26^m	43.5	62.5	58.0	58.7
2.		12 6	50.0	43.3	53.5	39.0
3.		12 23	56.2	41.0	61.0	38.0
4.		12 33	44.0	46.5	53.0	49.8
5.		12 34	35.3	45.0	33.4	52.0
6.		12 41	17.8	42.0	6.6	36.0
7.		12 46	53.2	49.0	60.5	51.8
8. Pog.-Bred.	Juillet 30	11 11	34.0	53.5	48.2	54.2
9.		11 14	21.5	33.0	32.2	40.6
10.		11 21	30.3	27.8	28.2	20.5
11.		11 36	27.5	50.4	20.0	42.0
12.		11 51	40.0	36.5	48.0	38.0
13.		11 56	31.0	49.5	29.5	43.0
14.		12 6	31.8	42.0	31.0	36.5
15. Pog.-Bred.	Juillet 31	11 36	36.5	45.0	53.0	43.6
16.		11 39	44.0	35.8	55.0	37.5
17.		11 47	50.0	38.5	55.3	32.6
18.		11 51	49.5	34.8	64.0	31.5
19.		11 56	43.5	44.0	54.0	45.2
20.		12 51	50.5	29.0	58.5	34.0

Les météores 1, 9, 20 sont isolés; les autres donnent les points radiants suivants:

	α	δ	Poids
	°	°	
1 — (8, 11, 13)	32.0	+ 53.0	1.5
2 — (14, 15)	32.5	44.5	1.0
3 — (4, 5, 10, 19)	35.5	42.0	2.0
4 — (6, 17)	39.0	48.5	1.0
5 — (12, 16, 18)	40.0	36.0	1.5
6 — (2, 3, 7)	48.0	+ 45.0	1.5

Le milieu de l'aire sera

$$\alpha = 37°9, \quad \delta = +44°5$$

pour le temps

$$\text{Juillet } 29.73; \quad \lambda = 127°28'.$$

L'intervalle entre les temps des cartes I et II est égal à 0.7 seulement, et l'on peut prendre la moyenne arithmétique des coordonnées et des temps pour ces deux cartes. La carte I contient un peu plus de météores que la carte II, mais dans cette moyenne je leur attribue des poids égaux, car dans le premier cas il y en a quelques observateurs moins expérimentés. Nos moyennes seront:

$$\alpha = 24°3, \quad \delta = +45°6$$
$$\text{Juillet } 29.37, \quad \lambda = 127°7'.$$

En corrigeant α et δ par rapport à la précession (nous ferons toujours cette correction) on obtient la longitude et la latitude

$$l = 41°3, \quad b = +32°6.$$

Pour les calculs ultérieurs nous adoptons la vitesse parabolique des météores pour laquelle $D = 0.7071$, et ces calculs nous donnent

$$\theta = 83°5 \qquad l' = 46°4$$
$$\varepsilon \quad 32.9 \qquad b' \quad 54.9$$
$$\varepsilon' \quad 55.4 \qquad s \quad 84.7.$$

Et enfin, l'inclinaison i du plan contenant le faisceau d'orbites des météores du centre de radiation, et l'anomalie v de ces météores à leur noeud descendant seront:

$$i = 55°2, \quad v = +10°6.$$

Le mouvement orbital des météores est rétrograde, et par conséquent l'inclinaison est un angle obtus, mais nous prendrons toujours i égal à 180 moins cet angle.

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 462.

Carte III.

Num.		Temps		Apparition α	Apparition δ	Disparition α	Disparition δ
				°	°	°	°
1.	Mosc.-Pokr.	Août 1	12h12m	20.7	45.0	17.1	39.5
2.			12 25	13.2	56.5	44.3	70.9
3.	Mosc.-Blasch.	Août 2	10 37	359.0	61.2	14.5	64.8
4.			11 13	55.5	70.3	67.3	66.7
5.			11 25	353.6	50.0	356.2	56.7
6.			11 42	60.8	67.7	69.3	62.7
7.			11 56	90.5	60.3	102.0	59.2
8.			12 15	45.0	38.4	57.6	35.8
9.			12 41	52.8	53.5	58.0	51.1
10.			13 2	19.8	32.7	28.3	37.7
11.			13 4	31.1	56.6	30.1	52.1
12.			13 19	56.5	64.6	69.4	61.3
13.			13 22	8.5	62.4	19.5	63.0
14.			13 36	9.2	5.6	16.4	4.0
15.	Mosc.-Pokr.	Août 3	10 50	24.2	19.7	23.1	10.5
16.			10 57	30.0	18.2	28.4	11.2
17.			11 12	35.0	34.5	36.6	33.8
18.			11 14	18.0	10.8	14.6	6.4
19.	Mosc.-Blasch.	Août 3	12 46	16.5	29.0	24.9	25.1
20.			12 49	53.5	70.7	70.5	66.4
21.			13 6	15.5	20.5	8.3	16.3
22.			13 9	40.0	15.6	37.0	13.6
23.			13 16	81.6	53.6	91.0	54.6
24.			13 25	11.8	40.3	8.3	37.3
25.			13 35	72.5	51.1	73.0	44.6
26.			13 40	9.2	38.9	353.7	35.6
27.	Poulk.-Mor.	Août 4	12 0	46.4	38.0	46.6	35.1
28.			12 7	46.0	67.0	52.8	73.6
29.			12 15	79.9	54.7	85.6	53.0
30.			12 30	52.6	58.7	59.4	57.2
31.			12 34	50.8	34.9	52.0	31.0
32.			13 0	2.5	28.9	0.0	25.6
33.			13 5	15.9	47.0	24.3	51.5

Sur cette carte les météores: 2, 5, 13, 14, 22 sont isolés; les autres 28 forment les radiants:

	α	δ	Poids
	°	°	
1 — (17, 33)	8.0	+ 41.0	1
2 — (10, 19)	15.0	30.0	1
3 — (9, 11, 15, 27, 30)	32.5	60.0	5
4 — (3, 16, 21, 23)	34.0	30.0	4
5 — (28, 31, 32)	40.0	58.0	3
6 — (8, 18, 26)	40.0	+ 39.0	3

	α	δ	Poids
	°	°	
7 — (7, 24)	43.0	+ 52.0	2
8 — (4, 6, 20)	53.0	71.0	1
9 — (1, 12)	55.0	65.0	2
10 — (25, 29)	70.0	+ 73.0	1

Les radiants 1 et 2 et plus encore 8 et 10 sont très faibles, car leurs météores forment des angles aigus; c'est par cette raison que je leur assigne le poids 1.

Le centre de radiation aura pour coordonnées

$$\alpha + 38°3, \quad \delta = + 50°4$$

pour le temps de Greenwich

$$\text{Août } 3.28, \ \lambda = 131°48'.$$

En prenant partout les poids égaux aux nombre des météores, on obtient $\alpha = 38.6$, $\delta = 51°6$ qui ne diffèrent pas sensiblement des valeurs précédentes.

On a plus loin:

$$l = 53°8, \quad b = + 33°3$$

et puis

$$\begin{aligned} \theta &= 72°5 & l' &= 68°6 \\ \varepsilon &\ \ 35.2 & b' &= 55.0 \\ \varepsilon' &\ \ 59.2 & s &\ \ 75.0. \end{aligned}$$

D'où

$$i = 58°0, \quad v = + 30°0.$$

Les observations suivantes ne sont pas portées sur le réseau de la projection gnomonique, mais je les expose ici, car elles peuvent être combinées avec des observations des années à venir.

	Temps		Apparition		Disparition	
			α	δ	α	δ
			°	°	°	°
Poulk.-Ivan.	Août 6	11h40m	13.5	50.1	15.0	47.0
		11 45	54.8	21.7	56.6	17.8
		11 46	33.6	36.2	36.2	32.7
		11 52	353.0	49.0	348.2	55.0
		11 59	55.3	31.4	54.7	25.5
		12 0	25.0	48.4	35.5	49.0
		12 2	15.0	29.5	9.6	25.2
		12 9	29.8	62.3	37.0	53.5
		12 10	0.2	26.0	7.5	16.5
		12 12	9.1	44.0	19.0	46.0

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 464.

	Temps		Apparition		Disparition	
			α	δ	α	δ
			°	°	°	°
Poulk.-Ivan.	Août 6	12ʰ18ᵐ	2.4	59.3	9.0	56.2
		12 25	18.2	34.4	25.0	28.0
		12 29	43.4	26.2	41.8	19.4
		12 43	42.0	40.9	42.4	35.0
		12 50	41.9	30.2	40.7	27.3
Mosc.-Leb.	Août 6	10 47	33.7	28.3	33.2	22.5
temps moyen de Poulkovo.		11 19	41.8	52.0	42.8	49.8
		11 42	61.5	27.4	64.9	22.5
		11 43	51.5	30.0	53.0	24.4
		11 48	50.8	51.8	57.0	45.8
		11 53	45.0	46.0	50.5	45.1
		12 25	81.7	43.6	93.0	40.8
Poulk.-Mor.	Août 8	12 20	58.0	23.9	85.0	46.6
		12 42	33.0	53.6	28.6	48.2
		13 9	52.9	60.1	61.7	61.7
		13 30	29.0	38.4	26.9	33.8
		13 37	52.9	16.4	52.0	14.1
		13 55	32.0	26.7	37.2	24.4
Poulk.-Ivan.	Août 9	10 24	11.5	46.4	8.4	40.3
		11 4	37.2	47.0	35.8	40.0
		11 10	33.1	41.6	32.7	35.1
Poulk.-Belop.	Août 9	10 56	62.7	44.5	64.5	39.0
		11 14	35.0	36.0	30.5	30.0
		11 59	53.0	51.0	57.0	49.3
		12 6	41.0	50.0	39.5	47.0
		12 21	35.0	35.5	31.0	32.0
		12 39	41.4	39.0	41.0	36.0
		13 14	64.5	25.0	66.5	18.0
		13 15	89.0	44.0	93.0	38.5
Poulk.-Mor.	Août 9	11 55	42.0	37.7	41.0	32.7
		12 15	24.7	23.7	28.8	20.8
		12 19	30.4	30.0	28.1	24.8
		12 26	42.6	35.1	41.8	29.6
		12 50	4.3	51.4	0.0	47.6
		13 7	2.0	61.6	352.3	59.7
		13 11	63.7	21.3	65.7	18.0
		13 12	61.7	23.4	63.0	21.2
		13 16	72.5	62.9	80.9	64.0
		13 22	74.1	65.1	80.5	65.7
		13 37	93.0	34.0	102.0	27.0
		13 45	10.9	36.0	8.1	31.6
		13 46	21.0	50.0	13.3	51.8
		13 51	64.7	41.9	67.7	38.4
		13 54	4.0	60.7	356.6	57.9

	Temps		Apparition α	Apparition δ	Disparition α	Disparition δ
Poulk.-Ivan.	Août 13	10ʰ25ᵐ	28°.0	56°.5	23°.5	51°.6
Poulk.-Soc.	Août 15	10 18	32.6	45.4	27.4	39.6
		10 32	355.5	39.9	352.2	27.8
		10 44	28.6	66.6	42.0	70.8
		11 48	44.0	36.5	41.5	27.0

Carte IV.

Num.	Temps.		Apparition α	Apparition δ	Disparition α	Disparition δ
1.	Poulk.-Ivan. Août 18	10ʰ44ᵐ	2°.2	28°.6	0°.5	20°.8
2.		11 1	16.3	54.8	28.3	61.4
3.		11 10	46.6	38.2	40.6	33.4
4.		11 25	19.6	45.4	25.7	42.7
5.		11 35	22.9	24.9	25.9	21.0
6.		11 35	37.7	31.9	40.1	27.9
7.	Poulk.-Sok. Août 19	11 44	357.5	54.3	5.3	51.8
8.		12 5	43.3	38.1	50.7	41.6
9.		12 24	53.6	53.5	58.0	52.1
10.		12 44	61.3	34.6	65.9	28.8
11.	Poulk.-Mor. Août 19	10 12	21.7	51.3	16.4	48.0
12.		10 30	34.7	49.4	34.8	43.0
13.		10 55	73.7	59.4	77.4	55.7
14.		11 16	35.0	50.0	38.0	46.5
15.		11 28	49.9	53.7	55.6	62.1
—		11 45	357.1	56.3	5.7	50.9
16.		11 54	58.7	40.4	62.9	39.1
17.		12 2	56.0	39.0	51.7	37.6
—		12 5	48.9	39.4	56.7	40.8
18.		12 14	55.4	60.6	63.8	64.1
19.		12 17	60.0	40.8	68.7	42.9
20.		12 39	80.1	37.7	82.4	31.2
—		12 44	61.3	35.6	65.1	30.0
21.	Mosc.-Leb. Août 20	9 20	62.0	69.0	70.5	63.0
22.	temps moyen de Poulk.	9 30	22.7	19.4	19.2	15.1
23.		9 51	12.0	48.8	21.0	48.2
24.		10 12	82.5	51.5	85.8	47.3
25.		10 14	96.6	60.7	103.3	60.6
26.		10 21	51.2	61.2	57.7	64.4
27.		10 21	48.5	56.0	53.0	54.5
28.		10 32	7.4	61.0	15.0	55.7
29.		10 43	39.0	59.7	55.0	64.0
30.		10 52	30.0	23.8	39.5	27.3

	Carte IV.			Apparition		Disparition	
Num.		Temps.		α	δ	α	δ
31.	Mosc.-Leb.	Août 20	$11^h\ 4^m$	45°.0	45°.0	49°.5	44°.4
32.			11 11	62.5	36.0	64.0	31.6
33.			11 49	88.4	44.9	93.1	40.0
34.			11 52	35.6	54.0	37.7	51.2
35.			12 3	28.1	50.0	23.2	45.5
36.	Poulk.-Soc.	Août 21	10 20	15.0	30.6	8.6	24.7
37.			10 25	54.3	60.7	45.6	64.5
38.			10 40	3.5	21.6	12.2	24.0
39.			10 42	22.5	31.0	22.6	28.5
40.			11 19	58.7	36.5	60.9	29.9
41.			11 43	54.9	54.6	54.2	51.0
42.			12 25	13.5	27.5	10.6	20.3
43.			12 38	47.5	30.8	49.3	27.3
44.			12 55	46.2	50.5	41.7	51.8
45.			13 0	64.2	46.8	72.5	42.5
46.	Mosc.-Mod.	Août 22	9 58	48.1	40.7	50.1	38.3
47.			10 48	44.7	37.9	53.8	33.9
48.			10 52	17.3	33.7	21.0	31.3
49.			11 6	44.7	49.6	48.1	49.5
50.			11 10	61.1	51.4	61.1	48.6
51.			11 50	33.1	32.8	39.7	31.4
52.	Poulk.-Mor.	Août 23	12 51	335.3	51.0	20.6	64.2
53.			13 0	64.2	49.2	64.2	43.4
54.			13 15	11.0	59.7	3.6	62.0
55.			13 19	53.4	41.0	51.0	37.0
56.			13 25	38.0	62.6	48.0	64.5
57.			13 30	73.3	30.6	73.9	23.4
58.			13 37	78.7	46.0	85.9	51.3
59.			13 42	49.0	36.6	52.2	33.1
60.			13 57	28.6	47.3	24.3	50.0
61.			14 34	57.7	41.2	61.0	46.6
62.			14 38	61.4	52.4	66.0	49.0
63.	Poulk.-Ivan.	Août 23	10 10	25.5	67.6	27.4	63.4
64.			10 14	20.1	42.5	16.8	37.2
65.			10 28	358.7	66.7	6.0	63.5
66.			11 36	355.3	47.9	4.0	52.1
67.			11 58	64.1	46.0	72.5	42.2
68.			12 14	29.8	13.6	27.5	7.7
69.			12 39	25.3	42.2	33.9	46.7
70.			12 46	97.3	38.5	90.5	41.2

Les météores isolés sont: 7, 38, 52, 66, 70, les autres 65 nous fournissent les radiants:

	α	δ	Poids
1 — (6, 28, 33, 65)	5°0	+ 63°5	4
2 — (1, 2, 4, 23, 56)	8.5	49.0	5
3 — (21, 63)	11.0	78·0	2
4 — (5, 48, 51, 69)	15.0	34.5	4
5 — (19, 30, 39)	22.0	21.5	3
6 — (9, 10, 11, 12, 14, 29, 34, 35, 42, 43, 45, 46, 49, 64, 67)	32.0	54.5	15
7 — (16, 25, 31, 36, 59, 60)	42.0	45.0	6
8 — (8, 15, 47, 54)	44.0	38.0	4
9 — (18, 26, 27, 32, 40, 62)	48.0	58.0	6
10 — (3, 22, 55, 61)	55.0	41.5	4
11 — (13, 20, 24, 41, 50, 53, 57, 68)	62.0	65.5	8
12 — (44, 58)	69.5	35.5	2
13 — (17, 37)	73.0	+ 44.0	2

D'où on a pour le centre

$$\alpha = 37°0, \qquad \delta = + 50°7$$

pour

Août 21.08, $\lambda = 148°54'$

puis

$$l = 53°0, \qquad b = + 33°9$$

et

$$\theta = 98°7 \qquad l' = 45°4$$
$$\varepsilon \quad 34.3 \qquad b' \quad 56.8$$
$$\varepsilon' \quad 57.8 \qquad s \quad 97.3$$

D'où

$$i = 57°6, \qquad v = - 14°7.$$

Carte V.

Num.		Temps		Apparition α	Apparition δ	Disparition α	Disparition δ
1.	Pog.-Bred.	Août 18	10ʰ 0ᵐ	41°0	49°0	34°5	43°0
2.			10 8	58.5	37.0	62.3	30.5
3.			10 15	55.0	43.3	61.6	37.7
4.			11 2	35.7	28.8	31.5	21.8
5.			11 20	40.8	25.7	37.7	20.5
6.			11 40	47.0	52.0	53.3	50.0
7.	Pog.-Bred.	Août 21	11 4	46.0	41.0	47.0	38.0
8.			11 6	42.0	55.2	49.0	54.3
9.			11 30	43.0	40.0	47.0	42.0
10.	Pog.-Bred.	Août 23	10 6	51.5	34.0	53.5	29.0
11.			10 12	44.5	51.0	42.0	42.5
12.			10 15	48.0	56.3	57.0	52.0

Carte V.

Num.		Temps		Apparition α	Apparition δ	Disparition α	Disparition δ
13.	Pog.-Bred.	Août 23	11^{h}10^m	82.°0	47.°0	81.°0	38.°0
14.			11 26	44.4	57.0	47.0	53.0
15.			11 35	53.5	33.0	58.0	32.0
16.	Pog.-Bred.	Août 24	11 32	44.0	59.0	54.0	55.5
17.			11 35	46.0	60.0	48.0	56.0
18.			11 36	25.0	51.5	36.0	55.5
19.			12 7	50.0	36.0	58.0	38.0
20.			12 22	76.0	53.0	93.0	53.5
21.	Pog.-Bred.	Août 27	10 10	44.0	53.5	50.5	50.0
22.			10 30	25.5	13.5	22.0	6.0
23.			10 50	94.0	52.0	107.0	51.0
24.	Pog.-Bred.	Août 30	10 0	42.0	55.0	53.0	52.0
25.			10 30	54.0	43.0	58.0	38.0
26.			11 0	53.0	45.0	59.5	44.0

Les météores isolés: 13, 17, 18; les radiants formés par les autres 23 météores:

	α	δ	Poids
1 — (5, 9, 23)	40.°0	+ 37.°0	3
2 — (8, 21, 24)	42.0	55.0	3
3 — (12, 14, 16)	42.5	59.0	3
4 — (7, 10, 20, 26)	45.0	45.0	4
5 — (1, 6, 11)	46.0	52.5	3
6 — (15, 19, 22)	47.0	34.5	3
7 — (2, 3, 4, 25)	51.0	+ 46.7	4

Au centre de la radiation

$$\alpha = 44.^\circ 8, \qquad \delta = + 47.^\circ 1$$

pour le temps

Août 24.18 et $\lambda = 151^\circ 55'$

puis

$$l = 57.^\circ 1, \qquad b = + 28.^\circ 7$$

et

$$\theta = 98.^\circ 6 \qquad l' = 52.^\circ 0$$
$$\varepsilon \quad 29.1 \qquad b' \quad 48.5$$
$$\varepsilon' \quad 49.2 \qquad s \quad 96.5$$

d'où

$$i = 48.^\circ 9, \qquad v = - 13.^\circ 0.$$

Carte VI.

Num.		Temps		Apparition α	Apparition δ	Disparition α	Disparition δ
1.	Poulk.-Soc.	Août 24	11ʰ11ᵐ	40.°0	50.°4	36.°5	50.°4
2.			11 18	16.4	46.3	21.2	50.7
3.			11 24	50.5	39.1	40.2	36.2
4.			11 33	31.0	40.6	40.1	40.9
5.			11 52	36.1	33.2	33.3	26.8
6.			12 0	25.7	37.9	29.0	35.6
7.			12 15	11.9	32.0	13.4	26.3
8.			12 17	53.5	28.9	55.0	58.5
9.			12 26	66.1	41.6	69.0	37.5
10.			12 26	45.8	39.4	43.0	26.2
11.			12 27	47.5	23.3	50.2	17.5
12.			13 21	57.9	53.2	59.3	47.9
13.			13 35	25.2	40.4	18.9	37.6
14.			13 41	5.9	31.4	15.5	29.3
15.	Poulk.-Ivan.	Août 25	9 35	74.6	50.0	87.9	48.5
16.			9 57	354.7	40.0	351.2	31.2
17.			10 19	73.8	54.5	78.3	47.7
18.			10 31	20.0	60.8	354.2	51.8
19.			10 32	53.0	71.8	42.6	77.4
20.			10 36	341.3	47.0	356.0	73.0
21.			10 45	25.3	60.2	18.6	53.8
22.			10 51	96.0	69.2	119.5	62.5
23.			10 57	48.7	60.7	68.4	60.5
24.			11 6	14.7	44.7	17.5	37.7
25.			11 9	51.0	42.8	50.0	36.8
26.			11 24	81.1	47.0	91.3	49.1
27.			11 31	40.0	54.5	37.4	49.9
28.			11 31	74.0	60.4	89.0	59.2
29.			11 39	48.0	48.3	43.2	40.5
30.			11 43	77.0	38.0	72.8	19.0
31.			11 56	74.7	55.0	26.5	39.5
32.			12 0	26.5	39.5	35.3	35.6
33.			12 16	61.5	54.0	73.1	59.2
34.			12 27	72.5	37.0	79.5	37.7
35.			12 30	81.3	36.9	85.6	36.2
36.			13 8	75.7	54.1	89.7	47.3
37.			13 19	3.2	34.5	2.7	22.8
38.			13 51	50.8	50.3	58.3	51.5
—	Poulk.-Lind.	Août 25	9 57	359.0	35.2	356.5	26.5
—			10 31	24.0	61.5	354.0	50.0
39.			10 33	33.0	73.0	39.5	76.9
40.			10 36	354.0	50.0	336.0	52.2
41.			10 53	30.5	55.4	36.0	50.2
—			10 56	53.0	59.1	64.0	63.3

Carte VI.				Apparition		Disparition	
Num.		Temps		α	δ	α	δ
42.	Poulk.-Lind.	Août 25	11^{h}26^m	65.°2	43.°7	78.°2	51.°0
43.			11 33	43.8	47.7	37.0	41.4
44.			11 41	47.4	44.9	38.2	39.5
45.			11 45	73.5	49.3	74.0	54.0
46.			11 50	331.0	58.7	330.3	63.0
47.			12 1	48.6	41.5	55.3	43.8
48.			12 13	341.0	59.8	351.0	61.4
49.			12 15	349.0	54.3	14.1	44.9
50.			12 17	52.1	52.0	66.0	59.0
51.			12 30(?)	53.0	72.3	49.0	77.7
52.	Poulk.-Lind.	Août 26	10 12	111.0	58.6	129.0	56.5
53.			10 34	39.0	65.0	53.0	66.0
54.			11 11	16.2	51.3	25.0	41.8
55.			11 18	32.9	63.0	33.5	56.3
56.			11 24	26.7	43.3	29.1	34.6
57.			12 1	32.0	56.0	32.0	51.0
58.			12 11	355.0	47.5	4.0	55.7
59.			12 20	48.5	69.9	71.0	71.9
60.			12 21	57.0	39.6	63.5	40.5
61.			12 31	351.0	46.7	355.0	57.2
62.			12 37	5.0	27.0	5.2	14.7
63.			12 46	46.0	61.6	41.0	69.7
64.			12 57	89.0	63.7	108.0	66.4
65.			13 15	16.2	36.8	17.5	33.7
66.	Poulk.-Leb.	Août 26	10 39	63.0	47.5	66.6	42.3
67.			10 45	17.9	33.5	17.0	31.6
68.			10 46	27.9	26.6	33.5	31.1
69.			11 3	40.0	31.0	41.2	28.0
—			11 13	19.6	48.6	23.1	47.0
70.			11 20	31.1	57.8	31.0	53.5
71.			11 25	29.0	34.0	29.8	28.7
72.			11 36	25.0	50.0	24.1	46.8
73.			11 43	56.0	45.4	60.2	45.0
74.			11 44	40.2	36.6	42.3	34.0
75.			11 46	76.0	44.6	81.0	43.4
76.			11 55	47.9	46.5	51.0	45.7
77.			12 10	32.8	25.0	32.9	20.2
78.			12 12	50.7	58.6	52.0	60.2
79.			12 16	41.5	28.7	43.3	26.8
80.			12 17	72.5	26.7	83.5	32.2
81.			12 20	74.0	65.1	84.0	66.0
—			12 21	55.9	37.6	60.1	38.5
82.			12 38	78.5	50.5	86.9	53.2
83.			12 43	40.6	45.7	50.0	47.9

Carte VI.			Apparition		Disparition	
Num.	Temps		α	δ	α	δ
84. Poulk.-Leb.	Août 26	12^h58^m	24.°2	51.°0	25.°6	48.°3
85.		13 17	15.0	49.2	5.8	43.8
86.		13 37	67.0	27.3	70.5	22.5
87.		13 41	40.6	28.0	43.7	29.4

Les météores isolés: 14, 17, 20, 30, 31, 46, 48, 61; les autres 79 se réunissent en radiants:

	α	δ	Poids
1 — (16, 58)	355.°0	+ 48.°0	2
2 — (7, 37, 62)	4.0	54.0	3
3 — (24, 53, 54)	8.0	56.5	3
4 — (2, 40, 65)	13.0	43.0	3
5 — (28, 36, 56, 84, 71)	25.0	52.0	5
6 — (41, 59)	25.0	59.0	2
7 — (18, 22, 39)	25.0	62.0	3
8 — (4, 6, 32, 49, 73, 83)	25.0	39.5	6
9 — (21, 55, 57, 70, 72, 77)	32.0	63.5	6
10 — (52, 87)	32.0	25.0	2
11 — (11, 13, 38, 69, 74)	34.0	44.5	5
12 — (47, 68, 79)	36.0	34.0	3
13 — (27, 66)	45.0	62.0	2
14 — (50, 76)	45.0	47.0	2
15 — (23, 51, 67, 78, 81)	47.0	58.0	5
16 — (10, 25, 29, 63, 75)	50.0	50.0	5
17 — (8, 34)	53.0	30.0	2
18 — (1, 9, 15, 33, 44, 64)	57.0	49.5	6
19 — (3, 26, 35, 42, 60, 82, 86)	57.0	38.0	7
20 — (5, 12, 43, 85)	57.5	57.0	4
21 — (19, 45, 80)	72.0	+ 26.5	3

D'où le centre de la radiation

$$\alpha = 37.^\circ4, \qquad \delta = +48.^\circ1$$

pour le temps

$$\text{Août } 25{,}42, \qquad \lambda = 153^\circ6'$$

puis

$$l = 52.^\circ1, \qquad b = +31.^\circ4$$

et

$$\Theta = 107.^\circ2 \qquad l' = 39.^\circ4$$
$$\varepsilon \quad 33.1 \qquad b' \quad 52.1$$
$$\varepsilon' \quad 55.7 \qquad s \quad 104.2$$

et enfin

$$i = 54^\circ.5, \qquad v = -29^\circ.0.$$

Les résultats des cartes V et VI, séparées d'un jour, peuvent être réunis ensemble. Eu égard aux poids (23) et (79), on obtient

$$\text{Août } 25.17, \qquad i = 53^\circ.3, \qquad v = -25^\circ.8.$$

Carte VII.

Num.		Temps		Apparition α	Apparition δ	Disparition α	Disparition δ
1.	Poulk.-Soc.	Août 27	10^h21^m	17.°1	49.°1	20.°0	43.°3
2.			10 34	21.7	15.0	23.9	10.3
3.			10 49	22.2	33.6	23.9	32.0
4.			10 52	12.2	37.2	4.1	34.9
5.			10 58	23.5	45.5	30.0	43.3
6.			11 2	22.6	40.6	26.4	39.9
7.			11 13	39.0	49.3	48.6	54.0
8.			11 16	29.5	21.6	32.2	17.0
9.			11 21	75.3	57.2	79.9	47.9
10.			11 22	55.6	28.6	63.5	27.7
11.			11 31	41.7	36.3	35.6	29.9
12.			11 34	30.0	36.5	28.3	26.5
13.			11 55	49.0	57.7	39.2	56.8
14.			11 58	27.6	33.0	31.1	23.5
15.			12 4	65.3	41.4	65.7	34.7
—	Poulk.-Ivan.	Août 27	10 21	20.0	51.1	20.1	43.9
16.			10 49	18.9	38.8	9.7	33.3
—			11 20	74.6	58.0	78.6	49.7
17.			11 29	40.1	33.0	36.6	26.4
—			11 33	29.1	34.1	29.6	26.9
18.			11 35	12.3	20.8	5.6	13.3
19.			11 39	103.8	59.7	110.5	51.1
20.			12 14	59.0	20.3	58.6	13.5
21.	Poulk.-Ivan.	Août 29	11 7	44.9	26.9	50.0	21.0
22.			11 22	55.0	22.1	47.4	18.0
23.			11 31	20.1	52.0	26.0	42.6
24.			11 38	31.4	29.0	28.2	23.4
25.			11 45	53.0	43.8	37.0	40.4
26.			12 50	45.9	37.6	57.0	41.5
27.			12 53	80.4	47.4	75.7	55.5
28.			13 21	43.0	26.5	52.0	27.1
29.	Poulk.-Mor.	Août 30	14 16	75.6	58.8	79.9	56.0
30.			14 21	62.1	52.6	65.9	49.2
31.			14 29	43.1	28.7	42.6	25.7
32.			14 46	77.0	44.9	82.8	43.9
33.	Poulk.-Ivan.	Août 30	9 2	6.7	12.3	13.8	5.9
34.			9 3	353.5	44.8	1.4	37.5

Carte VII.

Num.		Temps		Apparition α	Apparition δ	Disparition α	Disparition δ
35.	Poulk.-Ivan.	Août 30	9h 4m	23.°8	31.°3	25.°6	23.°6
36.			9 34	32.7	50.9	27.2	37.6
37.			9 41	63.5	50.4	72.5	48.0
38.			9 52	82.5	55.4	73.5	50.4
39.			10 3	51.0	54.4	50.5	57.9
40.			10 24	51.3	71.7	65.5	78.0
41.			10 56	30.4	36.2	17.9	23.7
42.			11 19	41.0	49.4	49.4	45.2
43.			11 19	19.2	45.3	27.0	42.0
44.			11 23	65.0	46.8	71.6	42.4
45.			11 27	48.8	60.7	68.4	60.5
46.			12 10	76.8	43.5	84.6	37.5
47.			12 20	15.1	42.3	15.6	35.9
48.			12 36	92.3	44.0	89.1	36.2
49.	Mosc.-Blasch.	Août 30	10 48	3.3	37.4	359.6	32.8
50.			11 26	32.0	48.2	48.6	54.9
51.			11 52	3.0	61.8	345.4	60.1
52.			12 6	5.5	27.9	358.6	23.7
53.			12 47	56.9	24.0	54.5	18.2
54.	Poulk.-Leb.	Sept. 1	11 45	54.5	51.0	55.0	49.0
55.			11 52	22.2	39.3	19.7	29.0
56.			12 2	46.4	40.6	52.7	43.5
57.			12 42	23.8	43.6	30.0	41.0
58.			12 46	63.9	41.7	65.7	39.7
59.			12 47	83.0	58.5	90.5	58.5
60.			13 4	26.6	40.6	22.0	46.8
61.			13 6	58.9	24.8	62.3	23.0
62.			13 26	83.0	66.8	81.0	62.8
63.			13 29	359.8	62.8	353.5	60.3
64.			13 31	14.0	35.2	8.9	39.6
65.			13 41	75.0	34.7	79.8	35.1
66.			13 50	48.6	40.6	55.0	39.4
67.			14 1	19.0	37.3	25.4	48.0
68.			14 24	84.0	78.4	63.6	61.5
69.			14 26	53.5	49.0	63.0	48.7
70.			14 33	91.9	66.2	99.0	68.9

Les météores: 4, 9, 33, 35, 48, 68 sont isolés; les autres 64 forment les radiants suivants:

	α	δ	Poids
1 — (14, 21, 43, 47, 49, 57, 66)	13.°0	+ 47.°5	7
2 — (1, 23, 42, 45, 62)	17.0	56.0	5
3 — (5, 7, 12, 56, 67)	20.0	29.0	5
4 — (3, 6, 26, 28, 59, 64, 65)	22.5	24.0	7

	α	δ	Poids
5 — (36, 50)	32.°5	49.°5	2
6 — (29, 63)	33.0	70.0	2
7 — (2, 8, 40, 41, 52, 55, 60, 61)	33.0	39.0	8
8 — (20, 25, 32, 38, 53, 70)	47.5	39.0	6
9 — (16, 18, 31, 37, 39, 58, 69)	51.0	50.5	7
10 — (17, 24, 30, 44, 46, 51, 54)	55.0	53.0	7
11 — (11, 13)	69.0	45.0	2
12 — (10, 15, 19, 34)	84.0	71.0	4
13 — (22, 27)	87.0	+33.0	2

Pour le temps moyen de Greenwich

$$\text{Août } 29.95 \text{ et } \lambda = 157°29'$$

les coordonnées du centre de l'aire de radiation sont

$$\alpha = 39°.1, \quad \delta = +44°.9$$

elles donnent

$$l = 52°.1, \quad b = +28°.0,$$

d'où

$$\theta = 116°.6 \qquad l' = 36°.4$$
$$\varepsilon \quad 31.6 \qquad b' \quad 45.9$$
$$\varepsilon' \quad 53.4 \qquad s \quad 111.0$$

et enfin

$$i = 50°.3, \qquad v = -42°.0.$$

Il est intéressant de confronter maintenant toutes les valeurs de l'inclinaison que nous avons trouvées. L'inclinaison à l'époque du phénomène, déduite de plusieurs observations et de plusieurs années peut être regardée comme fixée avec une précision satisfaisante, à quelques dixièmes de degré près; les valeurs de l'inclinaison pour le 5.00 et le 14.50 août sont données dans mon Mémoire «Sur les Perséides observés en Russie en 1890».

Ces valeurs comme celles obtenues dans le Mémoire présent, doivent être accompagnées de leurs poids respectifs (nombres de météores) pour qu'on puisse avoir en vue leur degré de précision quand on voudra les combiner avec les résultats tirés des observations futures:

Temps	☋	i	Poids
Juillet 29.36	307.°5	55.°2	42
Août 3.28	311.8	58.0	28
» 5.00	313.0	59.3	42
» 10.50	317.8	65.8	—
» 14.50	322.1	59.8	10
» 21.08	328.9	57.6	65
» 25.17	332.5	53.4	102
» 29.95	337.5	50.3	64

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 475.

La correction de i provenant de l'excentricité de l'orbite de la Terre n'a pas d'importance pour nous: elle est insensible le 1 août, et vers le 1 septembre elle atteint la valeur de $+ 0°3$.

Après avoir lu mon Mémoire «Sur la dispersion des points radiants», M. Callandreau eut la complaisance de m'écrire une lettre concernant ce sujet dans laquelle il dit entre autres: «La mention que vous avez bien voulu faire de mon travail m'a engagé à chercher tout de suite si cette diminution de l'inclinaison n'était pas une conséquence des formules concernant les perturbations par les planètes; j'ai trouvé qu'il en devait être ainsi pour les orbites rétrogrades du moment où les perturbations étaient notables».

«Ainsi donc quand le courant météorique ne subit pas l'effet des perturbations planétaires le point radiant ou plutôt les points radiants successifs se concentrent; l'effet des perturbations peut expliquer de la manière la plus naturelle la divergence des points radiants au dehors de l'époque».

Ainsi, à cause des perturbations de la part de Jupiter (et des autres grosses planètes) le centre de l'aire de radiation varie son noeud et son inclinaison sur l'écliptique, et ces éléments avec le temps diffèrent considérablement des éléments de la comète génératrice.

A une époque donnée, les variations $\delta\Omega$ et δi paraissent avoir les valeurs du même ordre, tandis que l'examen des perturbations des orbites météoriques nous a montré une faible variation de Ω vis-à-vis d'une forte variation de i. Or, dans cet examen nous n'avons eu en vue que les orbites passant très près du centre de Jupiter. A une distance plus grande $\delta\Omega$ augmente un peu et en même temps δi (sa valeur numérique) diminue rapidement, et ainsi ces deux variations peuvent devenir du même ordre.

Au bord austral de l'aire de radiation, où l'inclinaison est faible, le déplacement du noeud sera très considérable; au bord nord se trouvent les météores pour lesquels les variations de i et de Ω sont à peu près du même ordre et a. d. s.

Toutes les considérations embrassant les détails et les circonstances particulières du phénomène pourraient être déduites des formules générales qui présenteraient les variations des éléments en dépendance des circonstances dans lesquelles un météore donné passe à travers la sphère d'activité d'une grosse planète.

Les tables des coordonnées des radiants exposées plus haut peuvent mener à quelques réflexions grossièrement approximatives concernant les dimensions de l'aire de radiation. Prenons pour cela les points radiants extrêmes en ascension droite et en déclinaison; leurs différences $\Delta\alpha$ et $\Delta\delta$ nous donneront l'étendue de l'aire dans ces deux directions. Ainsi on obtient:

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 476.

		α		Δα	
Cartes:	I, II de	347°	à 48°	61°	
	III	8	70	62	Moyenne 61°
	IV	5	73	68	
	V, VI	355	72	77	
	VII	13	87	74	Moyenne 73°

		δ		Δδ	
Cartes:	I, II de	27°	à 70°	43°	
	III	30	73	43	Moyenne 43°
	IV	22	78	56	
	V, VI	25	64	39	
	VII	24	71	47	Moyenne 47°

Pour le centre de l'aire on peut admettre en nombre moyen $\delta = 50°$, et par conséquent à la différence $\Delta\alpha = 62°$ correspond une étendue en arc de grand cercle égale à 41°, et à $\Delta\alpha = 73°$ l'étendue de 47°. On voit ainsi que l'aire de radiation a une forme circulaire, dont le diamètre en nombre rond est égal à 45°. Le clair de lune et le crépuscule ont dû diminuer un peu l'étendue de l'aire.

En admettant que le vrai diamètre est augmenté par les erreurs d'observation, il est en tout cas difficile de supposer qu'il soit au-dessous de 40°.

Vu une pareille étendue de l'aire de radiation qui n'est pas uniformément couverte de radiants, la question connue concernant le déplacement du radiant change et diminue dans sa valeur.

D'abord, ce n'est plus un point, mais une grande aire; puis, comme les plans des différentes orbites météoriques sont différemment inclinés dans la durée du phénomène, et la Terre de jour en jour change de position parmi ces orbites, il n'y a aucune raison de supposer que la condensation de la radiation soit immobile sur le ciel durant tout un mois.

La confrontation des coordonnées du centre de l'aire indique en effet quelque déplacement de ce centre. Comme le mouvement de la Terre s'effectue dans le plan de l'écliptique et comme l'inclinaison des orbites a un rapport direct à ce même plan, — il sera naturel de présenter les coordonnées sur l'écliptique vis-à-vis des coordonnées sur l'équateur:

		α	δ	l	b
Juillet	29.4	25°	+46°	41°	+33°
Août	3.3	39	51	54	33
»	5.0	45	53	59	34
»	10.5	47	57	63	38

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 477.

		α	δ	l	b
Août	14.5	45°	54°	60°	35°
»	21.1	38	51	53	34
»	25.2	42	48	55	30
»	30.0	40	+45	52	+28

Les unes et les autres de ces coordonnées indiquent que vers l'époque du phénomène le centre apparent de la radiation se déplace vers le nord-est; après l'époque il prend le mouvement opposé.

MÉLANGES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES
TIRÉS DU
BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG.
TOME VII.

Die Lichtcurve des neuen Sterns von 1892 (T Aurigae). Von E. Lindemann. (Lu le 2 décembre 1892).

(Mit einer Tafel.)

Zu den interessantesten astronomischen Entdeckungen dieses Jahres gehört gewiss die des neuen Sterns im Fuhrmann durch Rev. Th. D. Anderson, Dr. der classischen Philologie in Edinburg. Herr Anderson sah denselben schon am 24. Januar, etwas heller als χ Aurigae, erkannte ihn jedoch erst am 31. Januar als neuen Stern und theilte die Entdeckung Herrn Dr. R. Copeland mit, welcher sie sofort durch die Centralstelle für astronomische Telegramme der astronomischen Welt bekannt machte, und schon am 1. Februar begann aller Orten eine vielseitige eifrige Beobachtung des Sterns.

Zur Zeit der Entdeckung war die Harvard College Sternwarte bereits im Besitze von 18 in der Zeit vom 3. November 1885 bis zum 2. November 1891 erhaltenen photographischen Aufnahmen der betreffenden Himmelsgegend, welche Sterne bis zur 11., und theils sogar bis zur 13. Grösse enthielten; die Nova fand sich auf denselben nicht vor, gleichwie auch auf einer anderen Reihe von 14 Platten zwischen October 21 und Dezember 1 1891. Die in zwölf Nächten zwischen Dez. 10 1891 und Jan. 20 1892 erhaltenen Platten zeigten dagegen auch den neuen Stern, dessen Grössen Prof. Pickering in № 3079 der Astr. Nachr. zur Mittheilung bringt. Fünf weitere Platten, zwischen Dez. 16 1891 und Jan. 31 1892, sollen die Nova ebenfalls als Stern 5. Grösse zeigen, genauere Ausmessungen oder Abschätzungen derselben sind jedoch nicht mitgetheilt.

Helligkeitsbestimmungen auf photometrischem und photographischem Wege, sowie Stufenschätzungen des neuen Sterns liegen zur Zeit, soweit Mittheilungen vorhanden sind, von 38 Beobachtern und Sternwarten vor, und zwischen Febr. 1 und April 3 fällt kein Tag ohne Beobachtung desselben auf diesem oder jenem Wege aus. Gegenwärtige Arbeit wurde in der Absicht unternommen die Lichtcurve der Nova aus der Gesammtheit dieser Helligkeitsbestimmungen abzuleiten, und trotz bedeutender Discordanz zwischen den verschiedenen Beobachtern, war dieser Zweck, dank der grossen Anzahl der Einzelbestimmungen, mit genügender Sicherheit ausführbar.

Folgende Helligkeitsbestimmungen liegen für die genannte Aufgabe vor.

Schätzungen von Dr. Anderson, Jan. 31, $4^m.9$; von Prof. Küstner, Febr. 2, $5^m.5$; von Prof. Dunér, Febr. 2, $5^m.5$, Febr. 3, $5^m.0$; (Astr. Nachr. 3076). Schätzungen ohne Zahlenangabe des Stufenunterschiedes gegen die Vergleichsterne sind nicht benutzt.

Schätzungen von Herrn Archenhold und Dr. Ristenpart; photographische Messungen von Archenhold und Herrn M. Wolf; (Astr. Nachr. 3077).

Photographische Aufnahmen der Harvard College Sternwarte und von M. Wolf; Schätzungen der Herren Plassmann, Reichwein und Rohrbach; (Astr. Nachr. 3079).

Photometrische Messungen mit dem Zöllner'schen Photometer von Dr. G. Müller. Schätzungen von Dr. Koerber und Dr. Ristenpart. (Astr. Nachr. 3083).

Stufenschätzungen der Herren Holetschek, Hartmann und Lindemann (Astr. Nachr. 3094).

Schätzungen von Herrn Schwarzschild (Astr. Nachr. 3096).

Photometrische Messungen mit abgeändertem Zöllner'schen Photometer von Prof. Ceraski (Astr. Nachr. 3111).

Stufenschätzungen des Herrn Sawyer (Astr. Journ. 257) und der Herren Sawyer und Yendell (Astr. Journ. 258).

Photometrische Messungen (wedge-Photometer) von Herrn Parkhurst; Stufenschätzungen der Herren Hagen, Algué und Hedrick (Astr. J. 262).

Photometrische und photographische Bestimmungen der Universitäts-Sternwarte zu Oxford; photographische Messungen in Greenwich; Schätzungen von Herrn Knott. (Month. Not. 1892, March).

Schätzungen des Radcliffe Observatory und von Herrn Knott. (Month. Not. 1892, April).

Stufenschätzungen von Dr. J. G. Lohse (Month. Not. 1892, May).

Schätzungen von Dr. R. Copeland (Trans. of the R. Soc. of Edinburgh. XXXVII, № 4).

Photographische Bestimmungen vou Prof. Pickering (März 4 — April 13); Schätzungen der Herren Espin, Peek, Markwick, Wereschtschagin, Flammarion, Quénisset, Sadler und Blakeley. (L'Astronomie, 1892, № 6).

Neuere Schätzungen von Herrn Yendell. (Astr. Journ. 272).

Dieses gesammte Material wurde in drei Gruppen getheilt. Die erste bilden die photometrischen Messungen, zu denen auch diejenigen Stufenschätzungen hinzugezogen wurden, deren Beziehung auf dieselben Vergleichsterne, welche den photometrischen Bestimmungen zu Grunde lagen, mir

zugänglich war. Die zweite Gruppe besteht aus solchen Schätzungen, bei deren Publication keine genügenden Angaben für die Reduction auf ein einheitliches System von Vergleichsternen mitgetheilt sind und die deshalb nur in ihrer rohen Form, mit den ihnen aus genanntem Grunde anhaftenden Fehlern, in der Hoffnung, dass sich diese durch die grössere Anzahl der Bestimmungen aufheben dürften, benutzt werden konnten. Auch sind in diese Gruppe alle weniger bekannten, also wohl auch weniger erfahrenen Beobachter aufgenommen. Zur dritten Gruppe endlich gehören die photographischen Aufnahmen, die, mit Ausnahme der Harvard College Messungen, ein überhaupt spärliches und ungemein wenig mit einander stimmendes Material liefern. Für jede dieser drei Gruppen wurde die Lichtcurve getrennt von den anderen beiden ermittelt.

Gruppe I.

Die photometrischen Messungen und denselben vergleichbaren Stufenschätzungen.

Der erste Schritt zur Ermittelung der Lichtcurve ist natürlich eine möglichst strenge Reduction der von den einzelnen Beobachtern benutzten Vergleichsterne auf ein einheitliches Grössensystem, mit Hülfe eines und desselben Helligkeitscoeffizienten. Als zweiter träte dann die Anforderung die einzelnen Beobachtungen diesem Normalsysteme von Vergleichsternen anzupassen an den Bearbeiter heran. Diejenigen Beobachtungen der Nova (von G. Müller, Ceraski, Sawyer, Parkhurst, Oxford, Knott, J. G. Lohse und mir), welche möglichst streng die Erfüllung dieser beiden Bedingungen ermöglichen, sind demnach zu dieser Gruppe photometrischer Bestimmungen zusammengezogen, welcher eine hervorragende Bedeutung für unseren Zweck zukommt. Vollkommen streng konnten die genannten beiden Bedingungen für die Beobachtungen von Ceraski, Parkhurst, Lohse, Sawyer, Müller und meine eigenen erfüllt werden.

Die Hauptvergleichsterne fast sämmtlicher Beobachter dieser Gruppe, auf welche die übrigen, nur von einzelnen Beobachtern benutzten, bezogen werden können, sind:

	χ Aurigae	26 Aurigae	Lal. 10143
Müller.....	4.92	—	—
Sawyer.....	4.9	5.8	5.9
Parkhurst....	5.00	—	—
Oxford.....	5.08	5.63	5.84
Knott.....	5.08	5.63	5.84
Lindemann...	5.00	5.70	5.85
Ceraski.....	5.07	5.72	—
Mittel..	5.00	5.70	5.86

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 509.

Genau auf diesem Mittelsysteme beruhen bloss die Beobachtungen von Parkhurst und mir (sowie die in die dritte Gruppe aufgenommenen photographischen Bestimmungen von Pickering).

Um dieses Mittelsystem strengstens einzuhalten, wären eigentlich die Messungen Müller's um 0^m.08 zu vergrössern. Ich habe mich jedoch dieser Correction enthalten, weil sie bedeutend kleiner als die möglichen Fehler solcher Messungen selbst ist, und doch nur eine bloss immaginäre Correction wäre. Ausserdem wäre ein solches Zurechtfeilen einer der vollgültigsten Messungsreihen immer eine bedenkliche und missliche Sache.

Sawyer's Beobachtungen von Febr. 16 und Febr. 18 konnten auf die mittleren Werthe der Vergleichsterne bezogen werden. Für seine späteren Schätzungen sind die einzelnen Stufenunterschiede gegen die Vergleichsterne nicht mitgetheilt, und die Schätzungen selbst sind vom Beobachter als «relatively uncertain» bezeichnet; deshalb sind diese Schätzungen zur zweiten Gruppe hinzugezogen.

Den Oxforder (University Observatory) Messungen sind, wenigstens für die Zeit Febr. 3 — März 7, die benutzten Vergleichsterne für jeden Tag beigefügt. Eine Reduction wäre demnach, unter einigen willkürlichen Annahmen, möglich gewesen. Da jedoch in vielen Fällen die Correctionen der Vergleichsterne $-0^m.08$, $+0^m.07$ und $+0^m.02$ sich aufgehoben hätten, konnte füglich diese Reduction, namentlich angesichts der bei Weitem grösseren Abweichungen dieser Messungen von den anderen (März 12 $1^m.1$, März 14 $1^m.0$), mit gutem Rechte unterlassen werden; auch lehrt die nähere Einsicht der Oxforder Beobachtungen, dass diese Abweichungen sich keineswegs durch die Differenzen der Vergleichsterne erklären lassen.

Ceraski hat seine Messungen mit dem Helligkeitscoeffizienten 0.443 reduzirt. Um sie den übrigen streng vergleichbar zu machen, habe ich sie mit 0.400 umgerechnet und auf obiges Mittelsystem der Vergleichsterne bezogen.

Die Lohse'schen Stufenschätzungen sind die einzigen, die einerseits mit aller wünschenswerthen Ausführlichkeit mitgetheilt, andererseits durchweg auf photometrisch bestimmte Vergleichsterne bezogen sind. Sie konnten deshalb vollkommen streng auf die mittleren Werthe der Vergleichsterne zurückgeführt werden.

Knott's Beobachtungen sind theils Stufenschätzungen gegen die oben angeführten Sterne der Uranometria Oxoniensis, theils, für die Periode des Schwächerwerdens der Nova, directe Bestimmungen durch Verkleinerung der Objectivöffnung. Nach letzterer Methode sind auch die in der letzten Zeit benutzten schwachen Vergleichsterne mit den helleren der Uranometria Oxoniensis verbunden, welche Verbindung als eine ziemlich gelungene bezeichnet werden darf, da sie namentlich für die letzten Tage der Beobach-

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 510.

tungsperiode recht gut mit den photometrischen Messungen Ceraski's und den photographischen Bestimmungen Pickering's stimmt. Deshalb glaubte ich diese Beobachtungsreihe, zumal als eine der ergiebigsten, mit gutem Rechte zu meiner ersten Gruppe zählen zu dürfen, trotzdem dass die Resultate nur in Mittelwerthen angegeben sind und deshalb nicht genau auf das mittlere System der Vergleichsterne bezogen werden konnten. In Bezug auf die kleinen Abweichungen der Vergleichsterne gilt hier übrigens vollkommen das oben über die Oxforder Messungen Gesagte.

Wie ersichtlich, sind demnach die beiden eingangs dieses Capitels erwähnten Bedingungen für sämmtliche in diese Gruppe aufgenommenen Beobachtungen möglichst streng erfüllt. Was die erste Bedingung anbetrifft, so bleiben, von χ Aurigae ausgehend, bloss die minimen Differenzen von $-0^m.08$ für Müller und $+0^m.08$ für Oxford und Knott, sowie von $-0^m.07$ für die Oxforder und Knott'schen Vergleichungen mit 26 Aurigae übrig. Dieselben verschwinden jedoch, wie gesagt, vollständig in den viel grösseren Differenzen zwischen den verschiedenen Beobachtungen, welche letzterén demnach entweder als zufällige, oder als den verschiedenen Beobachtungsmethoden eigenthümliche Beobachtungsfehler anzusehen sind.

Mit Berücksichtigung der oben besprochenen Ausgleichungen stellen sich die zu dieser Gruppe zusammengefassten Beobachtungen folgendermaassen dar. Dieselben sind durchweg nur bis auf Zehntelgrössen angesetzt, denn welche Bedeutung hätten die Hundertstel, wo Differenzen von ganzen Grössen nicht zu tilgen sind.

1892	Müller	Lindemann	Sawyer	Parkhurst	Oxford	Knott	Lohse	Ceraski	Mittel
Febr. 1							5.7		5.7
3					4.8	5.1	4.8		4.9
4							5.0		5.0
5					5.1	5.1	4.6		4.9
6		4.8		5.1			4.3		4.7
7					5.0	5.1			5.0
8							4.2?		(4.2)
9				4.8			4.7	5.3	4.9
10				5.2			5.0	5.3	5.2
11				5.4	5.2	5.1			5.2
12						5.1			5.1
13				4.9	5.3	5.3			5.2
15	5.6			5.5				5.5	5.5
16		5.8	5.9	5.6	5.4				5.7
17				5.6				5.5	5.5

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 511.

1892		Müller	Lindemann	Sawyer	Parkhurst	Oxford	Knott	Lohse	Ceraski	Mittel
Febr.	18			5.4	5.4	5.6				5.5
	20		5.7				5.8		5.6	5.7
	21		5.4							5.4
	22		5.8		5.8	5.5	5.9	6.0	5.9	5.8
	23		5.8				5.9			5.8
	24	5.8	5.9						5.9	5.9
	25						5.6			5.6
	26		5.8							5.8
	27		5.7		6.0		5.6		5.5	5.7
	28					5.6	5.5			5.5
	29						5.7			5.7
März	1		5.8							5.8
	2	5.4	5.7							5.5
	3	5.6	5.6		5.7					5.6
	4	5.7							5.6	5.6
	5						5.8			5.8
	6				5.8					5.8
	7				6.0	5.9	6.1			6.0
	8					6.0				6.0
	9	6.8			6.6					6.7
	12					6.9	7.0		8.0	7.3
	13	8.0			7.6	7.1				7.6
	14				7.8	7.2	7.7		8.2	7.7
	15				8.2				8.5	8.3
	16	8.7			8.6				8.8	8.7
	17	9.1							9.1	9.1
	18					8.8	8.9			8.8
	19				10.0	9.1	9.1			9.4
	20				10.1					10.1
	21				10.6					10.6
	22					9.3				9.3
	24				11.8					11.8
	25				12.4		11.6			12.0
	28				13.2		12.2			12.7
	29				13.3					13.3
	30						13.0		12.9	12.9
	31						13.3			13.3
April	1						13.4			13.4
	2						13.5			13.5
	3						13.5			13.5

Aus oben abgeleiteten Mitteln wurde die photometrische Lichtcurve graphisch ermittelt. Die Mittelwerthe wurden in geeignetes carrirtes Papier eingetragen, und dabei die wirklichen d. h. aus mehreren Beobachtungen erhaltenen Mittel durch Kreuzchen, die einzelnen Beobachtungen durch Punkte bezeichnet, indem den ersteren ein vorwiegender Einfluss auf den Gang der durchzulegenden Curve beigemessen war. Ganz weggelassen ist dabei bloss der eingeklammerte Lohse'sche Werth für Febr. 8, dem auch der Beobachter selbst ein Fragezeichen hinzugefügt hat. Bei der Zeichnung der Curve wurde darauf geachtet, dass sich die positiven und negativen Abweichungen (im Sinne der Ordinaten) der Einzelwerthe von derselben für jeden Theil der Curve gegenseitig aufhoben. Im Allgemeinen betragen diese Abweichungen nicht mehr als ein paar Zehntel einer Grösse; bloss eine einzige Beobachtung (März 22, Oxford) weicht um eine unzulässige Grösse (um 1.m7 zu hell) von der Curve ab. Diese Beobachtung ausgeschlossen, stellt die Curve alle anderen recht gut dar, wie folgende Zusammenstellung zeigt.

1892	Mittel aus den Beobachtungen	Photometrische Lichtcurve	Differenz
	m	m	m
Febr. 1	5.7	5.7	0.0
2		5.5	
3	4.9	5.2	— 0.3
4	5.0	5.0	0.0
5	4.9	4.8	+ 0.1
6	4.7	4.7	0.0
7	5.0	4.8	+ 0.2
8	(4.2)	4.9	
9	4.9	5.1	— 0.2
10	5.2	5.2	0.0
11	5.2	5.2	0.0
12	5.1	5.1	0.0
13	5.2	5.2	0.0
14		5.3	
15	5.5	5.5	0.0
16	5.7	5.7	0.0
17	5.5	5.6	— 0.1
18	5.5	5.4	+ 0.1
19		5.4	
20	5.7	5.5	+ 0.2
21	5.4	5.7	— 0.3
22	5.8	5.8	0.0
23	5.8	5.9	— 0.1
24	5.9	5.9	0.0
25	5.6	5.8	— 0.2
26	5.8	5.75	0.0

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 518.

1892		Mittel aus den Beobachtungen	Photometrische Lichtcurve	Differenz
		m	m	m
Febr.	27	5.7	5.7	0.0
	28	5.5	5.6	— 0.1
	29	5.7	5.55	+ 0.2
März	1	5.8	5.5	+ 0.3
	2	5.5	5.5	0.0
	3	5.6	5.6	0.0
	4	5.6	5.65	0.0
	5	5.8	5.7	+ 0.1
	6	5.8	5.85	0.0
	7	6.0	6.0	0.0
	8	6.0	6.2	— 0.2
	9	6.7	6.6	+ 0.1
	10		6.8	
	11		7.1	
	12	7.3	7.3	0.0
	13	7.6	7.5	+ 0.1
	14	7.7	7.7	0.0
	15	8.3	7.9	+ 0.4
	16	8.7	8.3	+ 0.4
	17	9.1	8.8	+ 0.3
	18	8.8	9.2	— 0.4
	19	9.4	9.7	— 0.3
	20	10.1	10.1	0.0
	21	10.6	10.6	0.0
	22	(9.3)	11.0	(— 1.7)
	23		11.4	
	24	11.8	11.8	0.0
	25	12.0	12.0	0.0
	26		12.2	
	27		12.5	
	28	12.7	12.7	0.0
	29	13.3	13.0	+ 0.3
	30	12.9	13.1	— 0.2
	31	13.3	13.3	0.0
April	1	13.4	13.4	0.0
	2	13.5	13.5	0.0
	3	13.5	13.6	— 0.1

Gruppe 2.

Die unreducirbaren Schätzungen.

Zu dieser Gruppe sind einerseits die vereinzelten Beobachtungen (Anderson, Küstner, Dunér), andererseits solche, die aus verschiedenen Gründen nicht auf ein einheitliches System von Vergleichsternen zurück-

Bulletin H. S. III (XXXV) p. 514.

zuführen sind, zusammengenommen. Die meisten Beobachter dieser Gruppe haben bloss die Mittelwerthe ihrer Vergleichungen publicirt. Andere (Ristenpart, Holetschek, Hartmann) geben zwar die Originalbeobachtungen vollständig, haben aber meist schwache Vergleichsterne der Bonner Durchmusterung benutzt, deren strenge Reduction auf ein photometrisches System vor der Hand unmöglich ist. Bei wieder Anderen fehlt die Angabe der Vergleichsterne gänzlich, oder sie sind zum Theil ohne die dafür angenommenen Grössenangaben benannt. Eine vierte Categorie von Beobachtungen endlich, — die der Zeitschrift «L'Astronomie» entnommenen —, stellt der Bearbeitung bloss die kahlen Grössen der Nova, ohne jegliche weitere Auskunft zu Gebot. Alle diese Schätzungen konnten deshalb bloss in der Form, wie sie publicirt sind, der Ableitung einer Lichtcurve zu Grunde gelegt werden.

In Erwägung der Sachlage könnte a priori angenommen werden, dass für den Februar und Anfang März, wo zum Theil dieselben helleren Vergleichsterne benutzt sind, die auch für die Beobachtungen der ersten Gruppe dienten, diese Stufenschätzungen sich nahezu der photometrischen Lichtcurve anschliessen würden, dass aber dagegen für die späteren Schätzungen, unter Anwendung schwacher, von den einzelnen Beobachtern sehr verschieden gewählter Vergleichsterne, sehr divergirende Grössen der Nova resultiren dürften. Diese Voraussetzung wird durch die Beobachtungen im Allgemeinen mehr oder weniger bestätigt; es zeigt sich jedoch, dass dieselben keine mit der Zeit fortschreitende oder abnehmende Abweichung von der photometrischen Lichtcurve haben, sondern bald nach der einen, bald nach der anderen Seite von derselben abweichen, aber mehrmals mit derselben zusammenfallen, wie z. B. namentlich zu den Grenzzeiten der Sichtbarkeit. Dieser Umstand dürfte andeuten, dass ein diesen Schätzungen möglichenfalls anpassbares einheitliches System von Vergleichsternen keine fortschreitende Abweichung vom photometrischen Vergleichsterncomplex zeigen würde, und dass also die Divergenzen in den Grössenannahmen für die Vergleichsterne bei den verschiedenen Beobachtern sich gegenseitig immer wieder aufheben und demzufolge in eine Categorie mit den Schätzungsfehlern zusammenfallen. Diese Erwägung dürfte dann aber auch annehmen lassen, dass alle diese verschiedenen Fehler, sowohl die der Schätzungen, wie die der Grössenannahmen für die Vergleichsterne, bei einer genügend grossen Anzahl von Schätzungen sich im Allgemeinen aufheben dürften. Im Falle der Bestätigung solcher Annahme, und, meines Erachtens nach, bloss in diesem Falle — dürften dann auch diese Schätzungen bei der Ableitung der definitiven Lichtcurve der Nova mitsprechen. Die nachfolgende Zusammenstellung der Schätzungen, nebst Ableitung der Mittel aus denselben, bestätigt

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 515.

das Zustandekommen dieser Ausgleichung, namentlich für die erste Hälfte der Curve, sogar in unerwartetem Maasse und gewinnt damit eine grössere Bedeutung als beim ersten Anblick anzunehmen war.

Die eingeklammerten Schätzungen sind, als offenbar irrthümliche, beim Mittelbilden nicht benutzt.

(Siehe Tafel Seite 517.)

Die graphische, auf dieselbe Art wie für Gruppe 1 ausgeführte Darstellung der obigen Mittelwerthe bot der Wahl des Bearbeiters einen doppelten Gang der durch diese Mittel zu führenden Lichtcurve. Sollte letztere so gelegt werden, dass jedes einzelne Mittel möglichst streng berücksichtigt würde, so zeigte die Lichtcurve einen fortwährend fluctuirenden, wellenförmigen Zug. Da sich ein solcher jedoch keineswegs in der photometrischen Lichtcurve abspiegelte, (die vier in derselben hervortretenden Maxima von Februar 6, Februar 12—13, Februar 18—19 und März 1 ausgenommen, für welche die Schätzungscurve Februar 6—7, Februar 12, Februar 19 und März 1, also eine ausgezeichnete Übereinstimmung, ergab), so hielt ich es für angezeigt diesen Fluctuationen keine reelle Unterlage zuzugestehen um mich beim Zeichnen der Schätzungscurve einigermaassen durch den Gang der photometrischen beeinflussen zu lassen. Die Darstellung der Schätzungsmittel wurde dadurch um ein Geringes verschlechtert, blieb aber doch immer noch eine recht genügende. Zu solchem Vorgehen bewog mich ausserdem auch der durch dasselbe gleichfalls gewonnene viel bessere Anschluss an die im folgenden Abschnitte zu besprechenden photographischen Bestimmungen Pickering's, welche den Theil der Lichtcurve zwischen März 7 und März 29 beinahe als gerade Linie darstellen.

Wie sich die Leser der astronomischen Zeitschriften erinnern werden, wurde allerdings von einzelnen Beobachtern, zu denen auch ich selbst gehörte, eine scheinbare Fluctuation des Lichtes der Nova in sehr kurzen, z. B. halbtägigen Zeitintervallen angedeutet. Eine solche hätte sich — in Anbetracht dessen, dass alle Beobachtungen fast ausschliesslich in den Abendstunden, also ungefähr zu der gleichen Ortszeit, und demnach zu verschiedener absoluter Zeit gemacht sind —, wenn sie reell wäre, beim Gegeneinanderhalten von an demselben Tage an in Länge weit auseinandergelegenen Orten erhaltenen Bestimmungen äussern müssen. Dies ist jedoch keineswegs der Fall. Die an den nämlichen Tagen in Amerika, Potsdam und Moskau erhaltenen photometrischen Messungen stimmen bis auf die allergeringsten Unterschiede untereinander überein; desgleichen stimmen oft die Stufenschätzungen desselben Tages in Amerika, England und Deutschland besser zusammen, als die gleichzeitig in demselben Lande erhaltenen. Auch zeigen

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 516.

1892.	Archenhold	Plassmann	Reichwein	Rohrbach	Koerber	Ristenpart	Holetschek	Hartmann	Schwarz-schild	Yendell	Sawyer	Hagen	Algué Hedrick	Radcliffe Obs.	Copeland	Espin	Peek	Markwick	Wereschtschagin	Flammarion	Quénisset	Sadler	Blakeley	Mittel
Jan. 31																								4.9 1)
Febr. 1															5.6									5.6
2															5.6	5.6								5.5 2)
3														4.4	5.1		4.9							4.8 3)
4									5.9						5.0									5.4
5														4.6	4.6		4.1	4.7						4.5
6															4.5			4.6						4.5
7															3.8									3.8
8	5.1								5.5						4.1	4.7	(3.6)							4.8
9	5.1			5.3						6.0		5.4	5.3		5.0									5.3
10									5.6			5.4			5.0				5.2					5.3
11						5.0						5.3	5.4		5.0					5.1	5.1			5.1
12												5.5					(3.5)		5.1	5.0	5.1			5 2
13	5.5	5.5		5.3								5.7		5.1							5.3			5.4
14	5.0		5.3									5.2	5.2											5.2
15	5.6	5.4		5.5				6.1		6.2		6.0	5.9						5.6					5.8
16	6.0	5.6	5.6					6.1		6.1		6.1		5.7	5.9		6.0							5.9
17		5.4		5.4						6.2		5.8	5.8		5.4									5.6
18		5.4		5.4		6.1	5.3			5.9				5.3	5.4	5.5	(4.6)							5.5
19			5.4	5.4			5.8								5.1	5.1								5.3
20		5.6	5.7	5.5		6.1		6.1	6.0							5.8								5.8
21		5.6	5.6	5.5				6.1									5.5		5.6					5.6
22			5.6	5.5						6.1		6.2	6.1	5.3	5.8				5.6			5.8	6.0	5.8
23				5.5			5.7					6.1	5.9					5.5				5.8	6.0	5.8
24			5.7			6.2		6.2	6.4					6.1				5.7	5.6					6.0
25				5.5				5.9										5.2		5.7	5.6			5.6
26																		5.7			5.7			5.7
27									6.0															6.0
28																			5.5					5.5
29															5.8		5.8						5.8	5.6
März 3		5.5						5.9				5.9	5.9											5.8
4		5.7						6.0		6.2	6.1													6.0
5								6.1		6.2	5.9	6.1	5.9		5.6		5.9	5.6					6.2	5.9
6		5.5			6.5					6.4	6.2	6.3	6.2											6.2
7						6.4				6.6	6.3													6.4
8								6.5							6.3			6.2			6.0		6.5	6.3
9					7.0					6.8		6.9	6.6											6.8
10												7.1	7.1				(8.1)	7.0					7.5	7.2
11												7.7	7.2											7.4
12						7.9																	8.0	7.9
13					8.1					7.9														8.0
14										8.1		7.9						9.0			7.2			8.0
15								8.3		8.7												7.5		8.2
16					8.9		8.4			8.8		8.3												8.6
17					9.1	8.5		8.6													8.6		8.5	8.7
18						8.7	8.8								8.6						8.9		8.7	8.7
19					9.4			9.2		9.5		9.2		8.9	8.9					9.3				9.2
20						9.1		9.3							9.1					9.4			9.1	9.2
21						9.5	9.7	9.5		10.0		9.8						(10.5)		9.5	9.2		9.3	9.6
22							10.0	9.5						9.6				(10.7)						9.7
23							10.2								9.7						9.5			9.8
24							10.5			(<10)				10.5	10.0						9.7			10.2
25							10.8	9.8		10.5				11.7	10.7									10.7
26							11.0														10.0			10.5
27							11.2	9.9																10.5
28														13.1	11.9									12.5
29														13.0	12.4									12.7
30														13.8	12.6									13.2
31														14.0										14.0
April 1															12.9									12.9

1) Anderson. 2) Küstner $5^m.5$. Dunér $5^m.5$. 3) Dunér $5^m.0$.

die Beobachtungen, welche von demselben Beobachter zu verschiedenen Stunden desselben Tages angestellt sind, keine so grossen Unterschiede, dass sie nicht vollständig durch Schätzungsfehler zu erklären wären. Die scheinbare Lichtfluctuation der Nova darf demnach wohl einfach auf eine bei solchen Beobachtungen oft unvermeidliche Fluctuation der subjectiven Auffassung zurückzuführen sein.

Die mit Berücksichtigung des Besprochenen gezeichnete Lichtcurve aus den Schätzungen stellt die Mittel der Schätzungen für die einzelnen Tage folgendermaassen dar.

1892	Mittel aus den Schätzungen	Lichtcurve aus den Schätzungen	Diff.
	m		
Januar 31.	4.9		
Februar 1.	5.6	5.55	+0.1
2.	5.5	5.3	+0.2
3.	4.8	5.1	−0.3
4.	5.4	4.8	+0.6
5.	4.5	4.6	−0.1
6.	4.5	4.4	+0.1
7.	3.8	4.5	−0.7
8.	4.8	4.8	0.0
9.	5.3	5.3	0.0
10.	5.3	5.3	0.0
11.	5.1	5.1	0.0
12.	5.2	5.1	+0.1
13.	5.4	5.2	+0.2
14.	5.2	5.5	−0.3
15.	5.8	5.75	+0.1
16.	5.9	5.9	0.0
17.	5.6	5.75	−0.1
18.	5.5	5.5	0.0
19.	5.3	5.4	−0.1
20.	5.8	5.5	+0.3
21.	5.6	5.65	0.0
22.	5.8	5.8	0.0
23.	5.8	5.95	−0.1
24.	6.0	6.0	0.0
25.	5.6	5.95	−0.3
26.	5.7	5.8	−0.1
27.	6.0	5.6	+0.4
28.	5.5	5.55	0.0
29.	5.6	5.5	+0.1

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 518.

1892		Mittel aus den Schätzungen	Lichtcurve aus den Schätzungen	Diff.
			m	
März	1.		5.45	
	2.		5.5	
		m		m
	3.	5.8	5.6	+ 0.2
	4.	6.0	5.8	+ 0.2
	5.	5.9	6.0	— 0.1
	6.	6.2	6.1	+ 0.1
	7.	6.4	6.4	0.0
	8.	6.3	6.6	— 0.3
	9.	6.8	6.9	— 0.1
	10.	7.2	7.2	0.0
	11.	7.4	7.4	0.0
	12.	7.9	7.7	+ 0.2
	13.	8.0	8.0	0.0
	14.	8.0	8.15	— 0.1
	15.	8.2	8.4	— 0.2
	16.	8.6	8.6	0.0
	17.	8.7	8.75	0.0
	18.	8.7	8.9	— 0.2
	19.	9.2	9.1	+ 0.1
	20.	9.2	9.3	— 0.1
	21.	9.6	9.5	+ 0.1
	22.	9.7	9.7	0.0
	23.	9.8	9.8	0.0
	24.	10.2	10.2	0.0
	25.	10.7	10.5	+ 0.2
	26.	10.5	11.0	— 0.5
	27.	10.5	11.8	— 1.3
	28.	12.5	12.5	0.0
	29.	12.7	12.8	— 0.1
	30.	13.2	13.0	+ 0.2
	31.	14.0	13.2	+ 0.8
April	1.	12.9	13.3	— 0.4

Nachdem meine Bearbeitung vollständig abgeschlossen und die Arbeit schon druckfertig war, erschien in № 3129 der Astr. Nachr. nachträglich die Reihe von Dr. Wilhelm Luther in Hamburg an 29 Tagen angestellter Schätzungen. Diese Beobachtungsreihe hätte eine ungemein erwünschte Bereicherung des vorliegenden Materials bilden können, wenn in derselben nicht fast durchweg so unmöglich grosse Stufenunterschiede gegen die Vergleichsterne (bis zu 1m5 und sogar 2m0) geschätzt wären und die Vergleichungen mit verschiedenen Sternen an denselben Tagen bis fast um ganze Grössen untereinander differirten. Es darf deshalb nicht Wunder nehmen, dass diese Schätzungen zum grossen Theil sehr stark von meinen

Curven abweichen, wenngleich sie auch an manchen Tagen zufällig mit denselben übereinstimmen. Ich habe es deshalb nicht für angezeigt gehalten meine Bearbeitung mit Aufnahme dieser Schätzungen nochmals zu wiederholen.

Gruppe 3.

Die photographischen Aufnahmen.

Wie eingangs erwähnt, besass die Harvard College Sternwarte um die Zeit der Entdeckung der Nova schon eine Reihe photographischer Aufnahmen der betreffenden Stelle. Aus denselben wurden die Helligkeiten der Nova durch Stufenschätzungen gegen χ Aurigae $= 5^{m}.00$ folgendermaassen erhalten:

1891		1892	
	m		m
Dec. 10.	5.37	Jan. 5.	4.58
11.	5.33	8.	4.72
13.	5.22	9.	4.67
17.	4.67	16.	4.96
18.	4.46	20.	5.23
28.	4.55		
30.	4.60		

Prof. Pickering sagt über die Helligkeiten der Nova während dieses Zeitraumes Folgendes (Astr. Nachr. 3079, p. 112): «From this it appears that the star was fainter than the eleventh magnitude on November 2, 1891, than the sixth magnitude on December 1, and that it was increasing rapidly on December 10. A graphical construction indicates that it had probably attained the seventh magnitude within a day or two of December 2, and the sixth magnitude December 7. The brightness increased rapidly until December 18, attaining its maximum about December 20 when its magnitude was $4^{m}.4$. It then began to decrease slowly with slight fluctuations until January 20 when it was somewhat below the fifth magnitude. All of those changes took place before its discovery so that it escaped observation for nearly two months. During half of this time it was probably brighter than the fifth magnitude».

Meine graphische Darstellung dieser Beobachtungen (s. die beigegebene Tafel), alle vollkommen darstellend und nur bei zweien, Jan. 9 und Jan. 16, um $0^{m}.1$ abweichend, ergiebt für das Maximum dieser Periode Dezember 22—23 und zeigt keine Spur der erwähnten Fluctuationen ausser einer gelinden Ansteigung der Curve um Januar 5.

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 530.

Eine zweite Beobachtungsreihe der Harvard College Sternwarte, für März 4 — April 13, ist mir leider nur aus den Angaben Flammarion's bekannt. Sie bietet offenbar Werthe aus schon graphisch ausgeglichenen Beobachtungen.

Ausser diesen Beobachtungen liegen bloss 10 Aufnahmen der Greenwicher Sternwarte, 8 Aufnahmen des University Observatory zu Oxford, 3 von Archenhold und 3 von M. Wolf, zusammen 24 Aufnahmen an nur 21 Tagen im Laufe von drei Monaten, vor. Bloss an drei Tagen, Febr. 13, Febr. 18 und März 7 sind, wie folgende Zusammenstellung zeigt, gleichzeitig an zwei Orten Aufnahmen gelungen, welche aber einen sehr unerfreulichen Einblick in die Übereinstimmung der verschiedenen Beobachtungen gewähren. Auch die Pulkowaer gelegentlichen, mit den hiesigen vorläufigen Mitteln erhaltenen photographischen Aufnahmen bieten eine zu unsichere Grundlage für die Ableitung der Helligkeiten der Nova, wobei sich noch der Umstand hervorhebt, dass gleichzeitig angestellte photographische und directe Helligkeitsbestimmungen gerade das umgekehrte Helligkeitsverhältniss der Nova zu den Vergleichsternen zeigen und zwar meist die Photographie die Nova merklich heller zeigt, was ein erhebliches Vorwiegen ultravioletter Strahlen im Lichte der Nova andeutet.

Die zu dieser Gruppe gehörenden Grössenbestimmungen sind:

(Siehe Tafel Seite 522.)

Die diese Beobachtungen darstellende Lichtcurve muss in zwei fast gleiche Hälften getheilt werden, welche, ich möchte sagen, eine fast unglaublich verschiedene innere Übereinstimmung zeigen und denen demnach ein sehr verschiedenes Gewicht zuzumessen ist.

Die erste, der grösseren Helligkeit der Nova entsprechende Hälfte, zwischen Februar 1 und März 8, basirt auf einerseits viel zu spärlichem, andererseits viel zu wenig übereinstimmendem Material und zeigt dem entsprechend bedeutende Abweichungen von den Lichtcurven der beiden ersten Gruppen, wenngleich die vier Maxima dieser Periode sich auch in ihr, nur an anderen Tagen: Februar 4, Februar 13, Februar 18 und März 5—6, wiederfinden. Die constant grössere Helligkeit der photographischen Bestimmungen im Vergleich zu den photometrischen, die sich bei meiner vorläufigen Bearbeitung (Astr. Nachr. 3094) unter ausschliesslicher Benutzung der Greenwicher Aufnahmen ergab, wird durch die nun hinzugenommenen anderen Bestimmungen im Allgemeinen aufgehoben, und was davon noch für einzelne Theile der Curve nachbleibt, dürfte ebenso gut verschiedenen Beobachtungsfehlern oder Behandlungsmethoden zuzuschreiben sein. Eine Lichtcurve aus diesem Beobachtungsmaterial lässt sich, aus den besprochenen Gründen, gar nicht herstellen.

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 521.

1892		Archenhold	M. Wolf	Greenwich	Oxford	Pickering	Mittel?
Febr.	1			4.5			4.5
	2			3.7			3.7
	3			3.5			3.5
Febr.	8	5.2					5.2
	9	5.3					5.3
Febr.	11				5.1		5.1
	12			3.8			3.8
	13			4.5	5.3		4.9
	14	5.0					5.0
	16				5.4		5.4
Febr.	18			3.8	5.7		4.7
	20		6.1				6.1
	22			4.8			4.8
	23		6.1				6.1
	24		6.2				6.2
März	4					6.0	6.0
	7			5.0	5.8		5.4
	9			6.0			6.0
	10					7.0	7.0
	12				7.1		7.1
	13					8.0	8.0
März	16					9.0	9.0
	18				8.9		8.9
	19				9.3		9.3
	20					10.0	10.0
	22					11.0	11.0
	25					12.0	12.0
	29					13.0	13.0
April	6					14.0	14.0
	13					14.3	14.3
	26			15.0			15.0

Ganz anders verhalten sich die Harvard College-Aufnahmen. Obwohl dieselben nur für zehn Tage des Zeitraums März 4 — April 13 zu Gebote stehen, lässt sich die Lichtcurve, alle Beobachtungswerthe vollkommen streng darstellend, so regelmässig durch dieselben legen und verläuft so gut anschliessend an die photometrische Curve, dass diesen Bestimmungen mit

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 522.

vollstem Rechte eine hervorragende Bedeutung für den Zweck der vorliegenden Arbeit zugemessen werden muss. Die Ordinaten dieses Theils der photographischen Lichtcurve stellen sich für die einzelnen Tage der betreffenden Periode folgendermaassen dar:

1892		Photographische Lichtcurve m
März	8.	6.0
	9.	6.5
	10.	7.0
	11.	7.4
	12.	7.8
	13.	8.1
	14.	8.5
	15.	8.8
	16.	9.0
	17.	9.3
	18.	9.6
	19.	9.8
	20.	10.0
	21.	10.5
	22.	11.0
	23.	11.4
	24.	11.7
	25.	12.0
	26.	12.2
	27.	12.6
	28.	12.8
	29.	13.0
	30.	13.2
	31.	13.3
April	1.	13.5
	2.	13.6
	3.	13.75
	4.	13.85
	5.	13.95
	6.	14.0
	7.	14.1
	8.	14.15
	9.	14.2
	10.	14.25
	11.	14.3
	12.	14.35
	13.	14.4

Ableitung der definitiven Lichtcurve.

Wenn schon in den vorhergegangenen Abschnitten, bei der Zeichnung der drei Lichtcurven für die verschiedenen Beobachtungsgruppen nicht ganz ohne Willkür verfahren werden konnte, so öffnet sich letzterer bei der Ableitung der definitiven Lichtcurve ein noch weiteres Feld. Die drei einzelnen Curven verlaufen zwar ziemlich untereinander übereinstimmend, besitzen aber einen recht verschiedenen Werth in Bezug auf die Darstellung der ihnen zu Grunde liegenden Beobachtungen, der noch ausserdem für die verschiedenen Theile einer und derselben Curve variirt. So ist die Darstellung der Beobachtungen der ersten Gruppe durch die photometrische Curve für die Periode Februar 1 — März 15 eine sehr vollkommene, wird aber für die spätere Zeit verhältnissmässig etwas weniger genau. Die Schätzungscurve, im Allgemeinen den betreffenden Beobachtungen weniger genügend, stellt dieselben namentlich gegen Anfang und Ende der Beobachtungsperiode erheblich weniger gut dar. Die photographische Curve ist für die erste Hälfte der Periode ganz unzulänglich, schliesst sich dagegen für die zweite Hälfte den besten photometrischen Beobachtungen sehr gut an. Eine stückweise Bearbeitung einzelner Theile der Lichtcurve für sich, mit Aufopferung der Einheitlichkeit in den verschiedenen Theilen und vollkommenem Verlust der Übergänge von einem Stücke zum anderen, erschien mir für die Behandlung einer Naturerscheinung als ein grundfalscher Weg. Unter einiger Willkür jedoch in der Wahl der Gewichte war die Schwierigkeit, meines Erachtens nach, auch ohne die genannten Opfer und mit Zustandekommen einer glücklichen Ausgleichung zu überwinden. Ich wählte für die photometrische Curve durchweg das Gewicht 2, für die ganze Schätzungscurve das Gewicht 1, für den zweiten Theil der photographischen Curve das Gewicht 2, und liess den ersten Theil der photographischen Curve ganz unberücksichtigt. Dass ich mir dieses Vorgehen als ein Zustandekommen glücklicher Ausgleichung zu bezeichnen erlaube, dürfte durch folgende Motivirung gerechtfertigt sein. Für den ersten Theil der Sichtbarkeitsperiode kommt den photometrischen Bestimmungen jedenfalls ein höheres Gewicht zu, als den Schätzungen, angesichts jedoch der grösseren Anzahl der Schätzungen, sowie der guten Übereinstimmung beider Curven, ein nicht um gar zu viel höheres; angenommen wurde deshalb das Verhältniss 2 : 1. Für den zweiten Theil der Lichtcurve ist die Zahl der Schätzungen, welche für die Bildung der Schätzungsmittel vorlagen, eine bedeutend geringere als für den ersten Theil; dasselbe gilt auch von den photometrischen Werthen. Hinzu kommen hier nun die werthvollen Pickering'schen photo-

graphischen Grössen, welche unumwunden den hier geringeres Gewicht besitzenden photometrischen Werthen gleichgestellt, also mit demselben Gewicht 2 eingeführt werden können. Das relative Gewicht der in diesem Theil weniger übereinstimmenden Schätzungswerthe wird hier also von 1 : 2 auf 1 : 4 herabgedrückt; und das relative Gewicht der hier auch weniger genauen photometrischen Werthe, wird ebenfalls, aber nicht in Bezug auf die Schätzungen, sondern durch das Hinzukommen der photographischen Werthe geringer und variirt de facto je nachdem, ob die photographische Curve sich mehr der photometrischen oder der Schätzungscurve anschliesst. Da bei einheitlicher Bearbeitung der ganzen Lichtcurve ein strengerer Weg, etwa durch Ableitung der Gewichte aus den Abweichungen der Beobachtungsmittel von den entsprechenden Curven, ausgeschlossen werden musste, zumal er auch, die Fehler aus dem einen Theile der Curve in den anderen hinüberführend, letzteren nur verschlechtern würde, scheint mir das obige Verfahren, wenn auch einigermaassen willkürlich, doch das einzige mögliche zu sein.

So wurden denn mit Annahme der Gewichte: 2 für die photometrischen, 2 für die photographischen und 1 für die Schätzungsmittel, die mittleren Werthe meiner definitiven Lichtcurve gebildet, welche nachfolgend, nebst Zusammenstellung mit diesen Specialcurven, für jeden Tag der Beobachtungsperiode der Nova gegeben sind.

1892	Photometr. Lichtcurve	Lichtcurve aus den Schätzungen	Photogr. Lichtcurve	Definitive Lichtcurve
	m	m		m
Febr. 1.	5.7	5.55		**5.65**
2.	5.5	5.3		**5.43**
3.	5.2	5.1		**5.17**
4.	5.0	4.8		**4.93**
5.	4.8	4.6		**4.73**
6.	4.7	4.4		**4.60**
7.	4.8	4.5		**4.70**
8.	4.9	4.8		**4.87**
9.	5.1	5.3		**5.17**
10.	5.2	5.3		**5.23**
11.	5.2	5.1		**5.17**
12.	5.1	5.1		**5.10**
13.	5.2	5.2		**5.20**
14.	5.3	5.5		**5.37**
15.	5.5	5.75		**5.58**

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 525.

1892		Photometr. Lichtcurve	Lichtcurve aus den Schätzungen	Photogr. Lichtcurve	Definitive Lichtcurve
		m	m		m
Febr.	16.	5.7	5.9		5.77
	17.	5.6	5.75		5.65
	18.	5 4	5.5		5.43
	19.	5.4	5.4		5.40
	20.	5.5	5.5		5.50
	21.	5.7	5.65		5.68
	22.	5.8	5.8		5.80
	23.	5.9	5.95		5.92
	24.	5.9	6.0		5.93
	25.	5.8	5.95		5.85
	26.	5.75	5.8		5.77
	27.	5.7	5.6		5.67
	28.	5.6	5.55		5.58
	29.	5.55	5.5		5.53
März	1.	5.5	5.45		5.48
	2.	5.5	5.5		5.50
	3.	5.6	5.6		5.60
	4.	5.65	5.8		5.70
	5.	5.7	6.0		5.80
	6.	5.85	6.1		5.93
	7.	6.0	6.4	m	6.13
	8.	6.2	6.6	6.0	6.20
	9.	6.6	6.9	6.5	6.62
	10.	6.8	7.2	7.0	6.96
	11.	7.1	7.4	7.4	7.28
	12.	7.3	7.7	7.8	7.58
	13.	7.5	8.0	8.1	7.84
	14.	7.7	8.15	8.5	8.11
	15.	7.9	8.4	8.8	8.36
	16.	8.3	8.6	9.0	8.64
	17.	8.8	8.75	9.3	8.99
	18.	9.2	8.9	9.6	9.30
	19.	9.7	9.1	9.8	9.62
	20.	10.1	9.3	10.0	9.90
	21.	10.6	9.5	10.5	10.34
	22.	11.0	9.7	11.0	10.74
	23.	11.4	9.8	11.4	11.08
	24.	11.8	10.2	11.7	11.44
	25.	12.0	10.5	12.0	11.70
	26.	12.2	11.0	12.2	11.96

1892		Photometr. Lichtcurve	Lichtcurve aus den Schätzungen	Photogr. Lichtcurve	Definitive Lichtcurve
		m	m	m	m
März	27.	12.5	11.8	12.6	**12.40**
	28.	12.7	12.5	12.8	**12.70**
	29.	13.0	12.8	13.0	**12.96**
	30.	13.1	13.0	13.2	**13.12**
	31.	13.3	13.2	13.3	**13.28**
April	1.	13.4	13.3	13.5	**13.42**
	2.	13.5	—	13.6	**13.55**
	3.	13.6	—	13.75	**13.67**
	4.	—	—	13.85	**13.85**
	5.	—	—	13.95	**13.95**
	6.	—	—	14.0	**14.00**
	7.	—	—	14.1	**14.10**
	8.	—	—	14.15	**14.15**
	9.	—	—	14.2	**14.20**
	10.	—	—	14.25	**14.25**
	11.	—	—	14.3	**14.30**
	12.	—	—	14.35	**14.35**
	13.	—	—	14.4	**14.40**

Diesen fetter gedruckten Mittelwerthen entspricht die gegenwärtiger Abhandlung beigegebene Zeichnung der Lichtcurve von T Aurigae, welche durch Eintragen der jedem einzelnen Tage entsprechenden Werthe und Verbindung der so erhaltenen Punkte durch eine fortlaufende Curve hergestellt ist. Für die Zeichnung desjenigen Theils der Lichtcurve, wo T Aurigae hell am Himmel stand ohne bemerkt zu werden, sind die p. 520 wiedergegebenen Grössen der Harvard College-Photographien benutzt.

Von der Zeit der ersten Cambridger Beobachtung, Dezember 10 $5^m.4$, ansteigend, erreichte, wie man sieht, T Aurigae Dezember 22—23 die grösste Helligkeit $4^m.3$, welche langsam, fast geradlinig herabsinkend, — nur mit einer Unterbrechung in Form leichter Anschwellung der Curve gegen Januar 5, — erst am 20. Januar wieder gleich $5^m.2$ wird. Von hier an bis Januar 31 sind keine genaueren Grössenangaben vorhanden und eine Conjectur über den Verlauf der Helligkeitsänderung um diese Zeit ist durch den ins Auge fallenden Unterschied zwischen der nachfolgenden Erscheinung und der vorhergegangenen ausgeschlossen, desgleichen wie auch ein genauer Grössenanschluss dieser beiden Perioden aneinander wegen der p. 521 erwähnten Helligkeitsdifferenzen zwischen den photographischen und photometrischen Bestimmungen des Sterns in Frage gestellt wird. Von der Grösse $5^m.6$ am 1. Februar wächst die Helligkeit nun wieder rasch bis Februar 6

auf 4m.6 an, fällt langsamer bis Februar 10 auf 5m.2 herab, steigt Februar 12 wieder bis 5m.1, sinkt wieder langsamer bis zu einem kurzen Minimum von 5m.8 Febr. 16 herunter, erreicht schon Februar 19 ein drittes, oder mit Zuzählung des Dezembermaximums ein viertes Maximum von 5m.4, sinkt in abgerundeter Biegung der Curve gegen Februar 23—24 zu einem dritten Minimum von 5m.9, erhebt sich in ebenso abgerundetem Gange zum fünften und letzten Maximum von 5m.5 am 1. März und sinkt darauf anfangs in derselben Absteigung wie nach den ersten vier Maximis bis 6m.2, März 7, worauf sie, nach eintägigem Stillstande, von März 8 an rasch und geradlinig, nur durch eine Spur von Hellerwerden um März 25—26 herum unterbrochen, bis März 30 auf 13m.1 herabfällt, von da an aber wieder viel langsamer schwächer wird.

Characteristisch ist für alle fünf Maxima die rasche Helligkeitszunahme vorher und die langsame Abnahme darauf, wobei sich auch die Neigungen der Lichtcure vor wie nach den vier Maximis im Februar und März 1 so parallel bleiben, dass sich mit ziemlicher Sicherheit auf ein in allen vier Fällen vollständig gleichartig begründetes Hellerwerden des Lichts dieses Sterns schliessen lässt. Bemerkenswerth ist auch die fortschreitende Abnahme der Helligkeit sowohl in den fünf Maximis (4m.3, 4m.6, 5m.1, 5m.4, und 5m.5), wie in den drei ermittelbaren Minimis (5m.2, 5m.8, und 5m.9).

Zur Beurtheilung dessen, in wie weit diese definitive Lichtcurve durch etwaige Hinzufügung neuer Beobachtungen oder durch Ausschluss einiger der benutzten modificirt werden könnte, scheint mir eine Zusammenstellung derselben mit meiner im April d. J. abgeleiteten vorläufigen Lichtcurve (Astr. Nachr. 3094) sehr lehrreich zu sein. Die Maxima und Minima der beiden Curven verhalten sich folgendermaassen gegeneinander:

Vorläufige Lichtcurve.		Definitive Lichtcurve.	
Maximum Febr. 3	4m.7	Maximum Febr. 6	4m.6
—		Minimum Febr. 10	5.2
—		Maximum Febr. 12	5.1
Minimum Febr. 16	5.8	Minimum Febr. 16	5.8
Maximum Febr. 18	5.4	Maximum Febr. 19	5.4
Minimum Febr. 23	5.8	Minimum Febr. 23—24	5.9
Maximum März 2	5.4	Maximum März 1	5.5

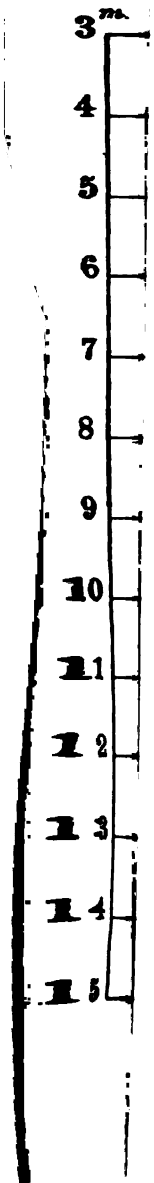
Das Minimum von Februar 10 und das Maximum von Februar 12 (welches, so klein im Vergleich zu den Beobachtungsfehlern, vielleicht richtiger als ein Stillstand im Schwächerwerden zu bezeichnen wäre, wobei denn auch das Minimum von Febr. 10 verschwände) fehlen in der vorläufigen Curve,

weil mir bei Herstellung derselben für die Tage Februar 8—10 bloss eine einzige Beobachtung von Yendell, welche ich wegen ihrer grossen Abweichung von den übrigen nicht einmal benutzen zu dürfen glaubte, zu Gebote stand, während jetzt für dieselben drei Tage 21 Beobachtungen und Messungen vorliegen. Die übrigen Epochen stimmen in beiden Curven fast vollständig überein und auch das rasche Anwachsen vor den Maximis und das langsame Absteigen nach denselben zeigen sich deutlich auch in der vorläufigen Curve, sowie auch die allmähliche Senkung der ganzen Curve gegen die Abscisse nach dem ersten Maximo. Nach dem letzten Maximo senken sich beide Curven erst langsamer, die vorläufige bis März 7 (5ᵐ.95), die definitive bis ebenfalls März 7 (6ᵐ.1), und verlaufen von März 7 an völlig übereinstimmend als gerade Linie bis März 19, wo die vorläufige mit 9ᵐ.5 schliesst und die definitive den Werth 9ᵐ.6 bietet. Schon an und für sich wäre diese Übereinstimmung eine ganz gute zu nennen; berücksichtigt man aber noch, dass mir zu jener Zeit die vollgültigen Beobachtungen von Ceraski, Pickering, Parkhurst und Lohse, und die reichen Beobachtungsreihen des Radcliffe Observatory und von Copeland, Ristenpart, Holetschek, Hartmann, Hagen und verschiedene andere, kleinere unbekannt waren, so darf wohl mit gutem Rechte vorauszusetzen sein, dass etwaige noch zurückgehaltene Beobachtungen meine definitive Lichtcurve nicht merklich zu ändern im Stande sein dürften.

Flammarion giebt in seinem Journal «L'Astronomie», 1892 № 6, eine Ableitung der Lichtcurve von T Aurigae aus den Bestimmungen von 21 Beobachtern. Unter denselben fehlen viele gerade von den zuverlässigsten Reihen. Für die einzelnen Tage sind Mittel gebildet, von denen der Bearbeiter sagt: «nous en avons déduit, en tenant compte des valeurs relatives des observations et de l'allure de la variation, la moyenne la plus probable». Die diesen Mitteln entsprechenden Punkte im graphischen Netze sind durch gerade Linien verbunden, so dass die Lichtcurve als eine aus geradlinigen Stücken zusammengesetzte Zickzacklinie erscheint. Jegliche Ausgleichung fehlt, so dass z. B. vor dem Minimo von Februar 9 (5ᵐ.5) ein Maximum Februar 8 (gleich 4ᵐ.7) seine Spitze erhebt, welches auf einer einzigen Beobachtung Espin's beruht. In den Zeitraum meiner vier Maximis fallen bei Flammarion auf diese Weise ganze neun Erhöhungen, von denen vier ziemlich nahe meinen Maximis entsprechen: Februar 1—3 4ᵐ.7, Februar 12 5ᵐ.0, Februar 19 5ᵐ.5 und März 2 5ᵐ.5, sowie auch drei der dazwischen liegenden Minima: Februar 9 5ᵐ.5, Februar 15 5ᵐ.6 und Februar 24 5ᵐ.8 so ziemlich mit den meinigen übereinstimmen.

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 529.

Bekanntlich ist T Aurigae am 21. August d. J. von Herrn Corder, gleich 9^{m}.2, wiedergesehen worden. Prof. Küstner schätzte den Stern am 31. August gleich 9^{m}.7; und eine Greenwicher Photographie vom 30. August giebt die Grösse «about 12^{m}» an. Genauere Grössenbestimmungen für diese Wiedererscheinung sind bis Dato nicht bekannt. Durch das $5^{1}/_{2}$zöllige Fernrohr, mit welchem ich meine photometrischen Messungen anstelle, habe ich den Stern trotz mehrmaligen Suchens in der Zeit seit September 7 kein einziges Mal mit Sicherheit sehen können; er ist also in dieser Zeit bedeutend schwächer als 10. Grösse gewesen.


3m.
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15

CONTENU

DE LA LIVRAISON PRÉCÉDENTE DU TOME VII.

Livraison 1.

Prix 1 Rbl. 45 Kop. = 3 Mk. 65 Pf.

Dr. C. V. L. Charlier. Über die Lösung mechanischer Probleme, die auf hyperelliptische Differentialgleichungen führen.

A. Bonsdorff. Herleitung einer Formel zur Berechnung von Parallelbogen des Erdellipsoides.

Hermann Struve. Résultats préliminaires des observations faites sur les satellites de Saturne à l'aide du réfracteur de 30 pouces.

O. Backlund. Über einige von Winnecke am Pulkowaer Meridiankreise in den Jahren 1861—1863 angestellte Beobachtungen.

Edouard Lucas. Sur la loi de réciprocité des résidus quadratiques.

Th. Bredichin. Sur les phénomènes extraordinaires présentés par la grande comète de 1882. (Avec une planche).

H. Struve. Sur deux lois nouvelles dans la mécanique céleste.

E. Lindemann. Über eine von Prof. Ceraski angedeutete persönliche Gleichung bei Helligkeitsvergleichungen der Sterne.

M. Nyrén. Über ein von der Temperatur abhängiges Glied in den Collimatorablesungen des Pulkowaer Meridiankreises.

A. Belopolsky. Über die Rotation des Jupiter. (Mit einer Tafel).

Th. Bredichin. Sur les Perséides observés en Russie en 1890. (Avec une planche).

O. Backlund. Astronomische Ortsbestimmungen im nördlichen Russland.

O. Backlund. Genäherte Elemente und Ephemeride des Enke'schen Cometen für 1891.

HARVARD COLLEGE LIBRARY
GIFT OF
ARCHIBALD CARY COOLIDGE
JUL 1 1922

T.P.

MÉLANGES
MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

TIRÉS DU

BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES

DE

ST.-PÉTERSBOURG.

TOME VII.

Livraison 3 et dernière.

(Avec 8 planches)

ST.-PÉTERSBOURG, 1894.

Commissionnaires de l'Académie Impériale des sciences:

à ST.-PÉTERSBOURG:	à RIGA:	à LEIPZIG:
MM. Eggers & C^ie^ et J. Glasounof.	M. N. Kymmel.	Voss' Sortiment (G. Haessel)

Prix 3 Rbl. 50 Cop. = 8 Mrk. 75 Pf.

MÉLANGES
MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

TIRÉS DU

BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES

DE

ST.-PÉTERSBOURG.

TOME VII.

Livraison 3 et dernière.

(Avec 8 planches)

ST.-PÉTERSBOURG, 1894.

Commissionnaires de l'Académie Impériale des sciences:

à ST.-PÉTERSBOURG:	à RIGA:	à LEIPZIG:
MM. Eggers & C^ie^ et J. Glasounof.	M. N. Kymmel.	Voss' Sortiment (G. Haessel).

Prix 3 Rbl. 50 Cop. = 8 Mrk. 75 Pf.

Imprimé par ordre de l'Académie Impériale des sciences.
Septembre 1894. N. Doubrovine, Secrétaire perpétuel.

Imprimerie de l'Académie Impériale des sciences.
(Vass.-Ostr., 9e ligne, № 12).

CONTENU.

Pages.

M. Nyrén. Variations de la latitude de Poulkovo observées au grand cercle vertical dans les années 1882—91. (Avec deux planches) . . . . . 353—365

S. Kostinsky. Sur les variations de la latitude de Poulkovo, observées au grand instrument des passages, établi dans le premier vertical. (Avec une planche). 367—391

Th. Brédikhine. Sur les orbites des Biélides . . . . . 393—413

A. Ivanof. Sur le mouvement des corps célestes dans un milieu résistant, qui tourne uniformément autour du soleil. . . . . 415—422

A, Bélopolsky. Le Spectre de l'étoile variable β Lyrae. (Avec deux planches). . . 423—455

Nadejda Bobrinskoy. Détermination de l'orbite de la comète 1890 VI . . . . . 457—476

E. Lindemann. Über den Lichtwechsel von β Lyrae nach Beobachtungen des Herrn J. Plassmann. (Mit einer Tafel). . . . . 477—498

A. Sokolof. Détermination du mouvement du pôle terrestre au moyen des mires méridiennes de Poulkovo. . . . . 499—514

A. Ivanoff. Variations de la latitude de Poulkovo déduites des observations faites au grand cercle vertical dans les années 1863—75. (Avec deux planches) . . 515—524

Th. Brédikhine. Sur quelques cas du morcellement des comètes. . . . . 525—542

M. Ditschénko. L'équation personnelle dans les observations des passages des étoiles polaires. . . . . 543—553

Eugénie Maximoff. Détermination des grandeurs des étoiles de l'amas stellaire χ Persei d'après les diamètres mesurés sur le cliché photographique. (1-ère communication du bureau du calcul) . . . . . 555—564

MÉLANGES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES
TIRÉS DU
BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG.
TOME VII.

Variations de la latitude de Poulkovo observées au grand cercle vertical dans les années 1882—91. Par M. Nyrén. (Lu le 20 janvier 1893).

(Avec deux planches).

Depuis plus de vingt ans, la discussion des observations faites au cercle vertical d'Ertel, m'a fait douter si l'invariabilité de la latitude fût déjà suffisamment constatée par l'observation. A partir de ce temps j'ai introduit des recherches sur cette question dans le programme des observations à faire au dit instrument. Je regrette que mes travaux dans cette direction présentent plus de lacunes qu'il ne soit à désirer. D'autres travaux plus urgents m'ont forcé de les interrompre de temps à autre.

Cependant, une discussion préalable des observations de l'étoile polaire, publiée dans le Bulletin de l'Académie en 1885, m'a donné pour notre latitude des valeurs tellement anomales qu'on ne pouvait plus s'abstenir de croire que cet élément fondamental de l'astronomie pratique, adopté jusqu'alors comme invariable, subisse en réalité des variations bien mesurables; en outre, que ces variations s'effectuent dans des intervalles assez brefs, ce qui était en contradiction avec les resultats de mes recherches antérieures qui portaient à croire qu'elles étaient de nature séculaire.

Ce fut dans ces considérations, qu'à l'occasion d'un voyage en été 1886 j'ai proposé à quelques astronomes Scandinaves d'organiser dans plusieurs observatoires des séries d'observations simultanées sur la latitude, afin de pouvoir reconnaître si le dit phénomène est de nature locale, ou si une région plus étendue de la surface du globe participe aux fluctuations trouvées à Poulkovo. Faute d'instruments qualifiés à l'examen d'un problème si délicat, la coopération que nous nous étions proposée s'est bornée à deux séries d'observations, l'une exécutée par M. Engström à l'observatoire de Lund, l'autre par M. Geelmuyden à l'observatoire de Christiania. Cependant, aussi ces séries, malgré le soin employé autant dans l'exécution que dans la discussion, ne pouvaient répandre plus de lumière sur l'étendue du phénomène en question.

Plus tard M. Küstner par la discussion approfondie d'une série d'observations très soignées, exécutées à l'observatoire de Berlin («Neue Methode zur Bestimmung der Aberrations-Constante etc.» Berlin, 1888) a fourni

une contribution très importante pour la dite question, en montrant que des différences Observation — Calcul bien notables, dont il n'hésite pas d'attribuer l'origine à des variations de la latitude, se manifestent aussi dans cette série.

C'est après ces recherches plus ou moins fragmentaires qu'on a organisé, sur les instances de M. Helmert, une coopération systématique sur une base plus étendue. Il ne paraît pas nécessaire de rappeler ici les résultats trouvés dans ces observations simultanées à Berlin, Potsdam, Prague et Strassbourg, résultats qui mettaient hors de doute que les variations observées ne sont pas bornées à une localité restreinte; ni même les conclusions tirées des séries observées simultanément en Europe et à Honoloulou, où la latitude a augmenté dans le même temps où elle a diminué en Europe, ce qui démontre que la cause de la variation de la latitude doit être cherchée dans un déplacement successif de l'axe de rotation de la Terre. Par ces séries, ainsi que par des observations instituées depuis juin 1890 à l'aide de l'instrument des passages établi dans le premier vertical de Poulkovo, il se montre que l'amplitude de l'oscillation est restée à peu près la même — un peu plus que 0″5 — dans les années qu'embrassent les observations. Quant à la durée d'une révolution du Pôle instantané autour du Pôle moyen, ces séries, vu que leur commencement ne date que de l'année 1889, ne peuvent donner que des résultats assez incertains. Dans ces circonstances il sera peut-être d'intérêt d'apprendre les conclusions auxquelles m'a conduit la discussion des observations faites par moi au cercle vertical pendant les années 1882—91.

Ayant pour but principal la détermination exacte des déclinaisons des étoiles de notre Catalogue fondamental, les observations ne peuvent que par une voie indirecte être utilisées en général pour des recherches sur la variation de la latitude. Ce n'a été que l'étoile polaire et une couple d'autres étoiles qui ont été observées directement pour cette dernière question. Vu que l'éclat de la grande majorité de nos étoiles fondamentales ne permet qu'on les observe que par nuit, il s'ensuit que les observations de la même étoile tombent à peu près sur les mêmes mois des différentes années. De telle sorte tous les phénomènes de période annuelle, affectant les distances zénithales des étoiles, ne se manifesteront que très imparfaitement dans une telle série. Rapporter un groupe d'étoiles sur les groupes adjacents, méthode dont on a fait usage, avec succès brillant, dans les coopérations mentionnées, n'aurait pas été possible dans le cas actuel; il s'y opposait d'un côté le grand nombre des étoiles observées, de l'autre le nombre relativement restreint des observations de chaque étoile. Il ne restait qu'à examiner sous ce point de vue les observations de chaque étoile séparément. Mais si

les lieux d'une étoile observée en plusieurs années consécutives, sont assujettis à quelque autre variation périodique que l'annuelle, il n'est pas à douter qu'une telle loi, aussi par cette voie, se prononcera distinctement dans l'ensemble des observations.

La série d'observations examinées ici commence au mois de janvier 1882; elle a été continuée avec quelques interruptions de sorte que le Catalogue proprement dit fut achevé en 1887. Après cette époque toutes les observations se rapportent, à peu d'exceptions près, directement à l'étude sur la variation de la latitude. Le nombre total des observations employées ici est d'environ 6300, des étoiles observées d'environ 500, si les passages supérieurs et inférieurs sont séparément traités. Dans le désir de faire coïncider les époques moyennes des observations des différentes étoiles avec l'époque moyenne du Catalogue, 1885.0, j'ai eu soin que les observations d'une année se distribuassent aussi uniformément que possible sur toutes les étoiles à déterminer. Par cette précaution, de toutes les étoiles du Catalogue

14% ont été observées en 3 années différentes,
40 » » » » » 4 » » »
33 » » » » » 5 » » »
13 » » » » » 6 » » » ou plus.

Cette répartition des observations des mêmes étoiles sur des intervalles de temps assez longs nous fournit ici l'avantage de pouvoir constater s'il se montre dans les résidus annuels des traces d'écarts systématiques. Une oscillation périodique qui avance ou retarde tout au moins d'un mois par an nous ferait ainsi voir, dans le gros des étoiles observées, presque toutes les phases d'une demi-période marquées dans les écarts de chacune d'elles. Par cette raison la détermination de la période même, dans la supposition qu'elle soit constante, ne devrait impliquer plus de difficultés.

Quant à l'amplitude maxima du phénomène en question, comme nous le verrons ici, elle ne peut à la rigueur être déduite par cette voie. En effet la période étant parfaitement inconnue de sorte que nous en ignorons non seulement la durée, mais aussi le commencement et la fin, il ne nous reste d'abord qu'à adopter comme exempte d'erreurs de la dite origine la moyenne de toutes les observations d'une étoile. En mettant

$$\frac{\delta_1 + \delta_2 + \ldots + \delta n}{n} = \delta m$$

on suppose ainsi que la quantité δm correspond à une valeur moyenne de la latitude, ou en d'autres termes, que les δ_1, δ_2 ... δn se distribuent tout uniformé-

ment sur les deux phases opposées de l'oscillation. Sans doute, pour la plupart des étoiles les observations satisferont de très près à cette condition. Mais en d'autres cas il faut aussi admettre qu'elles n'embrassent qu'incomplètement les deux phases, que p. e. aux observations faites aux environs de l'amplitude maxima il ne correspond point d'observations près de l'amplitude minima. Alors on aura nécessairement, par la voie suivie ici de déterminer les amplitudes, des valeurs moins exactes: les amplitudes extrêmes seront sans exception un peu aplaties. Quant au temps où les distances zénithales du Pôle atteignent leur valeur moyenne, il est clair qu'une étoile dont les observations ne se distribuent pas symmétriquement sur les phases opposées, nous donnera aussi une valeur erronée pour cette époque. Mais cette erreur ira tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre, de sorte que les écarts individuels seront parfaitement éliminés de la moyenne d'un grand nombre d'étoiles. On voit donc que les valeurs numériques trouvées ici pour l'ouverture du cône engendré par l'axe de rotation du globe ne doivent être regardées que comme des limites inférieures. Mais la durée d'une révolution du Pôle, soit qu'on la déduise des époques des valeurs extrêmes, soit qu'on utilise pour ce but les temps marqués par les valeurs moyennes de l'ensemble des déclinaisons comparées, doit être exempte d'erreurs provenant de la source mentionnée.

En combinant pour les recherches ici analysées les observations de différentes distances zénithales, il était nécessaire d'avoir égard à l'exactitude différente. Pour cette raison les observations ont été divisées en 5 classes que voici:

		Dist. zén.	Poids.
1 classe ...	observations (incomplètes) de	0°— 4°	1.16
2 »	»	4 —50	3.47
3 »	»	50 —65	2.31
4 »	»	65 —76	1.—
5 »	» de α Urs. min.	—	6.38.

Les observations de plus de 76° de distance zénithale ont été exclues de cette recherche. L'unité de poids correspond à l'err. pr. $\pm$ 0".41 d'une observation.

Avant de comparer entre elles les observations d'une étoile, elles furent toutes réduites au même excès de la température dans la salle d'observation sur celle de l'air extérieur selon les résultats donnés dans les A. N. № 3138. Cela fait chaque année fut divisée en 20 parties égales et les différences O.— C. pour les observations instituées dans chaque intervalle furent combinées à une valeur moyenne, eu égard aux poids donnés ci-dessus. De cette

manière j'ai obtenu pour la latitude instantanée du cercle vertical, rapportée à une latitude moyenne encore indéterminée, les valeurs suivantes avec les poids correspondants ainsi qu'avec le nombre des observations employées. L_i = latitude instantanée; L_m = latitude moyenne.

Époque	$L_i - L_m$	Poids	Observations
1882.025	— 0".17	44.0	13
075	— 0.10	217.8	72
125	— 0.10	172.2	63
175	+ 0.03	84.8	30
225	+ 0.10	190.1	66
275	+ 0.06	204.0	69
325	+ 0.07	303.6	107
375	+ 0.18	149.4	46
425	+ 0.08	169.9	61
475	+ 0.09	81.0	32
525	+ 0.11	150.8	50
575	+ 0.17	70.1	24
625	+ 0.09	209.0	70
675	— 0.02	170.6	63
725	+ 0.04	576.3	227
775	+ 0.06	275.8	112
825	— 0.08	64.7	26
875	— 0.15	74.1	26
925	— 0.18	70.5	24
975	— 0.27	142.0	57
1883.025	— 0.06	158.0	64
075	— 0.16	82.4	31
125	— 0.04	282.4	109
175	— 0.01	152.0	63
225	— 0.04	188.4	73
275	+ 0.10	147.7	57
325	— 0.02	63.5	16
375	+ 0.12	177.0	64
425	+ 0.09	372.2	135
475	+ 0.12	299.4	113
525	+ 0.11	52.6	20
625	+ 0.11	252.7	91
675	+ 0.17	189.6	69
725	+ 0.12	176.3	61
775	+ 0.05	292.7	93
825	+ 0.04	184.1	70
875	+ 0.15	75.8	29
925	+ 0.17	17.0	8
975	— 0.09	49.4	20

Époque	$L_i - L_m$	Poids	Observations
1884.025	— 0".20	56.7	25
075	+ 0.01	87.2	25
125	— 0.01	109.2	39
175	— 0.13	351.7	139
225	— 0.13	187.2	73
275	— 0.19	277.6	109
325	— 0.18	224.0	86
375	— 0.23	104.2	41
425	— 0.08	130.1	57
475	— 0.01	101.7	37
525	— 0.01	232.6	82
575	— 0.03	82.9	31
775	0.00	5.7	2
825	+ 0.21	162.8	59
875	+ 0.20	89.1	29
925	+ 0.18	75.9	29
975	+ 0.13	20.5	9
1885.025	+ 0.11	65.5	24
075	— 0.05	9.2	3
175	— 0.24	52.3	15
225	— 0.14	264.6	81
275	— 0.09	158.1	37
325	— 0.20	161.1	49
375	— 0.13	207.6	69
425	— 0.21	17.8	6
475	— 0.09	71.8	20
525	+ 0.10	3.5	1
625	+ 0.11	2.3	1
675	+ 0.22	42.3	15
725	— 0.07	123.2	47
775	+ 0.14	81.0	27
825	+ 0.12	118.4	38
875	+ 0.42	12.7	2
925	+ 0.09	59.8	20
975	+ 0.21	94.2	36
1886.075	+ 0.22	42.8	20
125	+ 0.08	138.8	55
175	+ 0.13	143.0	61
225	+ 0.01	164.9	50
275	+ 0.05	201.0	65
325	— 0.06	85.1	23
375	— 0.07	253.6	85
425	— 0.10	200.8	62
475	— 0.11	182.2	56
525	— 0.22	17.8	5

Époque	$L_i - L_m$	Poids	Observations
1886.625	— 0″.15	11.4	4
675	— 0.11	271.5	92
725	— 0.12	240.7	87
775	+ 0.01	259.6	89
825	— 0.06	294.9	100
875	+ 0.24	29.9	8
925	— 0.02	64.9	21
975	+ 0.07	2.3	1
1887.025	+ 0.10	26.4	9
075	+ 0.03	91.6	31
125	+ 0.08	157.9	60
175	+ 0.08	104.4	35
225	+ 0.19	214.0	76
275	+ 0.04	62.0	21
325	+ 0.12	196.1	61
375	+ 0.14	161.2	57
425	0.00	86.5	41
475	— 0.02	68.4	22
625	— 0.07	30.0	15
675	— 0.16	108.9	46
725	— 0.17	168.7	62
775	— 0.13	199.2	60
825	— 0.19	85.0	26
875	— 0.02	99.7	38
925	+ 0.02	27.5	15
975	— 0.17	7.9	3
1888.025	— 0.12	20.4	9
075	— 0.07	34.0	14
125	— 0.14	79.6	31
175	+ 0.06	210.9	76
225	+ 0.10	71.4	23
275	+ 0.13	136.8	39
325	+ 0.12	79.0	15
375	+ 0.15	9.9	2
425	+ 0.10	69.5	16
475	+ 0.01	49.0	15
525	— 0.04	22.3	11
575	+ 0.07	15.5	9
725	— 0.08	63.0	12
775	— 0.10	115.0	29
825	+ 0.09	40.3	8
875	+ 0.17	6.4	1
975	— 0.28	16.3	6

Époque	$L_i - L_m$	Poids	Observations
1889.125	— 0".14	3.0	3
175	— 0.23	56.2	9
225	— 0.25	31.9	5
275	— 0.19	38.3	6
325	— 0.17	102.0	16
375	+ 0.09	57.4	9
425	+ 0.07	89.3	14
475	+ 0.07	57.4	9
875	+ 0.08	17.1	4
975	— 0.25	27.4	8
1890.175	— 0.02	26.1	5
225	— 0.31	22.6	7
275	— 0.08	109.1	21
325	+ 0.02	130.9	30
375	+ 0.01	207.8	49
425	— 0.09	91.6	20
475	+ 0.07	85.1	19
525	+ 0.17	54.2	15
575	+ 0.10	6.4	1
675	+ 0.20	25.5	4
725	+ 0.29	172.2	40
775	+ 0.41	24.5	6
825	+ 0.31	12.7	2
875	+ 0.17	20.6	5
925	+ 0.15	38.9	10
975	— 0.32	66.1	19
1891.175	— 0.24	65.2	19
225	— 0.09	119.0	33
275	— 0.11	203.2	47
325	— 0.19	98.0	21
375	— 0.24	55.7	16
425	— 0.24	115.2	28
475	— 0.11	131.0	31
525	+ 0.02	115.3	26
575	+ 0.03	39.4	8
825	+ 0.35	91.2	23
875	+ 0.41	133.3	30
925	+ 0.42	12.7	2

Pour mieux relever la signification des nombres donnés ici, ils ont été marqués sur la planche I ci-jointe où le temps est représenté par l'abscisse, les oscillations de la latitude par les ordonnées. L'err. pr. est ajoutée pour chaque point. On y reconnaît au premier coup d'oeil que la distribution des points n'est par fortuite; la périodicité se prononce spécialement dans les premières années où les observations sont plus nombreuses.

Cela reconnu, j'ai essayé de représenter par une courbe continue les valeurs moyennes des points isolés, eu égard à la sûreté de chaque point. En examinant cette courbe de plus près, on y reconnaît des périodes assez régulières qui dans la durée ne peuvent différer de beaucoup les unes des autres. Les époques des maxima se trouvent:

Maxima.	Intervalles.
1882.46	
	416 jours.
83.60	
	449 »
84.83	
	416 »
85.97	
	431 »
87.15	
	424 »
88.31	
	475 »
89.61	
	427 »
90.78	
	424 »
91.94	

Moyenne 432.8 jours.

Les intervalles des minima s'accordent moins bien; en attendant il paraît cependant possible d'expliquer les écarts par des causes occasionnelles. Pour plusieurs minima le nombre des observations est assez restreint, de sorte que le tracé de la courbe y est encore assujetti à quelque incertitude. En moyenne l'intervalle des minima est = 434 jours. Ces périodes coïncident assez bien avec celle de 427 jours trouvée par M. Chandler.

Quant à l'amplitude des phases, il a déjà été expliqué plus haut, pourquoi on ne devait s'attendre à en trouver ici que des limites inférieures. Vers la fin de la série où les observations pour le Catalogue étaient en général terminées, les déviations trouvées dépendent presque exclusivement des observations de α Urs. min., α Arietis, α Virginis, η Urs. maj. sp. et α Bootis. Vu le grand nombre et la distribution étendue des observations de ces étoiles, il n'est pas à douter que l'effet de la variation de la latitude soit parfaitement éliminé de leurs positions moyennes. Par conséquent, des observations de ces années doivent aussi résulter des amplitudes plus considérables. En effet cette attente n'a pas été frustrée, les oscillations atteignant, dès 1887, des limites de beaucoup plus larges que jusqu'alors. Mais il serait prématuré encore de vouloir tirer de ces déviations des valeurs numériques exactes. En représentant tous les points marqués sur la planche par une sinusoïde, eu égard aux poids relatifs des différents points, j'ai trouvé pour le rayon du cercle décrit par le Pôle instantané la valeur $0''.145$. — Par la comparaison de notre courbe avec les résultats déduits des observations faites dans des observatoires situés sous d'autres longitudes terrestres, il se montre que la direction du mouvement du Pôle est d'Ouest à Est.

Après avoir constaté avec sûreté que le Pôle de l'axe de rotation de la Terre s'est effectivement déplacé dans le courant de la série examinée ici, il s'élève de soi-même la question si l'on doit, par l'application aux observations isolées des corrections empruntées à la courbe résultante, rapporter toutes les observations d'une même étoile à une position commune de l'axe terrestre? Certainement les positions moyennes à donner dans le Catalogue ne seront altérées par ces corrections que de peu de centièmes de seconde. D'ailleurs, comme il a déjà été dit, ces corrections seront en général un peu plus petites, que ne l'exigéraient les vraies oscillations du Pôle. Néanmoins il me paraît plus rationnel d'appliquer ces corrections, quelques petites qu'elles soient, vu que par ce moyen les positions définitives auront incontestablement gagné en exactitude. En regardant la distribution des observations de chaque étoile sur plusieurs années, on peut adopter comme sûr que dans aucun cas l'erreur d'une position définitive, provenant d'une valeur trop faible de l'amplitude, ne surpassera trois ou quatre centièmes de seconde. Par cette procédure on aura le Catalogue si exact que le permettent les observations d'où il a été dérivé.

En combinaison avec les recherches données ci-dessus il me paraît opportun de mentionner ici une autre série d'observations non publiées encore.

En été 1875 je commençais, dans le but de gagner une nouvelle détermination de la constante de l'aberration, une série d'observations au grand instrument des passages dans le premier vertical. Les variations périodiques de la latitude n'étant pas encore connues, il ne me paraissait pas nécessaire de comprendre dans ce programme d'autres objets que les 4 étoiles δ Cassiopeiae, υ Ursae maj., ι Draconis et ο Draconis, dont l'éclat permettait de les observer aussi par plein jour. En terminant la série au commencement de 1879 j'avais rassemblé environ 250 observations. Cependant, dans la discussion immédiatement entreprise de ces observations il se montrait dans les résultats de telles anomalies pour les différentes étoiles qu'il fallait conclure qu'une faute essentielle dans l'instrument même ou dans son installation avait influencé les observations de cette période. En réalité une explication, en apparence très satisfaisante, de ces anomalies se présentait dans un défaut très grave de l'installation. Avec le temps le parquet dans la salle d'observation s'était abaissé un peu de sorte qu'il était maintenant, du côté boréal, en contact avec le pilier sur lequel repose l'instrument. Par une série d'expériences il fut constaté que la lecture du niveau de l'axe horizontal de l'instrument changeait de 0″.07 si l'observateur se plaça de l'un ou de l'autre côté du pilier. Dans l'impossibilité d'examiner *a posteriori* si ce défaut avait existé durant toute la période ou s'il avait affecté les observations

Bulletin N. S. III (XXIV) p. 554.

au même degré dans toutes les saisons, il ne me resta qu'à rejeter toute la série comme inutile pour le but proposé.

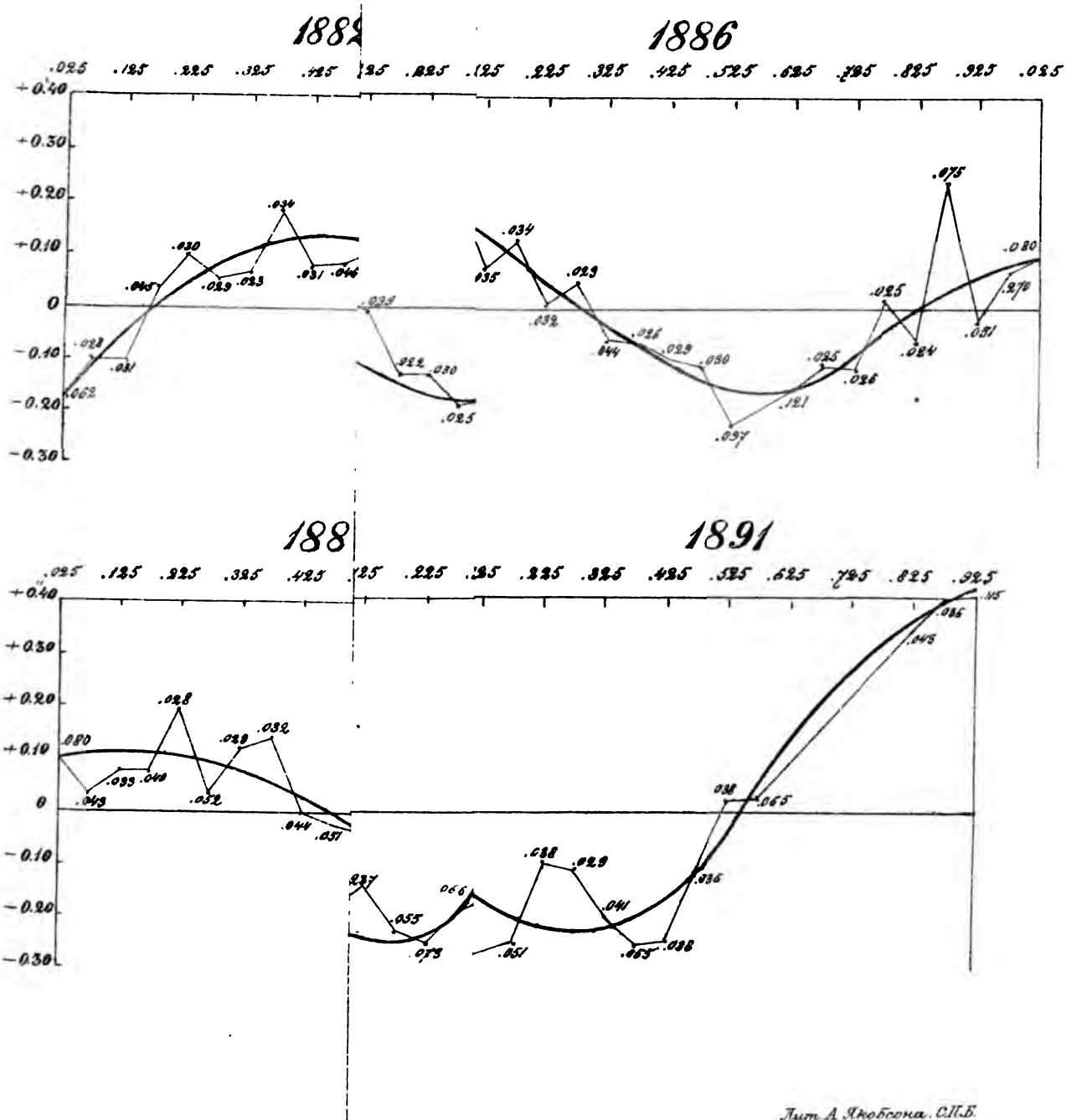
Maintenant où la variation de la latitude n'est plus à révoquer en doute, les grands écarts de nature régulière constatés alors peuvent bien être expliqués d'une autre manière; et si les recherches sur l'aberration ne gagneraient que peu ou plutôt rien en exactitude par cette série, elle nous fournira peut-être des données bien importantes pour les recherches sur la latitude dans lesquelles à peu près tous les éléments sont encore à déterminer.

Par les deux séries d'observations exécutées par moi à l'instrument des passages dans le premier vertical dans les années 1875—78 et 1879—82, on trouve pour les déclinaisons des quatre étoiles en moyenne:

	1875.0
δ Casiopeiae	59° 35′ 4.″76
υ Ursae maj.	59 37 31.09
ι Draconis	59 24 16.17
ο Draconis	59 14 9.36

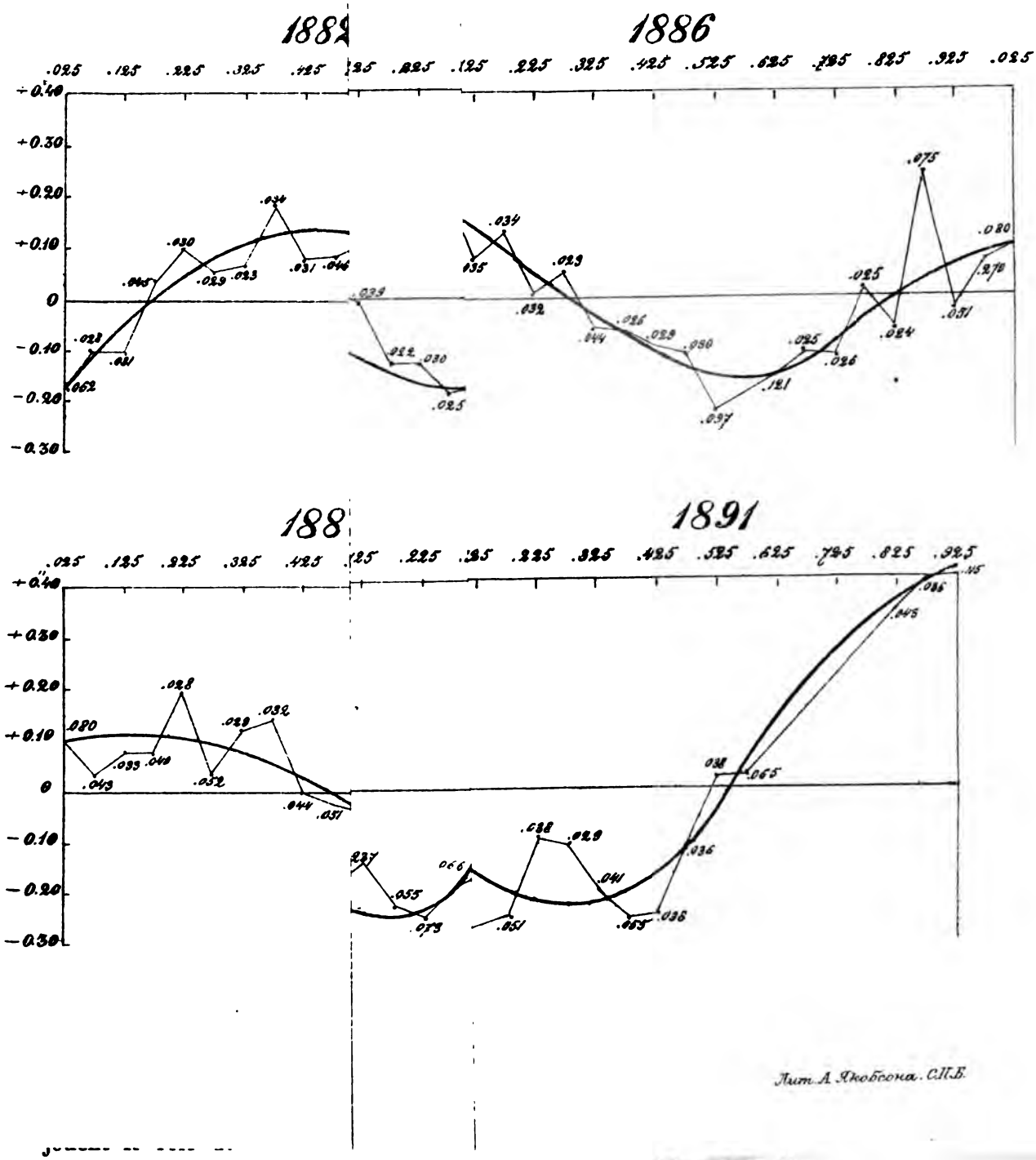
En admettant ces déclinaisons comme correctes les lieux apparents ont été calculés à l'aide des «Tabulae Pulcovenses». Cela fait, j'ai réuni pour les jours voisins les différences Observation — Calcul dans les groupes qu'on trouve dans le tableau suivant:

Époque moyenne	$L_i - L_m$	Obs.
1875.54	+ 0.20	6
55	+ 0.23	6
56	+ 0.16	6
60	+ 0.30	3
76	+ 0.10	4
82	+ 0.26	5
92	— 0.32	7
76.03	— 0.33	3
08	— 0.48	4
12	— 0.47	5
20	— 0.07	3
29	+ 0.04	5
33	+ 0.13	5
38	— 0.09	5
43	— 0.26	5
45	0.00	4
49	+ 0.20	4
58	+ 0.26	5
61	+ 0.28	5
64	+ 0.24	5
67	+ 0.39	5
72	+ 0.32	4
93	+ 0.17	5
96	+ 0.18	4



changer systématiquement la marche diurne de l'horloge et la valeur d'une

1) A présent astronome à Strassbourg.
2) Astronomische Nachrichten № 3092.



changer systématiquement la marche diurne de l'horloge et la valeur d'une

1) A présent astronome à Strassbourg.

2) Astronomische Nachrichten № 3092.

MÉLANGES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES
TIRÉS DU
BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG.
TOME VII.

Sur les variations de la latitude de Poulkovo, observées au grand instrument des passages, établi dans le premier vertical. Par S. Kostinsky.

(Lu le 17 février 1893).

(Avec une planche).

A partir du mois d'Avril 1890, notre Observatoire a pris part aux recherches sur la question, très intéressante pour l'Astronomie et la Géodésie, concernant les variations des latitudes terrestres. On a employé dans ce but notre grand instrument des passages de Repsold, établi dans le premier vertical; toutes les observations sont faites par la méthode de W. Struvé exclusivement sur les étoiles zénithales; par préférence on a observé les quatre étoiles principales: δ Cassiopeiae, υ Ursae majoris, ι et ο Draconis; presque deux tiers de toutes les observations se rapportent à ces étoiles. Du mois d'Avril 1890 jusqu'au mois de Juin 1891 (1-re série) les observations sont faites et calculées par M. B. Wanach, astronome surnuméraire de notre Observatoire[1]), et du mois de Juillet 1891 (2-me série) elles sont exécutées par moi; la méthode du calcul est presque la même chez les deux observateurs, mais dans l'article présent je parlerai exclusivement du calcul de mes propres observations et je ne citerai que les résultats définitifs de la première série, comme ils sont publiés par M. Wanach[2]).

§ 1.

Dans le calcul des observations on fixait l'attention particulière sur l'évitation des erreurs systématiques de période annuelle; ces erreurs sont les plus dangereuses à la recherche du phénomène, dont la période diffère peu d'une année, et elles peuvent provenir principalement de deux causes:

1) du changement d'état dé l'instrument avec la température et

2) de l'inexactitude des constantes, introduites dans le calcul (aberration, parallaxes etc.).

Dans la méthode employée d'observation, où l'horloge et le niveau jouent le rôle de mesureurs, les variations de la température peuvent changer systématiquement la marche diurne de l'horloge et la valeur d'une

1) A présent astronome à Strassbourg.

2) Astronomische Nachrichten № 3092.

division du niveau; quant au changement de la position et de la construction de l'instrument il faut avoir en vue principalement les changements de son azimut entre les passages de l'étoile dans l'Est et dans l'Ouest, puisque les changements de l'inclinaison et de la collimation s'excluent; il faut admettre seulement que ces dernieres sont constants durant fort peu de temps — le temps nécessaire pour l'observation; cette admission est bien fondée pour notre instrument, comme ce fut indiqué encore par W. Struve[3]). Plus tard, pour donner la possibilité de contrôler l'azimut de l'instrument aussi souvent que nous voulons, on a établi deux mires, qui ont reçu récemment l'éclairage électrique; on fait la lecture de ces mires au commencement et à la fin de chaque observation, et le changement déduit de l'azimut entre l'Est et l'Ouest s'introduit dans le calcul; ainsi on exclue cette source d'erreurs.

On introduit aussi dans le calcul la correction de l'effet de la marche diurne de l'horloge, employée pour les observations (Dent 586); on y parvient à l'aide de comparaisons avec l'horloge normale de l'Observatoire, faites si souvent que possible; la marche de l'horloge normale (Kessels) est excellente et toujours connue avec une exactitude suffisante[4]). Il faut remarquer que dans notre climat, où l'amplitude des variations annuelle de la température atteint 50° Cels. et davantage, il est très difficile d'espérer que l'horloge, qui se trouve toujours à la salle des observations, pourrait marcher régulièrement pendant un temps plus long; il est donc nécessaire de corriger de temps en temps la marche de l'horloge pour l'avoir toujours assez petite; il faut dire la même chose par rapport à l'inclinaison de l'axe horizontale de l'instrument.

La valeur angulaire d'une division du niveau (Reichel) a été déterminée plusieurs fois par les deux observateurs à l'aide de l'examinateur des niveaux de notre Observatoire; ces recherches ont été faites aux températures assez diverses (de + 20° jusqu'au — 10° Cels.), ce qui a donné la possibilité de déduire l'influence de la température sur la valeur à déterminer; en examinant toutes les déterminations de la valeur d'une division du niveau, faites dès le 14 Avril 1890 jusqu'au 27 Août 1892, j'ai trouvé les résultats suivants: de 28 déterminations, faites par M. Wanach:

$$s = 146.34 - 0.38\,t + 0.018\,t^2$$

3) W. Struve. — Notice sur l'instrument des passages de Repsold, établi à l'Observatoire de Poulkova dans le premier vertical (Bulletin scientifique publié par l'Académie Impér. des Sciences de St.-Pétersbourg, T. X, №№ 14, 15, 16—1842). Voir aussi «Observations de Poulkova». Vol. III.

4) Les comparaisons se font toutes les deux ou trois heures dans le courant des observations mêmes. La marche de l'horloge normale est acceptée pour l'intervalle Juin 1891—Février 1892 d'après la détermination au grand instrument des passages d'Ertel (M. Sokoloff) et du mois de Mars 1892—d'après la détermination au cercle méridien de Repsold (M. Romberg).

et de 14 déterminations, exécutées par moi:

$$s = 142.04 - 0.38\ t + 0.023\ t^2$$

où s est la somme des déplacements de la bulle (en divisions du niveau) pour un tour de la vis micrométrique de l'examinateur; on obtiendra la valeur angulaire d'une division par la formule:

$$p'' = \frac{120''.5}{s}.$$

L'accord presque complet des coéfficients de la température affirme sa réalité; la différence de $4^d.3$ dans les termes constants (ce qui correspond à $dp = 0''.026$) peut être aussi reélle; c'est pourquoi j'ai accepté pour les réductions de la deuxième série (du 13 Juillet 1891 jusqu'au 30 Août 1892) la valeur d'une division du niveau d'après mes propres déterminations, c'est-à-dire:

$$p = 0''.848 + 0''.0023\ t - 0''.00013\ t^2$$

où t est la température en degrés de Réaumur; mais comme en général l'inclinaison est petite, la petite inexactitude dans le terme constant ne peut changer sensiblement les résultats[5]).

Il faut remarquer encore que dans les calculs on tenait compte aussi d'une petite correction systématique, qui dépend du changement de l'ascension droite de l'étoile entre les deux verticaux.

Pour apprécier l'influence de l'inexactitude de la constante de l'aberration sur les résultats je faisais tout le calcul parallèlement avec deux hypothèses: une fois avec la constante de l'aberration = $20''.445$ et l'autre fois avec $20''.492$[6]); on verra plus loin que ce changement de la constante de $0''.047$ influe très peu sur les résultats définitifs; cela s'explique par ce que les observations du même jour ou des jours voisins se rapportent souvent aux étoiles très éloignées en ascension droite; c'est aussi très important pour la diminution de l'influence des parallaxes et des erreurs instrumentales de période diurne; c'est pourquoi on avait bien taché d'arranger les observations de manière qu'elles tombaient sur des heures du jour fort diverses, autant que le permettaient la force optique de l'instrument et l'éclat des étoiles observées; de quatre étoiles principales, dans les circonstances favorables on peut observer δ Cassiop. ($2^m.8$) presque toute l'année, — ι Draconis ($3^m.0$) près de 10 mois, — υ Ursae majoris ($3^m.6$) 8 — 9 mois et o Draconis ($4^m.6$) près de 6 mois.

5) Dans la deuxième série de 320 cas seulement pour 45 l'inclinaison atteignait 1".

6) La première constante est celle de Struvé et la seconde — celle de M. Nyrén; il est très probable que la valeur vraie se trouve entre ces deux nombres. Voir les travaux de M. Nyrén, nouvelles recherches de M. Lévy etc.

Quant aux autres constantes de la réduction, nous remarquons que l'inexactitude de la constante de la précession influe proportionellement au temps et par conséquent n'est pas trop dangereuse à la recherche d'un phénomène à période courte; aussi l'erreur dans la précession est compensée partiellement par l'erreur dans le mouvement propre des étoiles, qui est déduite de la comparaison de plusieurs catalogues[7]); on peut enfin accepter pour une année que l'influence de l'erreur dans la constante de la nutation est aussi presque proportionelle au temps (le terme principal); d'ailleurs cette constante est connue avec une grande exactitude; des parallaxes de quelques étoiles observées je parlerai plus bas.

§ 2.

Comme résultats de toutes les réductions nous obtenons pour les étoiles diverses une série de distances zénithales $\varphi - \delta_0$, réduites à 1892.0; ici φ est la latitude apparente[8]) à l'époque de l'observation et δ_0 — la déclinaison moyenne; nous tirons cette déclinaison moyenne pour les étoiles diverses de ces mêmes observations de la manière suivante: en combinant deux par deux les observations des quatre étoiles principales, faites le même jour, nous obtenons les différences de leurs déclinaisons moyennes indépendemment de la variation de la latitude; ainsi j'ai obtenu en moyenne:

Les différences des déclin.	Réduction à l'aberration 20″.492	Nombre de différences séparées.
$\delta - \upsilon = +\ 7'\ 38''.298 \pm 0''.036$	$+\ 0''.005$	19
$\delta - \iota = +19\ 45.295 \pm 0.037$	$+\ 0.012$	21
$\delta - o = +25\ 2.467 \pm 0.025$	$+\ 0.036$	13
$\iota - \upsilon = -12\ 6.888 \pm 0.036$	$-\ 0.017$	16
$o - \upsilon = -17\ 24.123 \pm 0.048$	$-\ 0.048$	12
$o - \iota = -\ 5\ 17.113 \pm 0.029$	$-\ 0.003$	23

De là nous avons les plus probables valeurs des trois premières différences:

$\delta - \upsilon = +\ 7'\ 38''.337 \pm 0''.025$	$-\ 0''.002$
$\delta - \iota = +19\ 45.282 \pm 0.025$	$+\ 0.020$
$\delta - o = +25\ 2.441 \pm 0.025$	$+\ 0.035$

7) Pour la réduction de la deuxième série j'ai employé les mouvements propres des étoiles, déduites par M. Wanach de la comparaison de 48 catalogues divers; voir Astron. Nachr. № 3092.

8) Contrairement à la latitude *moyenne* φ_0.

Soit m la moyenne arithmétique des déclinaisons pour les quatre étoiles données, nous aurons:

	Declinaison.		
$\delta = m +$	13′ 6″.515	+ 0″.013	
$\upsilon = m +$	5 28.178	+ 0.015	(1892.0)
$\iota = m -$	6 38.767	− 0.007	
$o = m -$	11 55.926	− 0.022	

Il est évident que les parallaxes des étoiles et l'inexactitude des constantes influent d'autant moins sur les déclinaisons ainsi obtenues, que les observations sont distribuées plus régulièrement dans le courant de l'année; en tout cas les erreurs probables indiquées permettent d'admettre que les valeurs relatives reçues de déclinaisons sont exactes jusqu'à quelques centièmes de seconde.

Excepté les quatre étoiles principales, les résultats de la 2-me série sont aussi fondés sur les observations des autres 11 étoiles, auxquelles se rapportent 111 observations du nombre entier de 310; les déclinaisons relatives pour six de ces étoiles (94 observ.) sont obtenues par un procédé tout-à-fait analogue, en combinant leurs observations avec celles des étoiles principales; par exemple pour une étoile B. D. 59°. 2137 $= x$ on a obtenu:

	Les différences des déclin.		Diff. séparées
$\delta - x = +$	15′ 1″.881 ± 0″.039	+ 0″.046	7
$\upsilon - x = +$	7 23.532 ± 0.047	+ 0.048	8
$\iota - x = -$	4 43.319 ± 0.031	− 0.016	13
$o - x = -$	10 0.542 ± 0.022	− 0.008	24

En remplaçant ici les déclinaisons des étoiles principales par leur valeurs, nous trouvons:

	Déclinaison		
$x = m -$	1′55″.366	− 0″.033	
$x = m -$	1 55.354	− 0.033	
$x = m -$	1 55.448	+ 0.009	(1892.0)
$x = m -$	1 55.384	− 0.014	

L'accord des déterminations isolées est assez suffisant; en leurs donnant les poids proportionnels au nombre des combinaisons avec chaque étoile principale, nous aurons en moyenne:

La déclin. de B. D. 59°. 2137 $= m -$ 1′55″. 393 − 0″.014 (1892.0).

Ainsi on a obtenu pour les déclinaisons des étoiles observées les résultats suivants:

Etoiles.	Ascension droite 1892.0	Déclinaison 1892.0	Réduction à l'aberr. 20″.492	Nombre des observ.	Kost.-Wan.
β Cassiop. . . .	0^h 3^m.4	m — 54′ 4″.239	— 0″.001	17	+ 0″.00
δ Cassiop. . . .	1 18.8	m + 13 6.515	+ 0.013	55	— 0.01
2 H. Camel. .	3 20.3	m + 6 29.131	— 0.001	13	+ 0.03
2 Lyncis	6 10.1	m — 24 22.18	—	4	W
15 Lyncis . . .	6 47.9	m — 53 30.61	—	4	W
24 Lyncis . . .	7 33.9	m — 29 34.51	—	1	W
υ Ursae maj. .	9 43.3	m + 5 28.178	+ 0.015	37	+ 0.04
74 Ursae maj.	12 24.9	m — 27 18.92	—	5	W
75 Ursae maj.	12 25.0	m — 5 24.48	—	3	W
ι Draconis . . .	15 22.5	m — 6 38.767	— 0.007	60	— 0.02
ϑ Draconis . . .	15 59.9	m — 36 5.440	— 0.010	6	— 0.12
ο Draconis . . .	18 49.6	m — 11 55.926	— 0.022	47	— 0.01
B. D. 59°2137	19 51.6	m — 1 55.393	— 0.014	29	+ 0.03
2 H. Cephei . .	19 53.9	m — 53 51.638	— 0.020	18	— 0.04
1 Cassiop. . . .	23 2.0	m — 37 8.789	— 0.012	11	+ 0.05

Dans la dernière colonne on trouve les différences entre mes déterminations et celles de M. Wanach (1-re série); cette comparaison était faite avec la constante de l'aberration = 20″.492. On ne peut apercevoir dans ces différences quelque marche systématique, et elles se trouvent tout-à-fait dans les limites des erreurs probables des déterminations, à l'exception de ϑ Draconis; mais le nombre des observations de cette dernière étoile est trop petit et elles sont faites presque à la même époque de l'année, de plus: cette étoile a un grand mouvement propre en déclinaison (+ 0″.35), qui peut être un peu inexact; tout cela peut expliquer probablement la valeur un peu plus grande de la différence indiquée. Partant de cet accord entre les deux observateurs, j'ai accepté pour cinq étoiles, pour lesquelles je n'ai que trop peu d'observations, les déclinaisons déduites par M. Wanach[9]) et fondées sur un nombre d'observations plus grand; ces étoiles sont marquées par la lettre W.

En comparant les différences isolées δ — υ, δ — ι etc. avec leurs valeurs moyennes, on peut calculer l'erreur probable d'une seule observation pour chacune des quatre étoiles principales tout-à-fait indépendamment des variations de la latitude; en effet, soit R_1 l'erreur probable d'une seule différence δ — υ, R_2 — l'erreur probable d'une seule différence δ — ι et ainsi de suite, nous aurons les équations conditionnelles suivantes:

9) Avec m=59° 27′ 18″99 (1892.0) d'après les déclinaisons données par lui. Bulletin N. S. III (XXXV) p. 564.

$$r_\delta^2 + r_\upsilon^2 = R_1^2; \qquad r_\upsilon^2 + r_\iota^2 = R_4^2$$
$$r_\delta^2 + r_\iota^2 = R_2^2; \qquad r_\upsilon^2 + r_o^2 = R_5^2$$
$$r_\delta^2 + r_o^2 = R_3^2; \qquad r_\iota^2 + r_o^2 = R_6^2$$

où r_δ, r_υ, r_ι et r_o sont les erreurs probables cherchées; par cette voie j'ai obtenu: l'erreur probable d'une seule observation

pour δ Cassiop.	$= \pm 0''.096 \pm 0''.019$
» υ Ursae maj.	$= \pm 0.122 \pm 0.016$
» ι Dracon.	$= + 0.113 \pm 0.017$
» o Dracon.	$= \pm 0.079 \pm 0.024$
Moyenne	$= \pm 0.104 \pm 0.009$

Il n'y a dans ces nombres aucune dépendance de la distance zénithale des étoiles, de sorte qu'on peut accepter en général pour notre instrument l'erreur probable d'une seule observation près de 0".1; il faut remarquer que ce résultat est probablement encore un peu trop grand, parce que les nombres cités contiennent encore une influence des parallaxes et des erreurs de diverses constantes.

§ 3.

En ajoutant les déclinaisons obtenues aux $\varphi - \delta_o$ séparées, nous avons la série suivante des $\varphi - m$, distribuées en ordre chronologique:

Epoque.	$\varphi - m$ 1892.0	Réduction à l'aberr. 20".492	Etoile.	Images.
1891	+ 0° 18'			
Juillet 13.3	59".16	+ 0".03	ι Drac.	
16.3	59.03	+ 4	ι	
16.5	58.73	+ 0	o Drac.	4
17.3	59.19	+ 4	ι	3
17.5	59.20	— 1	o	5
18.3	59.05	+ 4	ι	4—3
19.3	59.14	+ 4	ι	4—3
19.4	58.68	+ 0	o	3—2
20.3	59.00	+ 4	ι	4
20.4	59.22	+ 1	o	2
20.5	59.17	— 1	B. D. 59°2137	2
20.7	59.32	— 2	δ Cass.	5
21.3	59.07	+ 4	ι	4
21.4	59.02	+ 2	o	2

Epoque.		$\varphi - m$ 1892.0	Réduction à l'aberr. 20″.492	Etoile.	Images.
1891		+ 0° 18′			
Juillet	22.3	58″.96	+ 0″.05	ι	5
	22.5	58.73	— 1	B. D.	5
	23.3	59.04	+ 4	ι	5
	24.4	59.36	0	ο	3—4
	24.5	59.21	— 1	B. D.	3
	30.4	59.45	0	ο	4—5
	30.7	59.47?	— 2	δ	3
			0	ο	4—3
Août	3.4	59.21			
	3.5	59.33?	— 1	2 H. Ceph.	4
	4.3	59.21	+ 5	ι	5
	7.4	59.00	0	2 H.	3
	7.4	59.34	— 2	B. D.	3
	10.4	59.47	+ 1	ο	2
	10.4	59.11	— 1	2 H.	2—3
	10.4	59.27	0	B. D.	3
	11.7	59.13	— 1	δ	3
	12.2	59.16	+ 5	ι	5
	12.4	59.44	+ 2	ο	4—5
	12.4	59.75	0	2 H.	4
	12.4	59.23	0	B. D.	4
	18.4	59.20	+ 2	ο	3—4
	18.4	59.18?	+ 1	B. D.	4
	21.2	59.19	+ 5	ι	4
	21.4	59.07	+ 2	ο	4
	26.4	59.27	+ 1	ο	4
	28.2	59.07	+ 5	ι	3
	28.4	59.35	+ 2	ο	4—3
	28.4	59.20	+ 1	2 H.	3
	28.4	59.12	+ 1	B. D.	3
	28.5	59.31	0	1 Cass.	3
	28.6	59.32	— 1	β Cass.	3
	28.6	59.32	— 2	δ	4
	29.3	59.25	+ 2	ο	3
	29.4	59.50	+ 1	B. D.	3
	31.3	59.43	+ 1	ο	3
	31.4	59.30	+ 2	2 H.	4
	31.4	59.15	+ 1	B. D.	3—4
Sept.	2.4	59.30	+ 2	B. D.	3
	3.3	59.17	+ 2	ο	3
	3.4	59.21	+ 2	B. D.	3

Epoque.		φ — m 1892.0	Réduction à l'aberr. 20″.492	Etoile.	Images.
1891		+ 0° 18′			
Sept.	3.5	59″.57	0″.00	1 C.	3—4
	7.3	59.34	+ 2	o	3—4
	7.4	59.48	+ 2	B. D.	4
	12.3	59.25	+ 3	o	4
	12.4	59.19	+ 2	2 H.	4
	12.4	59.32	+ 3	B. D.	3
	12.5	59.19?	+ 1	1 C.	3
	12.5	59.36	— 1	β	4—3
	13.9	59.53	0	υ Urs. m.	2—3
	14.2	59.18	+ 3	ι	4
	14.3	59.29	+ 2	o	3
	14.4	59.28	+ 2	2 H.	3
	14.4	59.36	+ 2	B. D.	—
	14.9	59.85	+ 1	υ	3
	15.2	59.33	+ 5	ι	4—5
	15.3	59.23	+ 3	o	4
	15.3	59.19	+ 2	2 H.	4—3
	15.3	59.29	+ 2	B. D.	3—4
	15.5	59.65	+ 1	β	3
	15.6	59.49	+ 1	δ	3
	20.9	59.13	0	υ	3
	22.3	59.38	+ 3	o	3—2
	22.3	59.39	+ 2	B. D.	3
	24.9	59.42	— 1	υ	3
	25.3	59.71	+ 3	o	4—3
	25.3	59.58	+ 2	2 H.	4—3
	25.4	59.54	+ 2	1 C.	3
	25.5	59.58	0	δ	3
	29.4	59.23	0	1 C.	3
	29.5	59.19	+ 1	β	3
	29.5	59.55?	+ 1	δ	3—4
Octobre	2.1	59.19	+ 2	ι	4
	2.2	59.31	+ 3	o	5—4
	2.3	59.20	+ 4	2 H.	3
	2.3	59.60	+ 2	B. D.	4—3
	2.9	59.37	0	υ	3
	3.1	59.28	+ 4	ι	4—5
	3.2	59.35	+ 3	o	5—4
	3.3	59.54	+ 3	2 H.	4
	3.3	59.45	+ 2	B. D.	4

Epoque.	$\varphi - m$ 1892.0	Réduction à l'aberr. 20″.492	Etoile.	Images.
1891	+ 0° 18′			
Octobre 3.9	59″.44	— 0″.01	υ	4
4.1	59.41	+ 4	ι	4
4.2	59.36	+ 2	ο	4—3
4.3	59.58	+ 3	2 H.	3
4.3	59.44	+ 2	B. D.	3
4.5	59.12?	+ 2	β	4—3
4.5	59.32	+ 1	δ	4
4.9	59.51	— 1	υ	4
5.1	59.43	+ 3	ι	3
5.5	59.39	+ 1	β	4
5.5	59.51	+ 1	δ	4—3
8.9	59.58	— 1	υ	3
9.3	59.55	+ 2	B. D.	5
10.2	59.30	+ 2	ο	5—4
10.3	59.46	+ 3	2 H.	4—3
10.3	59.20	+ 3	B. D.	4—3
10.8	59.62	— 2	υ	3—2
11.1	59.40	+ 3	ι	4
11.2	59.36	+ 3	ο	3
11.8	59.50	— 1	υ	2
12.1	59.52	+ 3	ι	3
12.2	59.40	+ 3	ο	3—4
12.3	59.37	+ 2	2 H.	3
12.3	59.50	+ 3	B. D.	3
12.4	59.55	+ 2	β	3
12.5	59.36	+ 2	δ	3—4
12.8	59.50	— 2	υ	2
13.1	59.40	+ 3	ι	3
14.1	59.39	+ 3	ι	2
15.3	59.16	+ 3	B. D.	2
16.4	59.32	+ 3	1 C.	2—3
16.4	59.53	+ 3	β	2
16.5	59.32	+ 2	δ	2
21.8	59.24	— 2	υ	2—3
22.1	59.43	+ 3	ι	3—4
25.0	59.17	+ 1	ι	4
25.2	59.24	+ 1	ο	3

Epoque.	$\varphi - m$ 1892.0	Réduction à l'aberr. 20″.492	Etoile.	Images.
1891	+ 0° 18′			
Novemb. 2.2	59″.16	+ 0″.03	o	3
2.4	59.34	+ 3	δ	3
2.5	59.32	0	2 Ḥ. Camel.	3—2
4.2	59.37	+ 3	o	3
4.4	59.26	+ 4	δ	4
4.8	59.07	— 1	υ	2
8.4	59.28	+ 4	δ	3—4
8.5	59.44	+ 1	2 H. Camel.	3
12.0	59.52	0	ι	3—4
12.3	59.32	+ 3	1 C.	3—4
12.4	59.10	+ 3	β	3
12.4	59.12	+ 3	δ	3
13.0	59.44	0	ι	2—3
13.4	59.41	+ 3	β	3
13.4	59.33	+ 3	δ	3
13.5	59.37	+ 1	2 H. Camel.	3
14.0	59.26	0	ι	3—2
14.3	59.47	+ 4	1 C.	4
14.4	59.42	+ 4	β	3
14.4	59.38	+ 3	δ	3
15.0	59.40	0	ι	2
19.0	59.67	+ 0	ι	4—3
19.1	59.36	+ 1	o	5
19.3	59.54	+ 4	1 C.	4
19.3	59.48	+ 4	β	4—3
23.0	59.57	0	ι	3—4
23.1	59.17	+ 1	o	3
26.4	59.20	+ 4	δ	3
27.0	59.56	— 2	ι	3
Décemb. 7.9	59.12	— 2	ι	3
8.1	59.32	+ 1	o	3
21.3	59.23?	+ 5	δ	—
21.4	59.23?	+ 3	2 H. Camel.	3
21.9	59.54	— 3	ι	3
22.0	59.28	— 1	o	3
22.3	59.14	+ 4	δ	3
22.9	59.37	— 3	ι	2
1892				
Janvier 1.3	58.99	+ 5	δ	3
2.3	58.99	+ 4	δ	3

Epoque.	$\varphi - m$ 1892.0	Réduction à l'aberr. 20″.492	Etoile.	Images.
1892	+ 0° 18′			
Janvier 7.3	59″.38	+ 0″.05	δ	4—3
7.3	59.34	+ 2	2 H. Camel.	3
17.3	59.15	+ 2	2 H. Camel.	3—2
20.2	59.13	+ 5	δ	3
21.2	59.37	+ 4	β	3—4
21.2	59.55	+ 5	δ	2
21.3	58.96	+ 4	2 H. Camel.	3
23.2	59.03	+ 4	β	3
23.2	58.81	+ 4	δ	3
23.3	59.04	+ 3	2 H. Camel.	3
24.2	58.91	+ 4	δ	4—3
25.2	58.79	+ 4	δ	3
31.2	59.20	+ 4	δ	3
Février 6.2	59.29	+ 4	δ	3
6.3	59.28	+ 3	2 H. Camel.	3
17.2	58.94	+ 3	δ	3
18.1	58.94	+ 3	δ	4—3
20.1	58.99	+ 4	δ	4
20.2	59.01	+ 3	2 H. Camel.	3
20.3	59.02	+ 2	2 Lyncis	3—4
20.4	59.02	+ 3	15 Lyncis	3
22.1	59.11	+ 3	δ	4
22.2	59.01	+ 3	2 H. Camel.	3—4
22.3	59.36	+ 3	2 Lyncis	3
22.4	59.00	+ 3	15 Lyncis	3
22.5	59.16	0	υ	3—2
23.1	59.22	+ 3	δ	3
23.4	58.99?	+ 1	24 Lyncis	3
23.5	58.84	+ 1	υ	3—2
24.1	59.08	0	β	3
24.1	59.05	+ 2	δ	3
24.5	58.70	+ 1	υ	2—1
26.5	58.83	+ 1	υ	2
26.8	59.18	— 5	o	2—3
27.1	59.33	+ 1	β	3
27.1	59.16	+ 4	δ	3
27.2	59.10	+ 3	2 H. Camel.	3

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 570.

Epoque.		φ — m 1892.0	Réduction à l'aberr. 20″.492	Etoile.	Images.
1892		+ 0° 18′			
Mars	2.2	58″.92	+ 0″.02	2 H. Camel.	3
	2.3	58.59?	+ 3	2 Lyncis	4—5
	2.3	59.03?	+ 2	15 Lyncis	3
	3.1	58.72	+ 2	δ	2
	3.5	59.24	+ 1	υ	3
	12.1	59.38	+ 1	δ	2—3
	12.4	59.00	+ 2	υ	3
	16.1	59.08	+ 1	δ	2—3
	16.4	59.18	+ 2	υ	3
	18.4	59.35	+ 2	υ	3—2
	19.1	59.30	+ 1	δ	2—3
	20.5	58.57	— 2	74 Urs. maj.	3
	20.5	58.85	— 2	75 Urs. maj.	3
	21.1	59.29	+ 1	δ	3
	21.4	58.98	+ 2	υ	3—4
	24.2	58.84	+ 4	2 Lyncis	3
	24.3	58.79	+ 3	15 Lyncis	3—2
	25.4	59.07	+ 2	υ	2
	28.0	59.34?	+ 1	δ	2
	28.4	59.14	+ 2	υ	2
	30.0	58.99	+ 0	δ	3
	31.5	58.59	— 1	74 Urs. maj.	2
	31.5	58.74	— 1	75 Urs. maj.	2
Avril	2.4	59.32	+ 3	υ	2
	7.0	58.80	0	δ	2—3
	8.0	59.11	+ 1	δ	2
	8.4	59.21	+ 3	υ	3
	11.0	58.94	0	δ	2
	11.6	58.80	— 2	ι	3
	12.0	59.35	0	δ	2
	13.6	59.06	— 2	ι	4—3
	29.3	58.95	+ 4	υ	4
Mai	2.3	58.84	+ 4	υ	3
	2.5	58.93	— 1	ι	4—3
	7.5	59.21	— 1	ι	3
	7.9	58.87	— 2	δ	2
	8.3	59.00	+ 4	υ	4
	9.3	59.12	+ 4	υ	4
	9.4	58.91	+ 2	74 Urs. maj.	4
	9.4	58.87	+ 3	75 Urs. maj.	4

Epoque.		φ — m 1892.0	Réduction à l'aberr. 20″.492	Etoile.	Images.
1892		+ 0° 18′			
Mai	9.5	58″.98	— 0″.02	ι	3
	9.9	58.95	— 1	δ	2
	10.3	59.04	+ 3	υ	3
	10.9	58.88	— 2	δ	3
	11.5	58.72	0	ι	2
	12.3	59.06	+ 4	υ	4
	12.4	59.02	+ 4	74 Urs. maj.	3
	19.2	58.98	+ 4	υ	3—4
	20.2	59.01	+ 4	υ	4
	20.4	59.10	+ 4	74 Urs. maj.	4—3
	20.9	58.90	— 2	δ	2—3
	20.5	59.17	0	ι	4
	21.2	58.96	+ 5	υ	4
	25.5	58.47	0	ι	3
	25.9	58.83	— 2	δ	2
	26.5	58.93	+ 1	ι	4
	27.5	58.50	0	ι	3—4
Juin	4.2	59.07	+ 5	υ	3—2
	4.4	59.14	+ 2	ι	2
	5.4	58.79	+ 1	ι	3
	7.4	58.48	+ 1	ι	3
	7.5	58.76	+ 1	3 Drac.	3
	7.8	58.82	— 2	δ	3
	9.4	59.03	+ 3	ι	3
	9.4	59.13	+ 1	3 Drac.	3
	10.4	58.63	+ 2	ι	3
	10.4	58.69	+ 1	3 Drac.	3
	11.4	58.76	+ 1	ι	2
	13.4	58.85	+ 1	ι	3
	13.4	58.69	+ 1	3 Drac.	3
	21.2	58.76	+ 4	υ	3
	23.4	58.89	+ 4	ι	4
	23.4	58.87	+ 2	3 Drac.	3
	23.5	58.69	— 3	o	4
	23.6	58.91	— 4	B. D.	4—3
	27.5	58.92	— 2	o	3
	29.4	58.82	+ 3	ι	3

Epoque.		$\varphi - m$ 1892.0	Réduction à l'aberr. 20″.492	Etoile.	Images.
1892		+ 0° 18′			
Juillet	1.5	58″.94	— 0″.02	o	3
	2.4	58.83	+ 3	ι	3
	3.5	58.78	— 2	o	2
	3.6	58.57	— 3	B. D.	3
	26.4	59.04	0	o	—
	29.3	58.81	+ 4	ι	—
	31.3	58.82	+ 5	ι	—
Août	18.4	58.88	+ 2	o	3
	18.4	58.99	+ 1	2 H. Ceph.	3
	20.2	59.22	+ 5	ι	4
	20.4	59.23	+ 1	o	4—3
	23.2	59.12	+ 4	ι	3
	23.2	59.43	+ 5	ϑ Drac.	3—4
	24.4	59.11	+ 1	o	4—3
	24.4	59.02	+ 1	2 H.	3
	24.4	59.18	0	B. D.	3
	25.2	59.37	+ 6	ι	3
	25.4	59.32	+ 2	o	3
	25.4	59.22	+ 1	2 H.	3
	25.4	59.18	+ 2	B. D.	3
	25.5	59.25	0	1 Cass.	3
	30.3	59.10	+ 2	o	3
	30.4	59.13	+ 1	B. D.	3
	30.5	59.17	0	1 C.	3
	30.6	58.83	0	β Cass.	3
	30.6	59.14	— 2	δ	3

Remarques.

1. Les observations, marquées par un signe? sont douteuses.

2. Trois observations le 26, 29 et 31 Juillet 1892 sont faites par M. Ditschénko.

3. L'échelle des images est: 1 = très mauvaises, 2 = mauvaises, 3 = médiocres, 4 = bonnes, 5 = excellentes.

Pour la représentation graphique j'ai partagé toutes les 310 observations en groupes indiquées (7 — 10 obs.) et j'ai pris la moyenne pour chaque groupe avec des poids égaux; voici les résultats:

Époque.		$\varphi - m$ 1892.0	Réduction à l'aberr. 20″.492	Nombre des observ.
1891		+ 0° 18′		
Juillet	16.9	59″.07	+ 0″.03	7
	20.6	59.07	+ 1	7
	25.4	59.17	+ 1	7
Août	7.2	59.24	+ 0	8
	15.6	59.26	+ 2	9
	28.2	59.25	+ 1	8
	31.9	59.29	+ 2	8
Septembre	10.0	59.34	+ 1	8
	14.6	59.38	+ 2	8
	19.7	59.41	+ 1	9
	28.1	59.41	+ 1	7
Octobre	2.8	59.39	+ 2	8
	4.3	59.40	+ 1	8
	8.1	59.43	+ 2	8
	11.6	59.45	+ 2	7
	13.2	59.41	+ 1	7
	20.5	59.32	+ 2	7
Novembre	4.7	59.28	+ 2	8
	12.8	59.33	+ 2	8
	15.7	59.42	+ 2	7
	26.8	59.37	+ 1	8
Décembre	24.7	59.22	+ 2	8
1892				
Janvier	18.0	59.19	+ 4	9
Février	1.4	59.07	+ 3	7
	20.7	59.06	+ 3	8
	24.1	59.01	+ 0	10
Mars	2.2	59.05	+ 2	9
	17.6	59.05	+ 0	7
	26.0	59.00	+ 2	9
Avril	8.3	59.04	+ 0	9
Mai	6.2	58.97	+ 2	9
	12.0	58.95	+ 2	8
	23.2	58.87	+ 1	9
Juin	7.7	58.85	+ 2	10
	18.5	58.79	+ 1	7
	30.2	58.82	— 1	7
Juillet	29.0	58.89	+ 3	3
Août	21.9	59.13	+ 2	9
	27.9	59.17	+ 1	10

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 574.

Ces valeurs sont portées sur la planche (planche, I); les erreurs probables de points isolés varient entre 0″.03 — 0″.04.

La courbe moyenne est tracée ainsi que la somme des carrés des déviations de points isolés soit autant petite que possible; de cette courbe nous trouvons:

Maximum de la latitude 1891 Octobre 14[10]); $\varphi - m = +0°\ 18'\ 59''.42$
Minimum » » » 1892 Juin 18; $\varphi - m = +0\ 18\ 58.81$

De la première série on a trouvé:

Maximum de la latitude 1890 Septembre 14; $\varphi - m = +0°\ 18'\ 59''.40$
Minimum » » » 1891 Avril 15; $\varphi - m = +0\ 18\ 58.80$[11])

En comparant les résultats des deux séries, nous obtenons en moyenne: l'amplitude = 0″.60 et la période = 412 jours (de la comparaison des époques des maxima la période = 395 j.,— des minima — 430 j.).

Il est évident que la courbe trouvée des variations de la latitude dévie assez considérablement de la simple sinusoide[12]); d'une part ces déviations s'expliquent par les erreurs des observations, mais d'autre part il est possible qu'une partie de ces déviations soit réelle, parceque nous n'avons encore aucun fondement scientifique pour l'admission, que la marche des variations de la latitude satisfasse à une sinusoide simple; on peut supposer plutôt que le caractère du phénomène est plus compliqué (Voir M. Chandler «On the variation of latitude», VII. Astronomical Journal № 277); enfin, certaines causes locales, par exemple les changements de la direction de la ligne verticale, peuvent aussi avoir un influence troublante sur la courbe considérée; les déviations analogues sont remarquées aussi dans les autres séries des observations. Certaines déviations plus grandes de la courbe moyenne peuvent être expliquées en partie, il me semble, par les parallaxes des étoiles observées; j'ai déterminé de mes observations approximativement les parallaxes des quatre étoiles principales; dans ce but j'ai exclu les variations de la latitude à l'aide de la courbe moyenne trouvée, et j'ai adopté la constante de l'aberration = 20″.492; voici les résultats:

---

10) Cela diffère 10 jours de la détermination provisoire; voir mon article Astron. Nachr. № 3112.

11) Avec $m = 59°\ 27'\ 18''.99$ (1892.0). Astr. Nachr. № 3092.

12) On peut représenter approximativement les résultats de la 2-me série par la sinusoide suivante:

$$\varphi - \varphi_0 = +0''.30.\ \cos.\ [52° + 0°.787\ (t - T)]$$

où T = le 5 Janvier 1892 et $t - T$ est exprimé en jours moyens.

Etoile.	Parallaxe.	La correction de déclin. empl.	L'erreur prob. d'une observ.	Les époques de la parallaxe en déclinaison Max.	Min.
δ Cassiop.	$+0''.029 \pm 0''.025$	$-0''.009 \pm 0''.016$	$\pm 0''.116$	Sept. 27	Mars 24
υ Urs. maj.	$+0.007 \pm 0.037$	-0.060 ± 0.022	± 0.130	Mars 1	Sept. 3
ι Dracon.	$+0.039 \pm 0.019$	-0.007 ± 0.014	± 0.110	Mai 16	Nov. 18
ο Dracon.	-0.014 ± 0.027	$+0.020 \pm 0.018$	± 0.104	Juillet 2	Janv. 1

On voit que les parallaxes de ces étoiles sont très petites et seulement à la parallaxe de ι Draconis on peut attribuer avec une grande probabilité la valeur près de 0″.04; la parallaxe négative de ο Draconis s'explique tout-à-fait par son erreur probable; nous obtenons des équations pour les parallaxes encore une preuve de l'exactitude des déclinaisons adoptées plus haut; pour l'erreur probable d'une observation isolée nous avons en moyenne $\pm 0''.116$, ce qui s'accord avec la détermination précédente. La comparaison des époques des maxima et des minima des parallaxes en déclinaison avec les époques des plus grandes déviations de la courbe moyenne (planche, I) indique, à ce qu'il paraît, que les parallaxes de ces étoiles sont plus considérables que le calcul ne le montre, et qu'elles sont masquées seulement par les erreurs des observations[13]); en tout cas cette question demande une recherche plus exacte, fondée sur un nombre plus grand d'observations.

Jusqu'à présent je n'ai pas mentionné de la valeur absolue moyenne de la latitude $= \varphi_0$, la regardant comme une question secondaire pour notre but principal; nous avons en moyenne pour les deux séries $\varphi_0 - m = +0°\ 18'\ 59''.11$ (1892.0) et il faut connaître $m = \frac{\delta + \upsilon + \iota + o}{4}$ pour déterminer φ_0; voici le tableau des déclinaisons de ces quatre étoiles, tirées de quelques nouveaux catalogues (pour 1875.0):

Catalogues.	δ Cass.	υ Urs. maj.	ι Dracon.	ο Dracon.	m
	59° 35′	59° 37′	59° 24′	59° 14′	59° 27′
Obs. de Poulkovo, vol. XII, 1865	5″.32	32″.59	16″.00	9″.47	45″.84*
Auwers. Fundam. Catal.....	5.66	31.59	16.60	9.66	45.88*
Lor. Respighi. 1875.....	4.96	30.88	16.71	9.42	45.49
H. Romberg. 1875.....	5.05	31.13	16.07	9.47	45.43
Harvard Coll. 1875.....	5.76	31.35	16.07	10.01	45.80
Ann. de l'Obs. de Bruxelles, T. VI, 1865.....	3.77	30.68	16.20	8.16	44.70
Greenwich Nine-Year Cat. 1872	6.06	31.45	17.03	10.20	46.18
Lewis Boss. Fund. cat. 1875..	4.92	31.17	16.68	9.28	45.51
Cercle vertical de Poulkovo[14]). 1885 — Culmin. supér.	4.98	31.27	16.44	9.52	45.55*
Cercle vertical de Poulkovo[14]). 1885 — . infér.	4.74	31.13	16.08	9.07	45.26

13) Le maximum de la parallaxe en déclinaison exige un abaissement de la courbe et le minimum — une élévation.

14) M. Nyrén m'a communiqué aimablement ces dernières valeurs, qui dérivent de ses observations pour le catalogue fondamental de l'époque 1885.0

Ce tableau est calculé avec les mêmes mouvements propres que toute la série des observations; pour la réduction m à une époque quelconque nous avons:

La variation annuelle de $m = -1''.559 - 0''.00067\,t\,(1875 + t)$; la réduction de 1875.0 à 1892.0 $= -26''.60$; du tableau nous avons en moyenne $m = 59°\ 27'\ 45''.56$ pour 1875.0 ou $m = 59°\ 27'\ 18''.96$ pour 1892.0; par conséquent $\varphi_0 = m + 0°\ 18'\ 59''.11 = 59°\ 46'\ 18''.07$; il est évident que cette valeur de φ_0 est plus grande que la vérité, ce qui ne peut étonner, vu, que certains catalogues donnent systématiquement de trop grandes déclinaisons pour toutes les quatre étoiles; il fut remarqué, il y a déjà longtemps, que notre grand cercle vertical donne de trop grandes déclinaisons pour les étoiles zénithales dans la culmination supérieure (voir le tableau); cette circonstance a eu aussi une influence sur le catalogue fondamental de Auwers[15]). A l'exception des catalogues notés nous aurons en moyenne $m = 59°\ 27'\ 45''.48$ (1875,0) et $\varphi_0 = 59°\ 46'\ 17''.99$[16]); il ne faut pas oublier que les erreurs instrumentales constantes, qui sont étrangères à notre but principal, doivent aussi influer sur la détermination de φ_0.

§ 4.

Pour comparer les résultats des observations à Poulkovo avec ceux des autres stations, je donne un tableau comparatif de courbes moyennes des variations de la latitude trouvées à Berlin, Prague, Poulkovo et Honolulu (Waikiki), en me servant des données, publiés dans les «Astronomische Nachrichten» №№ 3055, 3092, 3131 etc. (voir planche, II). La comparaison des trois premières courbes avec la dernière ne laisse aucun doute sur la réalité du mouvement du pôle instantané de la rotation de la Terre sur sa surface; d'après la théorie le pôle doit se mouvoir dans la direction de la rotation diurne (de l'Ouest vers l'Est), c'est-à-dire: les phases homogènes du phénomène doivent avoir lieu plus tard aux points, placés à l'Est, comparativement à ceux de l'Ouest; en supposant le mouvement du pôle uniforme, la différence des époques de la même phase pour les deux stations, dont les longitudes diffèrent de λ^h, doit être égale à $\frac{P.\lambda^h}{24^h}$, où P est la période; avec $P = 412$ jours nous trouvons que les époques des maxima et des minima doivent s'attarder à Poulkovo, en comparaison avec Berlin, de 18.8 jours: mais de l'observation nous avons:

---

15) Voir M. H. Romberg «Catalog von 5634 Sternen für 1875.0. Einleitung.

16) Cela donne pour le centre de l'Observatoire $\varphi_0 = 59°\ 46'\ 18''.66$.

Phases.	Berlin.	Poulkovo.	Poulk. — Berl.
Maximum 1890	Septembre 2	Septembre 14	+ 12 jours
Minimum 1891	Mars 16	Avril 15	+ 30 »
Maximum 1891	Octobre 1	Octobre 14	+ 13 »

En moyenne Poulk. — Berl. = + 18.3 jours, ce qui coincide très bien avec la théorie. Il faut tenir compte cependant que la détermination des époques des maxima et des minima reste encore assez arbitraire; par exemple: la fixation du maximum à Honolulu au 15 Avril 1892 est encore bien douteuse, parce que la courbe se termine près de cette même époque (Astr. Nachr. 3131, planche).

L'ayant en vue, il me paraît plus admissible, pour la détermination de la durée de la période, de comparer les époques, quand la latitude atteint sa valeur moyenne, en croissant ou en décroissant; la petite erreur dans la valeur adoptée de φ_0 ne peut avoir influence nuisible sur une telle détermination, si on compare les époques homogènes; de cette manière, en adoptant les valeurs suivantes de φ_0[17]):

pour Berlin	$\varphi_0 =$	52°30′17″.31
» Prague		50 5 15.87
» Poulkovo		59 46 18.10
» Honolulu		21 16 24.93

nous obtenons à l'aide de courbes moyennes données les époques de la valeur moyenne des latitudes:

Berlin.	Prague.	Poulkovo.	Honolulu.
1889 Avril 10 +	Mars 3	—	—
1889 Nov. 16 —	Nov. 4	—	—
1890 Juin 4 +	Mai 16	Mai 15	—
1890 Déc. 10 —	Déc. 9	Déc. 19	—
1891 Juin 11 +	Juill. 8	Juill. 12	— Juin 25
1892 Janv. 24 —	Févr. 19	Févr. 15	+ Janv. 13
— +	—	+ Août 21	—

Les signes + et — indiquent la croissance ou la décroissance de la latitude; en comparant les époques avec le même signe, nous aurons les résultats suivants:

17) Ces valeurs sont les moyennes de tous les maxima et minima des latitudes. Bulletin N. S. III (XXIV) p. 578.

	Période.	Moyennes.	Amplitude.	Moyennes.
Berlin . . .	+ 420 jours	398	0″.51	0″.54
	+ 372		0.51	
	— 389		0.59	
	— 410			
Prague . . .	+ 439	423	0.52	0.50
	+ 418		0.44	
	— 400		0.55	
	— 437			
Poulkovo .	+ 423	414	0.60	0.60
	+ 406			
	— 413		0.61	
Honolulu .	$\frac{1}{2}$ P = 202	(404)	0.54	0.54

Moyenne générale:

$$\text{Période} = 411.5 \pm 4.0 \text{ jours}$$
$$\text{Amplitude} = 0''.541 \pm 0''.012.$$

De la comparaison des époques des maxima et des minima on obtient une période moindre de 15 jours.

A l'étude de toute question nouvelle il est très dangereux de baser les recherches sur les idées préconçues concernant le caractère du phénomène; c'est pourquoi il est très important d'avoir une méthode pour étudier le mouvement du pôle, en excluant les hypothèses autant que possible. Ayant à disposition des séries d'observations simultanées aux points de la surface terrestre très éloignés en longitude, on peut déterminer le mouvement du pôle ainsi: nous ne faisons qu'une seule admission, que les valeurs moyennes des latitudes pour toutes les stations données fixent sur la surface terrestre le même point M = la position moyenne du pôle terrestre (planche, III); prenons le premier méridien [18]) pour l'axe des X, l'axe des Y tournant vers l'Est; soient enfin: la longitude occidentale d'un point = λ, la distance du pôle instantané P de $M = r$ et l'angle de la ligne MP avec l'axe X = ω (positif vers l'Est); alors pour une époque quelconque nous aurons:

$$\cos(90° - \varphi) = \cos(90° - \varphi_0) \cdot \cos r + \sin(90° - \varphi_0) \cdot \sin r \cdot \cos(\lambda + \omega)$$

d'où, avec l'approximation toujours suffisante:

$$\varphi - \varphi_0 = r \cdot \cos(\lambda + \omega);$$

18) Le méridien moyen, passant par M.
Bulletin N. S. III (XXXV) p. 579.

en remarquant d'ailleurs que $\varphi - \varphi_0 = \Delta\varphi$, $r.\cos\omega = x$ et $r.\sin\omega = y$, nous aurons une série d'équations:

$$\begin{aligned} x\cdot\cos\lambda_1 - y\cdot\sin\lambda_1 - \Delta\varphi_1 &= 0 \\ x\cdot\cos\lambda_2 - y\cdot\sin\lambda_2 - \Delta\varphi_2 &= 0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & \\ x\cdot\cos\lambda_n - y\cdot\sin\lambda_n - \Delta\varphi_n &= 0 \end{aligned}$$

où n est égal au nombre des stations; pour quelque autre époque on obtiendra une série d'équations analogue, en ne changeant que les quantités $\Delta\varphi_1$, $\Delta\varphi_2 \ldots\ldots \Delta\varphi_n$; en résolvant ces équations par la méthode des moindres carrés, nous aurons la série des plus probables valeurs des x et des y pour les époques diverses; à l'aide de ces coordinates on peut construire la courbe du mouvement du pôle; les coefficients des équations initiales étant constants pour toutes les époques, nous aurons les coefficients des équations finales:

$$[aa] = \Sigma\cos^2\lambda; \quad [bb] = \Sigma\sin^2\lambda; \quad [ab] = -\Sigma\sin\lambda\cdot\cos\lambda$$

et les termes absolus:

$$[an] = -\Sigma\Delta\varphi\cdot\cos\lambda; \qquad [bn] = \Sigma\Delta\varphi\cdot\sin\lambda.$$

Des équations finales nous avons:

$$x = \frac{[bn].[ab] - [an].[bb]}{[aa].[bb] - [ab]^2};$$

$$y = \frac{-[bn].[aa] + [an].[ab]}{[aa].[bb] - [ab]^2};$$

le poids des $$x = \frac{[aa].[bb] - [ab]^2}{[bb]};$$

le poids des $$y = \frac{[aa].[bb] - [ab]^2}{[aa]}.$$

Si les stations sont distribuées le plus avantageusement, la fonction $S = [aa].[bb] - [ab]^2 = \Sigma\sin^2\lambda\cdot\Sigma\cos^2\lambda - (\Sigma\sin\lambda\cdot\cos\lambda)^2$ doit avoir la plus grande valeur; en différentiant S par rapport à variable quelconque λ_m, nous obtiendrons:

$$\frac{\partial S}{\partial\lambda_m} = \sin 2\lambda_m\cdot\Sigma\cos 2\lambda - \cos 2\lambda_m\cdot\Sigma\sin 2\lambda$$

et, de la condition $\frac{\partial S}{\partial\lambda_m} = 0$:

$$\operatorname{tg} 2\lambda_m = \frac{\Sigma\sin 2\lambda}{\Sigma\cos 2\lambda};$$

comme cette égalité doit avoir lieu pour m quelconque, nous aurons:

$$\operatorname{tg} 2\lambda_m = \operatorname{tg} 2\lambda_p$$

ou

$$2\lambda_m = 2\lambda_p + k \cdot 180°,$$

d'où

$$\lambda_m - \lambda_p = k \cdot 90°;$$

cette condition sera satisfaite, si les stations seront distribuées à distances égales en longitude; dans le cas de deux stations il faut que la différence des longitudes soit 90°, ce qui est évident.

J'ai appliqué ces considérations aux séries des observations ci-dessus mentionnées, en ajoutant encore une série d'observations à Rockville (Amérique du Nord), récemment publiée; cette série embrasse le temps du mois de Juin 1891 jusqu'au mois de Juillet 1892[19]). Ayant accepté le méridien de Poulkovo comme le premier et prenant les valeurs $\Delta\varphi$ à l'aide de courbes moyennes pour chaque vingtaine de jours, j'ai obtenu le tableau suivant[20]):

Stations. / Époque.	Poulkovo $\lambda = 0^h\,0^m$	Prague $15^h\,54^m$	Berlin $16^h\,56^m$	Rockville $107°\,29'$	Honolulu $188°\,11'$	x y (en centièmes de seconde)
1891 Mai 30	$\Delta\varphi = -0''.20$	$-0''.13$	$-0''.03$	$+0''.36$	$+0''.14$	-18.6 -32.6
Juin 19	-11	-07	$+05$	$+25$	$+03$	-8.4 -24.2
Juill. 9	-01	$+01$	$+14$	$+15$	-07	$+2.3$ -17.3
Juill. 29	$+09$	$+12$	$+22$	$+05$	-14	$+12.8$ -10.4
Août 18	$+18$	$+25$	$+27$	-01	-21	$+22.0$ -7.1
Sept. 7	$+25$	$+33$	$+31$	-07	-25	$+28.7$ -3.1
Sept. 27	$+30$	$+37$	$+33$	-12	-27	$+32.7$ $+0.9$
Oct. 17	$+30$	$+37$	$+33$	-17	-26	$+33.3$ $+5.7$
Nov. 6	$+27$	$+33$	$+31$	-20	-23	$+30.9$ $+9.5$
Nov. 26	$+21$	$+28$	$+26$	-22	-18	$+26.2$ $+12.7$
Déc. 16	$+16$	$+21$	$+19$	-23	-11	$+20.1$ $+15.9$
1892 Janv. 5	$+10$	$+14$	$+09$	-23	-02	$+12.3$ $+18.6$
Janv. 25	$+06$	$+08$	-03	-20	$+07$	$+4.4$ $+18.9$
Févr. 14	$+01$	$+01$	-15	-15	$+14$	-3.8 $+17.4$
Mars 5	-03	-05	-21	-05	$+20$	-10.8 $+9.9$
Mars 25	-08	-11	-24	$+05$	$+24$	-16.9 $+1.8$
Avril 14	-13	-16	-25	$+21$	$+27$	-23.1 -12.8
Mai 4	-18	-17	-27	$+24$	$+27$	-25.6 -15.5
Mai 24	-24	-18	-26	$+21$	$+27$	-26.7 -13.3

En calculant, nous trouvons $\Sigma \sin^2\lambda = +1.092$, $\Sigma \cos^2\lambda = +3.912$, $\Sigma \sin\lambda . \cos\lambda = +0.395$; le poids des $x = 3.78$ et — des $y = 1.06$;

19) United states Coast and Geodetic Survey. Bulletin № 25 «Observations at Rockville, MD., for the variations of latitude in co-operation with the international Geodetic Association». 1892.

20) Pour Rockville les $\Delta\varphi$ sont prises de la courbe moyenne, tracée par moi-même sur la planche donnée dans le mémoire cité.

ensuite nous obtenons les valeurs des x et y, données dans la dernière colonne; à l'aide de ces valeurs j'ai tracé la courbe du mouvement du pôle entre le 30 Mai 1891 et le 24 Mai 1892 (planche, III; échelle: 1 mm. = 0″.01). La forme de cette courbe s'approche, il me semble, plus d'une ellipse que d'un cercle, le grand axe d'ellipse ayant une longitude près de 25°—30° vers l'Est de Poulkovo; mais il est évident que serait trop prématuré de déduire quelques conclusions positives, en les basant sur des observations de si peu de stations, d'ailleurs placées si désavantageusement; en effet: les quatre stations sont placées très près de l'axe X, ce qu'explique que le poids des x est presque quatre fois plus grand que les poids des y. Pour voir l'exactitude des points isolés de la courbe obtenue je donne ici les résidus et la somme de leurs carrés pour chaque époque (en centièmes de seconde):

Époques.	$v = \Delta\varphi$ obs. — $\Delta\varphi$ calc.					Σv^2
	Poulkovo.	Prague.	Berlin.	Rockville.	Honolulu.	
1891 Mai 30	— 1	— 4	+ 5	— 1	0	43
Juin 19	— 3	— 5	+ 6	— 1	— 2	75
Juill. 9	— 3	— 6	+ 8	— 2	— 3	122
Juill. 29	— 4	— 3	+ 7	— 1	0	75
Août 18	— 4	+ 2	+ 4	— 1	+ 2	41
Sept. 7	— 4	+ 4	+ 2	— 1	+ 4	53
Sept. 27	— 3	+ 6	+ 2	— 1	+ 5	75
Oct. 17	— 3	+ 6	+ 3	— 1	+ 6	91
Nov. 6	— 4	+ 5	+ 4	— 2	+ 7	110
Nov. 26	— 5	+ 7	+ 5	— 2	+ 6	139
Déc. 16	— 4	+ 7	+ 5	— 2	+ 7	143
1892 Janv. 5	— 2	+ 7	+ 4	— 1	+ 7	119
Janv. 25	+ 2	+ 9	— 1	— 1	+ 8	151
Févr. 14	+ 5	+10	— 6	+ 3	+ 8	234
Mars 5	+ 8	+ 8	— 8	+ 2	+ 8	260
Mars 25	+ 9	+ 6	— 7	+ 2	+ 7	219
Avril 14	+10	+ 2	— 7	+ 2	+ 6	193
Mai 4	+ 8	+ 4	— 8	+ 1	+ 4	161
Mai 24	+ 3	+ 4	— 4	0	+ 4	50

Ces résidus ont un caractère systématique pour chaque station; la plupart de ces résidus s'expliquent probablement par les déviations considérables de la courbe à Rockville de la marche vraie des variations de la latitude; en effet, cette série d'observations influe le plus fort sur les résultats obtenus par suite de la position exclusive de cette station par rapport aux autres.

A l'aide de Σv^2 données nous trouvons en moyenne:

l'erreur probable d'une seule $\Delta\varphi = \pm 0''.043$
» » » » $x = \pm 0.022$
» » » » $y = \pm 0.042$

Avec les données obtenues on peut tracer les plus probables courbes des variations de la latitude pour les stations isolées; en déterminant à l'aide de ces courbes les époques des maxima et des minima en 1891, nous obtenons:

			Observ.	Obs.—Calc.	Réduction au mér. de Poulkovo.
Poulkovo	Maximum 1891	Octobre 15	Oct. 14	— 1 j.	0 j.
Prague	» »	Octobre 5	Oct. 1	— 4	+ 17
Berlin	» »	Octobre 1	Oct. 3	+ 2	+ 19
Rockville	Minimum 1892	Janvier 1	Déc. 22?	—10	+ 122 (—206)
Honolulu	» 1891	Octobre 7	Oct. 1	— 6	+ 214 (—206)

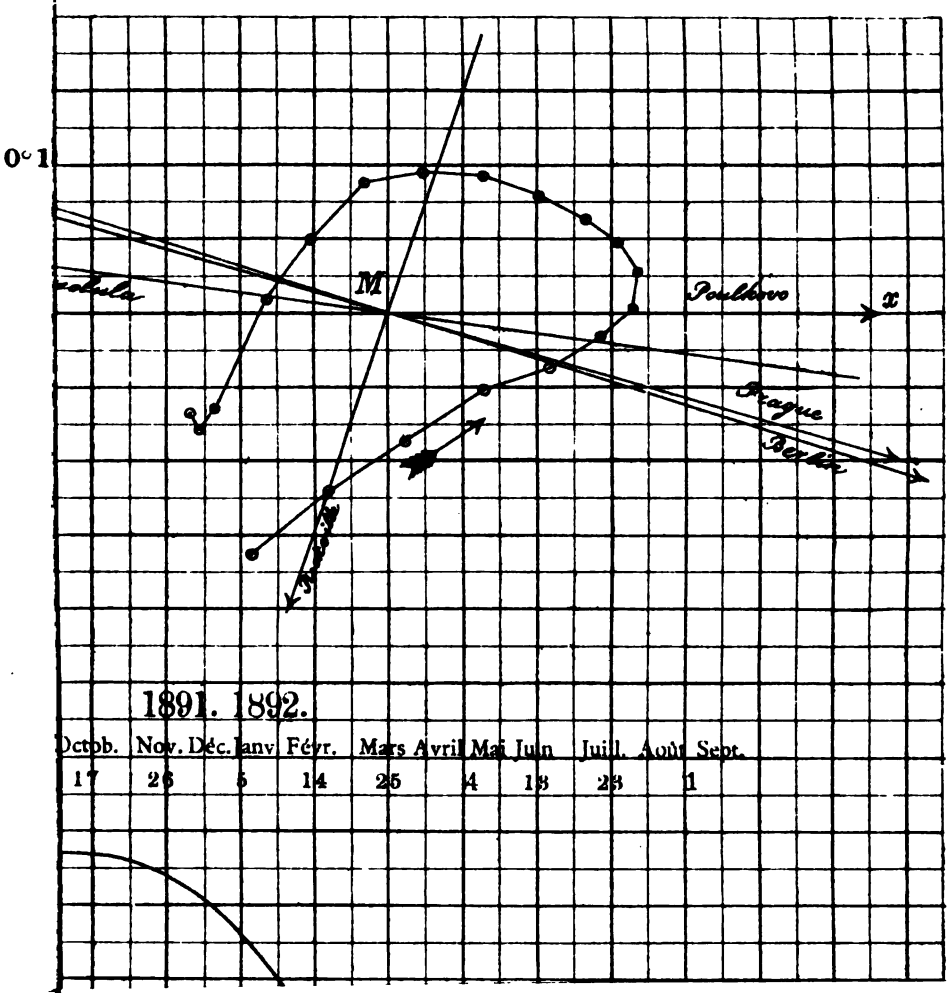
En réduisant toutes ces époques au méridien de Poulkovo avec une période = 412 j., nous aurons:

Maximum 1891:

Poulkovo	Octobre	15
Prague	»	22
Berlin	»	20
Rockville	»	9
Honolulu	»	15
Moyenne	Octobre	16

Ainsi la plus probable époque du maximum en 1891 à Poulkovo est l'Octobre 16 ± 2 jours; cela s'accord bien avec l'observation.

Sans doute la courbe trouvée du mouvement du pôle n'est qu'une première approximation et je ne considère ces résultats que comme un exemple et un premier essai en cette direction.


0".1
M
Poulkovo
x
Prague
Berlin
1891. 1892.
Octob. Nov. Déc. Janv Févr. Mars Avril Mai Juin Juill. Août Sept.
17 26 5 14 25 4 13 23 1

MÉLANGES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

TIRÉS DU

BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG.

TOME VII.

Sur les orbites des Biélides. Par Th. Brédikhine. (Lu le 17 mars 1893).

Dans les années 1872 et 1885, les météores produits par la comète Biela furent observés en abondance le 27 novembre; ce jour-là leur nombre montait jusqu'à 35000 dans six heures.

En 1892, le plus grand développement du phénomène a eu lieu le 23 novembre, et le nombre de météores se présentait par quelques centaines par heure. Il y a des personnes qui évaluent ce nombre jusqu'à plusieurs milles (Nature, № 1214). Les jours voisins on n'a pu compter que quelques apparitions, tout au plux dix, par heure.

Nous parlerons bientôt de la cause de ce déplacement du phénomène, mais d'abord nous voulons exposer les observations et les résultats auxquels elles conduisent.

§ 1.

En Europe, le mauvais temps mit obstacle à l'observation de l'essaim du 23 novembre; en Amérique on a pu l'observer en plusieurs lieux. Les meilleures observations pour déterminer les coordonnées des points radiants sont faites à Brighton, près de Boston par M. E. Sawyer et publiées dans l'Astronomical Journal, № 283, p. 146. Les voici:

		Appar.		Dispar.		
№	T. M. Bost.	α	δ	α	δ	Grand.
1.	7^h50^m	26°	+ 20°	25°5	+ 16°	3
2.	7 57	22.5	40.5	19	40.5	4
3.	8 4	21.5	22	21	19	1
4.	8 6	31	42.5	32.5	43	2
5.	8 8	31.5	42	33	42.5	4
6.	8 12	26	33	26	31.5	3
7.	8 15	26	31	26	29.5	3
8.	8 20	10	41.8	357	42	1
9.	8 22	35	40.5	40	41	2
10.	8 27	25	49	26.5	53	3
11.	8 40	46	48.5	55	50.5	3
12.	8 58	31.8	+ 35	32.5	+ 32	2

		Appar.		Dispar.		
№	T. M. Bost.	α	δ	α	δ	Grand.
13.	$8^h 59^m$	23°	+ 47°	24°	+ 49°	3
14.	9 5	26	28	26.5	21	2
15.	9 7	27	32.5	27.3	31	4
16.	9 13	27	41	27.5	41	3
17.	9 18	15	37	11	34.5	>1
18.	9 23	37.5	30	41	27	2
19.	9 25	12	40.5	4	40.5	2
20.	9 27	30	22.5	31.5	18	2
21.	9 47	55	47.5	67	48	2
22.	10 47	163	65	176	56	>1
23.	10 55	49	24	59	16	1
24.	11 7	55	24	60	19	3
25.	11 18	79	+ 6.5	85	+ 2	>1

Les coordonnées géographiques de Boston sont: $\varphi = +42° 23'$ et $l = 4^h 44^m$ à l'ouest de Greenwich. Les positions des météores portées sur le réseau de la projection gnomomique me donnent, pour la moyenne arithmétique des temps d'observation $9^h 5^m$, les points de radiation suivants:

	α	δ	Poids
1 — (13, 17, 23)	19°.5	+ 39°.5	3
2 — (10, 25)	21.0	34.5	2
3 — (18, 20)	22.5	40.5	2
4 — (3, 4, 5, 8, 9, 11, 14, 19, 21)	25.0	39.5	9
5 — (2, 6, 7, 15, 16)	26.0	41.0	5
6 — (1, 12)	29.0	42.0	2
7 — (22, 24)	36.5	+ 38.0	2

Pour le milieu de l'aire de radiation on obtient:

$$\alpha = 25°.26, \qquad \delta = +39°.56.$$

L'angle horaire de ce milieu étant 354° 14′, on a pour lui la distance zénithale $z = 5° 2'$, et l'angle parallactique $p = -54° 6'$.

La longitude du Soleil est 242° 18′; pour le rayon vecteur de la Terre on a $\lg R = 9.99426$, et par conséquent la longitude de l'apex $L = 152° 54'$.

Avec la valeur approchée de l'élongation $\varepsilon = 111° 34'$ et la valeur parabolique de D on obtient $\varepsilon' = 155° 33'$ et puis, pour le calcul plus rigoureux, avec la vitesse elliptique de la comète, dont $\lg v = 8.3564$, on déduit: $\lg D = 9.8732$ et $\lg u = 8.0048$; d'où, à l'aide des formules connues, on obtient $\lg \frac{u}{w} = 9.9249$. Avec cette valeur et la distance zénithale on trouve dans la table de M. Schiaparelli $\psi = 27'$.

Pour la latitude de Boston, le logarithme du coefficient de l'aberration diurne, exprimée en minutes d'arc, est 1.7566. Ainsi les corrections concernant l'attraction de zénith seront:

$$\Delta\alpha = +28' \text{ et } \Delta\delta = -16',$$

et celles de l'aberration diurne

$$\Delta\alpha = -74' \text{ et } \Delta\delta = +3'.$$

De cette manière les coordonnées corrigées du milieu de l'aire de radiation seront:

$$\alpha = 24^\circ\ 30' \qquad \delta = +39^\circ\ 21'$$

d'où

$$l = 37^\circ\ 51' \qquad b \quad +27^\circ\ 1'.$$

Puis on a:

θ	$150^\circ\ 38'$	l'	$354^\circ\ 11'$	V	$-41^\circ\ 42'$
ε	$112\ \ 8$	b'	$11\ 33$	v	$-47\ \ 1$
ε'	$155\ 54$	s	$110\ 51$	i	$12\ 22$

V désigne l'anomalie des météores et v — celle de la comète; on voit que le périhélie des météores est de 5°3 en arrière de celui de la comète. L'inclinaison est tout à fait égale à celle de la comète.

Le 25 novembre, M. Morine à Poulkovo a tracé sur la carte 8 météores. Les positions de ces météores (pour l'époque de 1855.0) sont:

		Appar.		Dispar.	
	T. m. Poulk.	α	δ	α	δ
1.	$8^h\ 5^m$	25°8	+14°9	25°2	+9°0
2.	8 55	5.2	26.4	1.6	24.0
3.	9 3	16.7	51.3	8.0	54.6
4.	9 18	35.6	38.0	40.0	35.5
5.	9 36	8.7	41.8	2.4	38.8
6.	9 44	30.9	14.7	31.6	6.0
7.	10 6	21.3	26.5	21.3	18.8
8.	10 17	35.1	+37.2	34.8	+32.6

En portant ces coordonnées sur le réseau de la projection gnomonique, j'obtiens trois radiants:

	α	δ	Poids
1 — (3, 6).....	21°0	+44°0	2
2 — (2, 4, 5, 8)..	27.5	46.5	4
3 — (1, 7).....	35.5	+41.0	2

Le milieu de l'aire de radiation pour $9^h\ 23^m$ t. m. Poulk., eu égard aux poids, est

$$\alpha = 27°.9, \qquad \delta = +44°.5.$$

Pour le moment donné ci-dessus on trouve l'angle horaire $t = 358°\ 1'$, $s = 15°\ 18'$, $p = -3°\ 38'$. Avec la valeur approchée $\varepsilon = 108°\ 8'$ et $D = 0.7313$, on trouve $\varepsilon' = 152°\ 10'$; puis $\lg v = 8.3655$, $\lg u = 8.0568$, $\lg w = 8.1180$ et $\lg \frac{u}{w} = 9.9389$, d'où $\psi = 64'$ et $\lg(0'.929 . \cos\varphi : w) = 1.5520$.

Les corrections pour l'attraction de zénith sont

$$\Delta\alpha = +\ 6' \qquad \Delta\delta = -64'$$

et pour l'aberration

$$\Delta\alpha = -50' \qquad \Delta\delta = +\ 1'.$$

En appliquant ces corrections, on obtient:

$$\alpha = 27°\ 46' \qquad \delta = +43°\ 39$$

et

$$l = 42°\ 22' \qquad b = +29°\ 56'.$$

Avec la longitude du Soleil $\lambda = 244°\ 3'$ et $\lg R = 9.99411$, on trouve la longitude de l'apex $L = 154°\ 37'$ et puis:

θ	$148°\ 7'$	b'	$13°\ 57'$	V	$-45°\ 35'$
ε	$109\ 9$	s	$112\ 48$	v	$-45\ 5$
ε'	$152\ 51$	i	$15\ 10$	$V-v$	$-\ 0\ 5$

Le 24 novembre, à Poulkovo, M. Sokolof, — étant après minuit libre de ses observations ordinaires, — a vu plusieurs Andromédides; dans l'intervalle de 30 minutes (13^h—$13^h.5$) il en a compté six, sans les avoir portés sur la carte.

A Rome, on a vu des Biélides les 17, 20, 21 nov.; le 17 en abondance (Comptes rendus, 1893, № 13).

Le 26 novembre le ciel ne se découvrit que pour 50 minutes, $7^h\ 30^m$ — $8^h\ 20^m$ — et M. Morine a tracé un seul météore.

Ce jour, à Archangelsk, à $3^h\ 37^m$ après midi, on a vu un beau bolide, ayant la forme d'une comète; toute la ville, jusque dans l'intérieur des maisons, en était vivement éclairée durant 30 secondes. Le diamètre apparent du globe éblouissant égalait le tiers de la Lune; sa queue embrassait 25° et elle était d'un bleu du ciel; on prétend d'avoir entendu un faible craquement.

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 588.

Les deux observations communiquées à notre Société Astronomique assignent au bolide les positions suivantes en azimut et en hauteur:

	Appar.		Dispar.	
	a	h	a	h
I	67°.5	75°	67°.5	15
II	22.5	70	67.5	15

Dont la moyenne arithmétique est:

III	45	72.5	67.5	15

Les coordonnées géographiques d'Archangelsk sont:

$$\varphi = +64°.5, \qquad l = 41°.0$$

à l'Est de Greenwich.

Avec ces données on obtient:

	I	II	III	
τ	25°.0	10°.8	18°.2	Apparition
δ	+ 56.0	+ 45.4	+ 50.5	
α	279.8	294.5	285.8	

Pour la disparition:

τ	63°.5
δ	+ 4.3
α	241.8

En portant sur le réseau central ces trois trajectoires apparentes et en les prolongeant dans les directions opposées, nous trouvons qu'elles coupent le cercle de déclinaison ayant l'ascension droite 25° dans les points suivants:

I		II		III	
α	δ	α	δ	α	δ
25°	+ 51°	25°	+ 31°	25°	+ 41°.

On s'aperçoit que la ligne III passe tout près du centre de radiation des Biélides, et les lignes I et II sont disposées symétriquement au Nord et au Sud de ce centre. Il est très probable que ce bolide appartient aux Biélides.

Les Biélides du 27 novembre ont été observés à Odessa (latitude +46° 28'.6, longitude $2^h\,3^m\,2^s$ à l'Est de Greenwich) par MM. Kononowitch (*k*), Orbinski (*o*) et Zvetinovitch (*z*). Leur carte a pour l'époque 1855.0.

			Apparition		Disparition		
№	Obs.	T. m. d'Od.	α	δ	α	δ	Grand.
1.	— k —	9^h 8^m	39°0	10°5	35°	8°	4
2.	— o —	9 54	115	32	125	61	3
3.	— o —	9 56	165	74	190	60	2
4.	— k —	10 14	28	2	25	— 2	4
5.	— o —	10 29	97	56	140	63	4
6.	— o —	10 31	109	38	130	80	2
7.	— k —	10 34	7.5	12	4.5	4	3
8.	— o —	10 40	112	15	119	30	4
9.	— k —	10 45	17	— 2.5	12	—11	4
10.	— o —	11 1	52	51	50	71	4
11.	— k —	11 2	38	— 2.0	35	— 4	4
12.	— o —	11 3	73	59	44	63	3
13.	— o —	11 11	73	47	46	55	3
14.	— k —	11 12	59	48	39	49	3
15.	— k —	11 23	47	2.5	44	— 2	3
16.	— o —	11 34	115	63	160	58	5
17.	— k —	11 44	25	24	29	21	4
18.	— k —	11 46	32	20	25	16	3
19.	— o —	11 50	63	61	62	76	5
20.	— o —	11 51	21	41	3	35	3
21.	— k —	11 51	29	42	3	35	3
22.	— o —	11 55	177	37	193	66	5
23.	— k —	12 5	19	10	12	— 4	1
24.	— z —	12 7	14.5	40.5	0	20	1
25.	— o —	12 11	23	24	357	22	3
26.	— k —	12 11	0	32	347	20	1
27.	— o —	12 13	5	6	348	0	2
28.	— k —	12 16	345	14	352	2	4
29.	— o —	12 19	115	92	175	68	3
30.	— o —	12 33	43	43	35	50	4
31.	— o —	12 36	28	27	15	31	5
32.	— z —	12 38	30	38	15	35	2
33.	— o —	12 39	35	37	19	31	3
34.	— z —	12 42	50	50	29	42	2
35.	— o —	12 46	3	58	35	73	3
36.	— o —	12 47	135	63	173	57	2
37.	— k —	12 57	27	22	25	25	4

Les météores №№ 2, 6, 8 et 22 sont isolés; les autres 33 donnent les points radiants suivants, pour les temps respectifs *t*:

№	*t*	α	δ	Poids
1 — (28, 35)	12^{h}31^m	344°0	+ 16°5	2
2 — (17, 25, 37).....	12 17	25.5	24.0	3
3 — (7, 24).....	11 20	34.0	55.0	2
4 — (18, 31).....	12 11	38.0	+ 23.0	2

№		t	α	δ	Poids
5	— (3, 20, 21, 23, 30)..	11^{h}36^m	43°0	+ 43°5	5
6	— (9, 32, 33).....	12 0	46.0	39.0	3
7	— (10, 26, 34).....	11 58	52.0	51.0	3
8	— (1, 5, 15, 27).....	10 49	58.0	19.0	4
9	— (14, 29).....	11 46	63.0	47.5	2
10	— (11, 19).....	11 26	63.0	15.0	2
11	— (4, 13, 36).....	11 24	74.0	46.5	3
12	— (12, 16).....	11 19	78.5	+ 54.5	2

La moyenne arithmétique des temps est 11^{h}43^m t. m. Od., ou 9^h 40^m t. m. Green. Pour ce temps on a $\lambda = 246°10'$ et $\lg R = 9.99394$, d'où $L = 156°42'$.

Les points de radiation sont très dispersés et par cela il est intéressant de faire le calcul pour chaque point séparément. Avec la valeur approchée $\varepsilon = 101° 17'$, la valeur parabolique $D = 0.707$, $\lg v = 8.3861$, $\lg V = 8.2296$, on trouve $\lg u = 8.1512$ et $\lg w = 8.1928$, d'où $\lg\left(\frac{u}{w}\right) = 9.9584$ et $\lg(0.929 . \operatorname{cs}\varphi : w) = 1.6132$.

Ainsi on aura:

	τ	x	$\lg \operatorname{tg} p$	$\lg \operatorname{cs} p$	ψ
1	91° 15′	78° 58′	9.8460	9.8529	260′
2	46 15	43 7	9.8620	9.8362	114
3	23 30	17 3	9.9715	9.5389$_n$	48
4	32 15	34 58	9.8070	9.8852	91
5	18 30	13 24	9.9745	9.5181	37
6	21 30	17 24	9.9264	9.7292	50
7	15 0	10 51	9.9763	9.5078$_n$	30
8	— 8 15	28 19	9.3187$_n$	9.9902	79
9	+ 1 0	1 10	9.7711	9.9392$_n$	3
10	— 4 0	31 39	8.9616$_n$	9.9982	88
11	—15 30	10 38	9.9989$_n$	8.9819	29
12	—21 15	15 38	9.9667$_n$	9.5764$_n$	43

	Attraction		Aberration		Somme	
	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$
1	—190′	—185′	+ 1′	—12′	—189′	—197′
2	— 91	— 78	— 31	— 12	— 122	— 90
3	— 78	+ 17	— 66	— 13	— 144	+ 4
4	— 63	— 70	— 38	— 9	—101	— 79
5	— 48	— 12	— 54	— 9	—102	— 21
6	— 54	— 27	— 49	— 9	—103	— 36
7	— 45	+ 10	— 63	— 8	—108	+ 2
8	+ 17	— 77	— 43	+ 2	— 26	— 75
9	— 3	+ 3	— 61	— 1	— 64	+ 2
10	+ 8	— 88	— 42	+ 1	— 34	— 87
11	+ 42	— 3	— 57	+ 8	— 15	+ 5
12	+ 69	+ 16	— 66	+ 12	+ 3	+ 28

La correction due à la précession est $\Delta\alpha = +36'$ et $\Delta\delta = +9'$; en adoptant $\lg D = 9.8495$, on obtient:

	α	δ	l	b	θ	ε
1	341°27′	+13°22′	348°15′	+19°34′	119°23′	157°24′
2	24 4	22 39	30 37	+11 45	165 34	125 13
3	32 12	55 13	51 27	+39 14	139 45	101 47
4	36 55	21 50	41 37	+ 6 51	172 27	114 48
5	41 54	43 18	53 0	+25 50	153 30	102 25
6	44 53	38 33	53 42	+20 37	158 54	102 1
7	50 48	51 11	62 20	+31 26	148 29	93 57
8	58 10	17 54	59 51	— 2 15	182 18	101 58
9	62 33	47 41	69 46	+26 9	153 49	87 13
10	63 2	13 42	63 38	— 7 19	187 19	90 0
11	74 21	46 44	78 20	+23 55	155 38	79 18
12	79 9	+55 7	82 43	+31 56	147 2	76 25

	ε'	b'	l'	s	V	i
1	173°10′	+ 5°57′	340° 4′	93°25′	— 6°50′	+ 5°58′
2	160 30	4 46	355 36	108 52	—37 44	+ 5 3
3	145 35	21 25	4 19	115 33	—51 6	+23 53
4	154 44	3 13	1 47	115 2	—50 4	+ 3 33
5	146 5	14 25	7 45	119 57	—59 54	+16 42
6	145 46	11 41	9 6	121 39	—63 18	+13 46
7	138 50	20 8	13 25	124 8	—68 16	+24 34
8	145 44	— 1 18	11 12	124 14	—68 28	— 1 34
9	132 9	+19 5	21 26	131 43	—83 26	+26 0
10	135 0	— 5 10	21 25	134 32	—89 4	— 7 15
11	123 19	+20 10	30 54	139 34	—99 8	+32 7
12	119 50	28 10	32 22	136 42	—93 24	+43 30

La valeur moyenne de i, eu égard aux poids, est 15°.0; la valeur moyenne $V = -64°$, et, comme pour la comète $v = -44°$, on trouve $V - v = -20°$. Ce déplacement des périhélies doit attirer notre attention, et nous en parlerons plus tard. Si nous prenons simplement la moyenne arithmétique des radiants non corrigés auparavant, alors, en la corrigeant convenablement, nous aurons

$$l = 54°\,8', \qquad b = 17°\,39'$$

et puis

$$\theta = 161°\,57' \qquad s = 122°28'$$
$$\varepsilon \quad 101\ 51 \qquad V = -\ 64.\ 9$$
$$\varepsilon' \quad 145\ 38 \qquad i = \quad 12°.0$$

Les radiants étant trop dispersés, la seconde méthode de correction ne peut pas être réputée suffisante.

Pour que le phénomène soit plus connu dans ses détails, il ne sera pas superflu de citer ici quelques notes et remarques concernant ce sujet.

D'après quelques observateurs on pourrait prétendre que l'apparition des météores ait cessé après le 23 novembre; mais nous avons plus haut présenté et calculé les observations des 25 et 27 novembre. Il est ainsi certain que la Terre les rencontrait dans une quantité plus au moins grande du 17 au 27 novembre.

Ainsi, M. Gruss, à Prague, dans son article sur les météores de novembre (19—27), écrit entre autres (Astr. Nachr., № 3152): «Nov. 24, Abends, 8^h — sehr wenige».

Dans l'article cité de M. Sawyer nous trouvons la remarque: «The shower appeared shortlived, as only one or two were observed on the following nights, Nov. 24, 25 and 26». Il est digne d'attention qu'avant l'époque de maximum, le 19 novembre, entre 8^h—9^h du soir M. Gruss a vu — «einige helle Sternschnuppen».

En général l'époque de maximum est suivie et précédée des apparitions plus au moins faibles. Malheureusement, du 20 au 22 novembre le mauvais temps mit obstacle aux observations.

Il est aussi important d'entendre que le courant du 27 novembre était assez riche quelques heures après les observations d'Odessa.

Ainsi M. Newton dit dans son article sur les météores de novembre (American Journal of Science, № 265), qu'entre 8^h et 11^h, près de New Orleans quelques voyageurs de sa connaissance ont vu une grande quantité de ces météores, qui tombaient en groupes deux et plusieurs à la fois. L'espoir de pouvoir compter ces météores parut impossible à ces voyageurs. Nouvelle-Orléans se trouve à 8^h à l'Ouest d'Odessa, et par conséquent l'essaim aurait pu être observé ici (à Odessa) seulement entre les 4—7 heures du matin.

L'épaisseur de l'essaim du 23 novembre s'exprime par le nombre horaire de ses météores. Or, le Prof. Newton à New-Haven, après 10 heures du soir pouvait compter lui seul 10 météores par minute, ce qui donne le nombre horaire égal à 600. Le prof. Eastman à Washington compta 327 mét. dans 53 minutes. Cette fréquence paraît avoir duré jusqu'à 11^h4.

M. Kirkwood (Publications of the Pacific, № 26, 1892; p. 253) dit qu'en Californie le courant a commencé dans le crépuscule du 23 novembre, et que durant 40 minutes au commencement du soir il a pu compter 150 météores. Le nombre total de météores a dû monter, d'après lui, jusqu'à 1000 entre les 8^h et 11^h.

M. Perrine, à Alameda (Californie), entre les 7^h 32^m et 8^h 50^m a compté 1013 météores (Astr. Journ., № 283).

M. Sawyer affirme que les météores avaient un mouvement lent, qu'ils étaient généralement assez lumineux et qu'ils tombaient ordinairement par groupes. Cette dernière circonstance est confirmée par plusieurs autres observateurs, par ex. par M. Rees (ibid.) qui s'exprime ainsi: «A curious feature of the fall, as it appeared to me, was the explosion in groups. No meteors would be seen for a few minutes, then one could count five or more falling almost at the same time, in the same portion of the sky».

M. Hagen dit que les météores (ibid.) présentaient toutes les grandeurs, depuis la première jusqu'à la plus faible, quelquesuns égalaient la grandeur de Jupiter.

L'aire de radiation d'après les uns était assez restreinte, par ex. d'après M. Hagen dans un petit nombre de météores seulement on pouvait remarquer la direction s'écartant du point général de radiation. Beaucoup de flèches faibles et courtes paraissaient couper dans toutes les directions les alentours du point radiant, en dedans d'un cercle de 10 degrés environ.

Presque le même fait est constaté par M. Perrine.

A M. Eastman les météores ont paru être dispersés de manière à rendre difficile la détermination du point radiant.

Outre la position du point radiant déduite plus haut des observations de M. Sawyer, on a encore quelques données, exposées sommairement: ainsi, M. Boraston (Nature, № 1214) donne pour le radiant $\alpha = 28°$, $\delta = +36°$; d'après M. Eastman on a $\alpha = 23°.8$, $\delta = +51°$; à l'aide de quelques dessins M. Newton trouve $\alpha = 25°$, $\delta = +35°$; d'après M. Hussey (Amer. Journ. № 276) $\alpha = 24°.8$, $\delta = +42°$; d'après M. Sawyer $\alpha = 25°$, $\delta = +41°$ et d'après M. Rees, à New-York, $\alpha = 21°.6$, $\delta = +43°.9$.

A l'exception du radiant de M. Eastman, les autres ont des coordonnées très concordantes entre elles pour ce genre d'observation, et on en doit conclure que l'étendue de l'aire de radiation était en effet assez modique, en tout cas moins considérable qu'elle ne l'était le 27 novembre, d'après les observations à Odessa, où la radiation se présentait très dispersée, nonobstant l'affaiblissement énorme du phénomène à partir du 23 novembre.

Dans mon Mémoire sur les Andromédides (Bulletin, T. VII) les corrections dues à l'attraction de zénith et à l'aberration diurne, par mégarde ne sont pas appliquées avec justesse. Je saisis l'occasion de faire la correction convenable, quoique le résultat de cette correction soit tout à fait insensible. En corrigeant les 8 radiants principaux, on a $\alpha = 26°.67$, $\delta = 43°.81$, d'où

$$l = 41° 37' \quad b = 30° 25'.$$

Comme $L = 156° 31'$, on trouve:

θ	$= 147° 5'$	b'	$= 13° 39'$	V	$= -42°.8$
ε	$111 17$	l'	$358 33$	v	-42.8
ε'	$154 14$	s	$111 24$	i	$= 14°.7$

Dans le Mémoire cité on a trouvé $i = 14°.4$.

Les radiants corrigés étant portés sur la carte produisent un petit changement dans le dessin de la disposition relative des radiants.

A propos de cette correction il est à noter que les formules pour le calcul de l'aberration diurne du mouvement et de l'attraction de zénith ont des signes erronés presque dans tous les ouvrages concernant ce sujet; elles sont corrigées dans le «Vierteljahrschrift» mais là aussi la valeur donnée de la constante de l'aberration du mouvement est dite exprimée en degrés. Ainsi il ne sera pas superflu de donner ici un exposé succinct de ces formules. Les significations des lettres y sont ou très connues, ou se devinent de prime abord. Ajoutons ici la formule pour le calcul de la longitude de l'apex et de l'angle horaire t.

$$\Theta = \tau + \alpha$$

$$\operatorname{cs} z = \operatorname{sn}\varphi \cdot \operatorname{sn}\delta + \operatorname{cs}\varphi \cdot \operatorname{cs}\delta \cdot \operatorname{cs}\tau$$

$$\operatorname{cs} p \cdot \operatorname{sn} z = \operatorname{sn}\varphi \cdot \operatorname{cs}\delta - \operatorname{cs}\varphi \cdot \operatorname{sn}\delta \cdot \operatorname{cs}\tau$$

$$\operatorname{sn} p \cdot \operatorname{sn} z = \operatorname{sn}\tau \cdot \operatorname{cs}\varphi$$

$$V^2 = k^2\left\{\frac{2}{R} - 1\right\};\quad \lg V = 8.2296 - 10;\quad \lg k = 8.23558 - 10$$

Pour la parabole

$$v^2 = k^2\,\frac{2}{r},$$

pour l'ellipse

$$v^2 = k^2\left(\frac{2}{R} - \frac{1}{a}\right)$$

$$V : v = D;\qquad \operatorname{sn}(\varepsilon' - \varepsilon) = D \cdot \operatorname{sn}\varepsilon,$$

où ε est une valeur approchée.

$$u = \frac{v \cdot \operatorname{sn}\varepsilon'}{\operatorname{sn}\varepsilon} = \frac{V \cdot \operatorname{sn}\varepsilon'}{\operatorname{sn}(\varepsilon' - \varepsilon)};\qquad w^2 = u^2 + 2gR;$$

$$\lg(2gR) = 5.62591 - 10 \text{ (pour } \varphi = 45°),$$

d'où on obtient $\lg\left(\frac{u}{w}\right)$.

Avec cette dernière valeur et s on entre dans la table de M. Schiaparelli pour y trouver ψ.

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 595.

Puis, pour l'aberration:

$$\Delta\alpha = -\frac{0'.929}{w}\cdot \mathrm{cs}\,\tau\cdot\sec\delta\cdot\mathrm{cs}\,\varphi$$

$$\Delta\delta = -\frac{0'.929}{w}\cdot \mathrm{sn}\,\tau\cdot\mathrm{sn}\,\delta\cdot\mathrm{cs}\,\varphi$$

et pour l'attraction de zénith:

$$\Delta\alpha = -\psi\cdot\mathrm{sn}\,p\cdot\sec\delta$$

$$\Delta\delta = -\psi\cdot\mathrm{cs}\,p.$$

$\frac{0.929}{w}$ est exprimé en minutes d'arc et pas en degrés.

$$\omega = 100^\circ\,21'.3 + 1'.028\,(t-1850)$$

$$\mathrm{tg}\,(\lambda - L) = \frac{1-e^2}{e}\cdot\frac{1}{R.\,\mathrm{sn}\,(\lambda-\omega)};\quad \lg\frac{1-e^2}{e} = 1.7756$$

où λ est la longitude du Soleil et L celle de l'apex.

§ 2.

Il s'agit maintenant de voir à cause de quoi l'essaim principal s'est déplacé du 27 novembre au 23 novembre, en ayant changé ainsi son noeud de 4° à peu près (246° 8′—242° 18′).

En examinant le mouvement de la comète de Biela, ou plutôt des corpuscules qui la remplacent et qui ont le même temps de révolution, — nous voyons qu'elles ont dû subir des fortes perturbations de la part de Jupiter dans l'intervalle de 1889.5 à 1891.5.

Pour le calcul de ces perturbations nous pouvons appliquer les formules employées dans notre Mémoire «Sur la dispersion des points radiants de météores». Pour faciliter l'évaluation des coefficients différentiels, on peut diviser l'orbite en parties de deux à deux degrés de l'anomalie vraie. Dans ce cas l'intervalle λ ne sera plus constant, et pour remédier à cet inconvénient il faut introduire dans le calcul pour chacun des points de l'orbite la moyenne arithméthique des deux valeurs de λ: précédente et suivante par rapport à ce point.

Dans la table ci-dessous λ est déjà cette moyenne arithmétique. Les éléments de l'orbite sont:

T = 6.672	π	= 110°	2′.4
lg a 0.54951	Ω	246	8.0
e 0.75359	i	12	22.0

Pour le mouvement moyen annuel on a $\lg\mu = 5.28835$; $\lg k\sqrt{m'} : \sqrt{p} = 1.22072$, où k est exprimé en minutes d'arc et multiplié par le nombre des jours dans l'année.

Pour compter les longitudes de la comète et de Jupiter à partir du noeud commun de leurs orbites, on trouve les valeurs numériques des angles connus:

$$I = 13° 29'; \quad \psi = 149° 48' \text{ et } \varphi = 3° 6'.$$

La longitude M de la comète comptée de ce noeud commun se trouvera en ajoutant à son anomalie vraie la quantité —139° 11'; pour obtenir la longitude correspondante J de Jupiter, il faut ajouter —249° 9' à sa longitude héliocentrique.

Les coordonnées polaires de Jupiter sont prises dans le Nautical Almanac. Le temps t est compté du périhélie passé 1886.07.

v	t	$\lg r$	λ
181°	1889.49	0.79324	0.180
183	89.67	0.79084	0.175
185	89.84	0.78841	0.170
187	90.01	0.78294	0.165
189	90.17	0.77740	0.160
191	90.33	0.76972	0.155
193	90.48	0.76078	0.149
195	90.62	0.75039	0.142
197	90.76	0.73897	0.135
199	90.89	0.72656	0.128
201	91.02	0.71309	0.121
203	91.13	0.69898	0.114
205	91.24	0.68401	0.107
207	91.34	0.66854	0.100
209	91.44	0.65249	0.090
211	91.52	0.63598	0.080

M	J	A	Δ	$d_\lambda(\delta\Omega)$
41°49′	24°40′	+ 17°45′	2.088	— 3′.21
43 49	29 55	14 35	1.873	5.85
45 49	35 9	11 25	1.658	9.02
47 49	40 12	8 24	1.508	14.17
49 49	45 14	5 23		19.82
51 49	50 17	+ 2 19		25.56
53 49	55 7	— 0 33		27.54
55 49	59 35	3 4		27.21
57 49	63 57	5 27		24.59
59 49	68 16	7 54		20.36
61 49	72 14	9 57		15.86
63 49	75 54	11 42		12.28
65 49	79 30	13 24		9.70
67 49	82 46	14 45		7.79
69 49	85 49	15 53		5.98
71 49	88 33	—17 1		— 4.56

L'extrapolation graphique nous donne encore une quantité supplémentaire à la dernière colonne —5.'6, et par la sommation dans cette colonne on obtient finalement

$$\delta\Omega = -3.^{\circ}99.$$

Les formules mentionnées et les données de la table ci-dessus nous donnent:

$$\delta i = -0.^{\circ}50.$$

Les variations du mouvement moyen diurne et de la longitude du périhélie seront:

$$\delta\mu = -2.''74, \qquad \delta\pi = -0.^{\circ}5.$$

Il est clair ainsi que le déplacement de l'essaim est produit par les perturbations de la part de Jupiter.

Les observations en Amérique, à Poulkovo et à Odessa font voir que le phénomène dura au moins quatre jours; la Terre parcourt dans cet intervalle 1400000 lieues géogr., ce qui équivaut à 7 diamètres du Soleil. Selon toute probabilité on devrait ajouter à cette durée encore quelques jours, au commencement et à la fin, supposons quatre, ce qui donne pour la durée totale huit jours.

On s'exprime en général vaguement que la durée considérable du phénomène provient de ce que la Terre traverse un nuage de corpuscules provenants de la désagrégation de la comète. Or, un nuage de cette dimension, — vu la petitesse de la masse cométaire, — ne peut pas se mouvoir autour du Soleil comme un système permanent.

Les corpuscules, à mesure de leur désagrégation doivent se disposer dans l'orbite de la comète et ne peuvent former qu'un anneau très mince, dont la plus grande épaisseur serait celle du diamètre de la comète avant sa désagrégation.

Supposons, pour réduire autant que possible les dimensions du nuage, — qu'il est un cylindre, dont l'axe coïncide avec une partie de l'orbite. Cet axe fait avec la direction du mouvement de la Terre l'angle de 22.°4 ($\beta = 108.^{\circ}8$, $i = 12.^{\circ}4$). Le passage de la Terre dans l'intérieur du cylindre se fait en 8 jours. Donc l'épaisseur du cylindre, — ou le diamètre de sa section perpendiculaire à l'axe, — doit être égale à 1070000 l. géogr. — Il faut ajouter encore que l'orbite cométaire passe à la distance de 120000 l. g. de la Terre, et par cette raison on obtient pour l'épaisseur du cylindre 1100000 l. g., ou 5,88 diamètres du Soleil.

En supposant même que la Terre ne reste que 4 jours dans l'intérieur du cylindre, — et c'est déjà la limite inférieure, — on aura pour son épaisseur 3.1 diamètres solaires; en admettant encore que la Terre rencontre

l'axe du cylindre, — ce qui n'est pas vrai, — on obtient toujours son épaisseur égale à 2.9 diamètres du Soleil.

On voit ainsi que l'idée vague de nuage doit être éclaircie et supplée. Ce nuage n'est pas un système permanent, mais un phénomène de la présence simultanée dans un espace et un temps donné — des corpuscules décrivant des orbites assez différentes: c'est un système instantané pour ainsi dire.

En revenant dans le cas présent à nos conceptions théoriques exposées maintes fois, nous pouvons les développer de la manière suivante.

La comète de Biela, avant son apparition en 1846, — et surtout avant 1852, — était encore capable de développer cette énergie qui est la cause de la formation des queues; elle pouvait alors lancer dans l'espace, dans toutes les directions, des corpuscules en leur communiquant des vitesses initiales plus au moins considérables.

On sait bien quelles orbites doivent décrire ces corpuscules autour du Soleil et lesquels d'entre eux peuvent rencontrer la Terre; lors de leur rencontre avec la Terre on les voit comme étoiles filantes. Leur quantité est modique et la comète perd en eux une partie insignifiante de sa matière.

Plus tard, en 1846 et en 1852, la comète s'est décomposée en plusieurs parties, douées déjà d'une vitesse initiale plus faible, mais emportant chacune une portion très considérable du corps entier de l'astre. On a vu alors deux de ces parties; les instruments de nos jours auraient pu peut-être, en découvrir plusieurs.

Elles décrivent des orbites très peu différentes de l'orbite génératrice, — surtout non loin de l'époque de séparation, — et doivent subir les mêmes perturbations de la part des planètes.

La comète de 1889 *V* qui s'est divisée en 5 parties, dont nous avons calculé (Astr. Nachr.) les orbites, peut servir d'exemple d'une pareille division des comètes.

Or, une partie entière, — ou même un groupe, une trainée de parties voisines, — lors de sa rencontre avec la Terre doit se manifester par un essaim plus ou moins abondant d'étoiles filantes.

Cherchons premièrement les orbites des parties de la comète de Biela qui ont occasionné les apparitions splendides dans les années 1872, 1885 et 1892; puis nous ferons des conjectures plausibles concernant les orbites des météores qui suivent les jours des maxima et qui les précèdent.

§ 3.

Il est plus que probable que la division et la désagrégation complète de la comète ont commencé en 1846. La cause mécanique de cette division

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 599.

peut être sommairement exprimée par la vitesse initiale j imprimée aux particules dans le moment de séparation c'est à dire dans le point commun de l'orbite génératrice et de l'orbite dérivée.

Il est plus commode pour le calcul de supposer que la vitesse initiale coïncide avec le rayon vecteur (dirigée vers le Soleil), ou avec son prolongement. Le premier cas soit marqué par le signe (+) et le second par (—). Si la séparation a lieu en voisinage de l'aphélie — les signes deviennent contraires. On peut supposer aussi, que la vitesse initiale ne coïncide pas avec le rayon vecteur, — alors sa valeur sera une autre. Si l'orbite dérivée s'est formée lors de l'apparition en 1846, — les temps des passages au périhélie de 1846 seront presque les mêmes pour ces deux orbites, c'est à dire $T = 1846.112$.

Soit R le rayon vecteur de la Terre dans la ligne du noeud descendant; ce rayon est plus petit que le rayon correspondant de la comète — de la quantité 0.006, et par conséquent l'orbite dérivée, dans son noeud descendant, doit avoir le même rayon R pour que la rencontre des météores avec la Terre soit possible.

Soient: r le rayon vecteur commun des deux orbites dans le point de séparation, V — l'anomalie vraie de ce rayon dans l'orbite dérivée et v — dans l'orbite génératice, β — l'angle de la tangente à l'orbite génératrice avec ce rayon et β' — l'angle correspondant pour l'orbite dérivée.

En réduisant les éléments de l'orbite de 1859 à l'équinoxe de 1893.0, nous aurons pour ces éléments et pour les éléments des orbites dérivées I, II et III, appartenant aux essaims de 1872, 1885 et 1892 les valeurs suivantes, i étant le même (12°.4):

	Comète	I	II	III
T. t. m. Gr.	1859.390	1872.986	1885.983	1892.976
π	109° 50′.4	108° 55′.0	108° 45′.3	108° 59′.2
lg a	0.54950	0.55149	0.54833	0.55050
lg e	9.87711	9.87788	9.87668	9.87750
lg q	9.94123	9.94087	9.94138	9.94103
T	6.672	6.718	6.645	6.695
lg R	—	9.99395	9.99397	9.99426
lg r	—	9.94216	9.94156	9.94146
v	—	+ 5° 48′.0	— 3° 34′.0	+ 3° 3′.0
V	—	+ 6 43.4	— 2 28.9	+ 3 54.2
β	—	87 30.5	91 32.0	88 41.4
β_1	—	87 6.5	91 4.2	88 19.3
j	—	— 0.0099	— 0.0116	— 0.0095
m	—	292	342	279

La lettre m désigne la valeur de la vitesse initiale par seconde, exprimée en mètres.

Passons maintenant aux corpuscules doués des vitesses initiales plus considérables qui peuvent, selon les valeurs et les directions de ces dernières, décrire des orbites avec les temps de révolution plus grands et plus petits que celui de la comète.

Les météores qui arrivent ensemble vers un périhélie donné ont pu subir, à cause de la différence de leurs orbites, des perturbations différentes dans les longitudes des noeuds, entre autres.

Par suite de cette différence dans les longitudes des noeuds, la Terre va les rencontrer dans des jours différents, avant et après l'époque de l'essaim principal.

Pour avoir un aperçu général des années dans lesquelles la comète Biela et ses orbites dérivées ont pu subir les perturbations de la part de Jupiter, je donne les moments des passages au périhélie de la comète et les moments quand la longitude héliocentrique de Jupiter atteignait 290°, c'est à dire quand la planète se trouvait dans la région où se dirige la ligne des apsides de la comète menée vers l'aphélie.

Comète (périh.)	Jupiter ($l = 290°$)
1772.13	1771.35
78.91	
85.68	1783.21
92.46	
99.25	1795.08
1806.00	1806.95
12.74	
19.48	1818.82
26.21	
32.90	1830.69
39.50	
46.11	1842.56
52.75	1854.42
59.39	
66.06	1866.29
72.73	
79.40	1878.15
86.07	
92.74	1890.02

Les fortes perturbations de la comète ont eu lieu:

		$\delta\Omega$	δi
en	1794, après le périh.	— 6°.3	— 3°.5
	1831, avant » »	— 2.2	— 0.4
	1841—42, après le périh.	— 2.5	— 0.6
	1890, avant le périh.	— 4.0	— 0.5

Le changement successif des éléments Ω et i est:

	Ω	i
1772	258°.7	17°.1
1806	252.4	13.6
1826	251.2	13.6
1833	249.0	13.2
1846	246.5	12.6
1852	246.3	12.6
1859	246.1	12.4
1866	246.0	12.4
1892	242.0	11.9

Calculons maintenant les perturbations des orbites des corpuscules ayant les temps de révolution T, qui se sont détachés de la comète dans une de ces approches antérieures au périhélie, — conformément à ces T, — et arrivent ensemble avec elle vers le périhélie de 1892.

Les colonnes intitulées — Limites, donnent les intervalles des temps et des anomalies vraies dans lesquels les perturbations ont été calculées. La quantité $km' : \sqrt{p}$ est exprimée en minutes d'arc et multipliée par le nombre des jours dans une année:

T	i	lg a	Limites
5.558	12°.4	0.49662	1888.488 — 1892.036
13.344	»	0.75020	90.110 — 92.012
26.688	»	0.95088	89.200 — 92.127
40.032	»	1.06828	90.290 — 92.150
40.032	15.4	»	» »
40.032	9.4	»	» »

Limites	e	lg $km' : \sqrt{p}$	$\delta\Omega$	δi
154° — 226°	0.72169	1.22471	— 7°.00	— 1°.40
201 — 231	0.84477	1.20973	— 2.68	— 0.12
202 — 238	0.90221	1.20307	— 2.55	— 0.05
210 — 240	0.92538	1.20041	— 2.47	— 0.03
» »	»	»	— 3.90	— 0.03
» »	»	»	— 1.70	— 0.02

Bulletin N. S. III (XXXV) p. 602.

Les deux dernières lignes donnent les perturbations pour les orbites à $T = 40$, décrites par les particules lancées non dans le plan de l'orbite cométaire, mais dans le plan perpendiculaire à cette orbite sous des certains angles propres à donner aux orbites respectives les inclinaisons 15°.4 et 9°.4.

Supposons maintenant que dans le courant météorique il y a des corpuscules avec le temps de révolution $T = 40.032$, issus de la comète en 1812; ils ont eu leur nouveau périhélie en 1852 (1852.86)[1].

Vers ce temps ni la comète, ni ces corpuscules n'ont pas subi des perturbations de la part de Jupiter. En 1831 et 1841 ils se trouvaient très loin de la planète. Ainsi, jusqu'à l'an 1891 ils ont conservé leurs Ω et i, — sauf quelques perturbations en 1806, — 251°.2, 13°.6. Les perturbations en 1891 ont changé ces valeurs en 248°.7 et 13°.6; avec ce $\Omega = 246°.7$ ils auraient pu devenir visibles le 29 novembre 1892.

Les corpuscules ayant $T = 33.39$ et séparés de la comète en 1826, ont leur nouveau périhélie 1859.60; vers ce temps ils sont libres des fortes perturbations et conservent par conséquent leur $\Omega = 251°.2$ jusqu'à 1891, quand ils le changent en 248°, en acquérant ainsi la possibilité d'être visibles le 29 novembre 1892.

En 1847 M. Heiss a observé plusieurs météores les 8 et 10 décembre, avec le point radiant $\alpha = 22°$, $\delta = +55°$, qui donne $\Omega = 258°.7$, $i = 17°.1$. Or, les corpuscules avec $T = 37.94$, issus de la comète en 1772, ont eu leur nouveau périhélie en 1810, sans subir vers ce temps des fortes perturbations. Ainsi, ils ont conservé leur Ω et i de 1772 jusqu'à 1848. Pour la moitié du temps de révolution précédent, c'est à dire pour $T = 18.97$, les corpuscules détachés de la comète en 1772 ont leurs périhélies en 1791.10, 1810.07, 1829.04, 1848.01, 1866.98, 1885.95; ils ont subi des perturbations en Ω de 2°, de manière qu'en 1847, 1866 et 1885 ils auraient pu être visibles le 8 décembre.

Les corpuscules issus en 1772 avec $T = 25.29$ arrivent aussi sans fortes perturbations au périhélie de 1847.

Les météores issus en 1826, avec les temps de révolution 33.39, 22.26, 11.13 sont libres des graves perturbations et ont pu devenir visibles le 29 novembre 1892.

Si la séparation a eu lieu en 1846, les corpuscules avec $T = 23.44$ ont leur nouveau périhélie 1869.55, ils sont libres des graves perturbations, et en 1892 leur Ω sera par conséquent 244°, — possibilité d'être visibles le 25—25 novembre.

---

1) Les temps de périhélie des orbites dérivées sont supposés égaux aux temps de périhélie de l'orbite génératrice à l'époque de séparation; cette séparation, pour les météores visibles, a lieu avant le périhélie.

Séparation en 1812; $T = 26.67$ ou 13.33. Perturbations en 1841 près de 1°.7 et en 1891, 2°.7. Possibilité d'être visibles le 27 novembre 1892.

Séparation en 1826; $T = 22.26$ ou 11.13; météores libres des graves perturbations de la part de Jupiter jusqu'à 1891, et par conséquent ils ont en 1892 leur $\Omega = 248$, — possibilité d'être visibles le 29 novembre.

Séparation en 1846; $T = 23.44$, ou 15.63, ou 11.72; libres des perturbations jusqu'à 1891; en 1892.9 les météores ont $\Omega = 243.3$, — possibilité de devenir visibles le 24 novembre.

Il est clair, qu'on peut trouver encore plusieurs combinaisons qui impliquent la visibilité à telle ou telle date.

Ainsi on voit qu'un arc considérable de l'orbite de la Terre en 1892 (et pareillement en d'autres années) sera traversé par des météores appartenant à différentes orbites, mais qui ne forment pas ce nuage impossible dont nous avons parlé plus haut.

Les météores aux temps de révolution moindres que celui de la comète subissent des perturbations plus fortes (voir plus haut $T = 5.558$) et peuvent devancer l'apparition de l'essaim principal.

Enfin, — sans l'effet des perturbations, — les météores qui ont des orbites plus allongées et inclinées par rapport à l'orbite génératrice, peuvent devancer les météores des mêmes orbites non inclinées. Leurs perturbations, comme on le voit dans notre table ci-dessus, seront différentes, et c'est aussi la cause de la dispersion des météores sur la route de la Terre.

La quantité de météores pour un temps et un lieu donné, naturellement ne peut pas être évaluée théoriquement; l'abondance en tout cas paraît être inversement proportionelle à la valeur de la vitesse initiale j.

La longitude du noeud ascendant de l'orbite cométaire (de 1859) est 246°.1. Les différentes orbites, après leur périhélie ont les rayons vecteurs égaux à ceux de Jupiter à des distances angulaires, à partir du noeud, très différentes. En nommant l la longitude sur l'orbite pour laquelle r et r' sont égaux, et E — la longitude de cet r à partir du noeud ascendant, on aura;

T	l	E
5.558	276°.0	30°.0
6.672	268.6	22.5
13.344	254.3	8.2
26.688	248.5	2.4
40.032	246.6	0.5

On voit que si toutes les orbites dans un temps donné subissent les perturbations de la part de Jupiter en voisinage du noeud ascendant, — comme,

par ex., en 1795, — le caractère de ces perturbations sera très différent pour chaque orbite: pour $T = 5.6$, 6.7 les fortes perturbations se feront voir principalement dans Ω et i, tandis que pour les autres temps T, c'est la longitude du périhélie qui sera fortement attaquée.

Nous savons encore que la position du périhélie de l'orbite dérivée diffère plus ou moins de celle de l'orbite génératrice dans le cas de j un peu considérable. Ce changement peut causer dans certains cas ou l'augmentation, ou la diminution des perturbations dans π.

Ainsi il serait très intéressant d'avoir en vue les positions des périhélies dans les orbites des météores. Les météores observés le 27 à Odessa présentent un grand changement des périhélies par rapport à celui de la cométe.

Enfin il est à noter que la valeur de i le 27 est plus grande que celle de 23 novembre. C'est aussi un indice de la différence des T dans les orbites des corpuscules du 23 et 27 qui produit l'inégalité dans les perturbations de l'inclinaison.

Naturellement, les observations ne sont pas encore assez nombreuses pour pouvoir traiter en détail ce sujet délicat; mais on voit où on doit désormais diriger l'attention pour obtenir des critériums des diverses théories.

Sous ce point de vue, — je le répète maintes fois, — les observations des météores d'un courant quelconque sont importantes non seulement à l'époque de l'intensité du phénomène, mais au dehors de l'époque, dans toute la durée du courant.

Bulletin M. S. III (XXXV) p. 605.

MÉLANGES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES
TIRÉS DU
BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG.
TOME VII.

Sur le mouvement des corps célestes dans un milieu résistant, qui tourne uniformément autour du soleil. Par A. Ivanof. (Lu le 28 avril 1893).

La question sur le mouvement des corps célestes dans un milieu résistant a intéressé constamment les géomètres et les astronomes. Toutes les hypothèses relatives au milieu résistant peuvent être réduites à trois suivantes:

1. l'hypothèse de Newton, dans laquelle le milieu résistant est l'atmosphère du soleil;

2. celle d'Euler, dans laquelle le milieu résistant est l'éther répandu dans tout l'espace;

3. celle de Laplace-Faye, dans laquelle on considère au lieu du milieu résistant la force répulsive des rayons du soleil.

La troisième hypothèse a été discutée par Laplace dans sa Mécanique céleste, par M. Faye dans les Comptes Rendus et par Plana dans un Mémoire de l'Académie de Turin.

L'hypothèse d'Euler a été traitée par M. Bredichin dans les Annales de l'observatoire de Moscou avec toutes les conséquences qu'elle entraîne. En effet, M. Bredichin a considéré l'influence de la translation du système solaire dans l'espace.

Donc, quant à l'hypothèse de Newton, aucun des investigateurs nombreux, qui se sont occupés de la question sur le milieu résistant, à moins que je sache, n'a considéré en détail cette hypothèse. D'après Newton le milieu résistant est l'atmosphère du Soleil; mais cette atmosphère n'est pas intelligible sans rotation. Conséquemment pour développer l'hypothèse de Newton entièrement, il faut supposer que le milieu résistant tourne uniformément autour de l'axe du soleil.

Il est vrai que Laplace a montré que l'atmosphère solaire ne peut se répandre qu'à peu près jusqu'à la distance 0.2 du soleil. Cette circonstance a donné à M. Faye le motif de repousser l'hypothèse de Newton. Mais on peut supposer que par l'une ou par l'autre raison l'atmosphère du soleil se répand plus loin, que l'a indiqué Laplace. En tout cas le développement de l'hypothèse de Newton est un problème intéressant de mécanique. Comme nous avons traité la question qui nous intéresse en détail dans une

pièce jointe aux Mémoires de l'Académie Impériale des Sciences de St.-Pétersbourg (en russe), nous nous bornerons ici à une plus courte exposition du sujet. Nous supposons que la résistance est proportionelle à la vitesse du corps céleste relative au milieu tournant.

En déduisant les équations différentielles du mouvement troublé, nous construisons le système des coordonnées rectangulaires, immobiles dans l'espace, dont l'origine se trouve dans le centre du soleil. Pour le plan xoy nous prenons le plan de l'orbite du corps et nous supposons que l'axe ox est dirigé vers le noeud ascendant du plan de l'orbite sur le plan de l'équateur solaire. Soient x, y, z les coordonnées du corps céleste, que nous prenons pour un point, et ξ, η, ζ — les coordonnées d'un point du milieu résistant qui coïncide avec le corps. Alors, K étant le coefficient de la résistance, les équations du mouvement troublé seront

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{x}{r^3} = -K\left(\frac{dx}{dt} - \frac{d\xi}{dt}\right)$$
$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{y}{r^3} = -K\left(\frac{dy}{dt} - \frac{d\eta}{dt}\right)$$
$$\frac{d^2z}{dt^2} = K\frac{d\zeta}{dt}.$$

Considérons un autre système des coordonnées, qu'on obtiendra du système précédent, si on le tourne autour de l'axe ox de l'angle φ égal à l'inclinaison du plan de l'orbite sur le plan de l'équateur du soleil, de sorte que le plan nouvel x_1oy_1 coïncidera avec ce dernier plan. Par rapport au système nouvel les coordonnées d'un point quelconque du milieu résistant s'expriment très-simplement en fonctions du temps. Ensuite par les formules connues on obtiendra les coordonnées ξ, η, ζ en fonctions du temps et par la différentiation on aura les dérivées $\frac{d\xi}{dt}$, $\frac{d\eta}{dt}$, $\frac{d\zeta}{dt}$. Mais pour nous ne sont de l'importance que les points du milieu, qui ont les coordonnées $\xi = x$, $\eta = y$ et $\zeta = z = 0$. En l'ayant en vue et en considérant le triangle sphérique, dont les sommets sont le point du noeud ascendant, la position quelconque du corps dans l'orbite et sa projection sur le plan de l'équateur solaire, nous obtiendrons les dérivées $\frac{d\xi}{dt}$, $\frac{d\eta}{dt}$, $\frac{d\zeta}{dt}$ en fonctions de x et y.

Les équations du mouvement seront

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{x}{r^3} = -K\left(\frac{dx}{dt} + y\omega\cos\varphi\right),$$
$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{y}{r^3} = -K\left(\frac{dy}{dt} - x\omega\cos\varphi\right), \quad (A)$$
$$\frac{d^2z}{dt^2} = -Kx\omega\sin\varphi,$$

où ω est la vitesse angulaire de rotation du milieu résistant.

D'abord on intègre les équations (A) en rejetant les seconds membres. Alors on obtient les équations du mouvement elliptique dont les intégrales sont:

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 = \frac{2}{r} - \frac{1}{a}; \quad c = x\frac{dy}{dt} - y\frac{dx}{dt};$$

$$r = a(1 - e\cos u); \quad t - T = a^{3/2}(u - e\sin u).$$

En outre on a

$$F = \frac{x}{r} - c\frac{dy}{dt}; \quad F^1 = \frac{y}{r} + c\frac{dx}{dt};$$

$$e\cos\tilde{\omega} = -F; \quad e\sin\tilde{\omega} = -F^1.$$

Dans ces formules on a

a — le demi-grand axe de l'orbite;
T — le temps du passage au périhélie;
e — l'excentricité;
u — l'anomalie excentrique;
$\tilde{\omega}$ — la longitude du périhélie comptée de l'axe ox sur l'orbite.

La constante c est égale à $\sqrt{a(1-e^2)} = \sqrt{p}$, où p est le paramètre.

Après cela les équations (A) du mouvement troublé seront intégrées par la méthode de la variation des constantes arbitraires, par laquelle on doit différentier les intégrales des équations du mouvement non troublé, en comptant pour les variables les constantes qui y entrent et les dérivées du premier ordre des coordonnées.

En faisant ces opérations on doit remplacer les différentielles $d\left(\frac{dx}{dt}\right)$ et $d\left(\frac{dy}{dt}\right)$ par les expressions

$$d\left(\frac{dx}{dt}\right) = X\,dt \text{ et } d\left(\frac{dy}{dt}\right) = Y\,dt,$$

où X et Y désignent les seconds membres de la première et de la seconde des équations (A).

Pour la détermination des différentielles da, de, $d\tilde{\omega}$ et dT nous aurons ainsi les équations suivantes:

$$-d\left(\frac{1}{a}\right) = 2(X\,dx + Y\,dy)$$

$$dc = (xY - yX)\,dt$$
$$-dF = (xY - yX)\,dy + (x\,dy - y\,dx)\,Y$$
$$dF^1 = (xY - yX)\,dx + (x\,dy - y\,dx)\,X$$
$$de = -\cos\tilde{\omega}\,dF - \sin\tilde{\omega}\,dF^1$$
$$e\,d\tilde{\omega} = \sin\tilde{\omega}\,dF - \cos\tilde{\omega}\,dF^1$$

$$dT = \frac{3}{2} a^{5/2} (u - e\sin u)\, d\left(\frac{1}{a}\right) + \frac{a^{3/2}}{1-e^2} (2 - e^2 - e\cos u) \sin u\, de$$
$$+ \frac{a^{3/2}}{e\sqrt{1-e^2}} (1 - e\cos u)^2\, e\, d\tilde{\omega}.$$

Maintenant il faut avoir les formules par lesquelles on puisse déterminer la position de l'orbite troublée après l'intervalle quelconque du temps. La position de l'orbite troublée se détermine entièrement par la valeur i de l'angle entre les deux orbites et par l'angle θ, que la ligne d'intersection de deux orbites fait avec l'axe Ox; cet angle est compté sur l'orbite initiale.

On sait, que l'orbite décrite par un corps sous l'influence de la force perturbatrice peut être considérée comme ellipse dont les éléments varient constamment. Ainsi, si dans un moment quelconque nous laissons de côté la force perturbatrice, le mouvement sera elliptique, mais l'orbite sera un peu différente de l'orbite initiale et nous aurons les intégrales suivantes

$$\sqrt{p + \delta p}\, \sin i \sin\theta = \delta c''$$
$$\sqrt{p + \delta p}\, \sin i \cos\theta = -\delta c'$$
$$\sqrt{p + \delta p}\, \cos i = c + \delta c,$$

où δp, δc, $\delta c'$, $\delta c''$ sont les variations des constantes sous l'influence de la force perturbatrice pendant l'intervalle fini du temps. Les équations précédentes donnent sur le champ

$$tg\, i \sin\theta = \frac{\delta c''}{c},$$
$$tg\, i \cos\theta = -\frac{\delta c'}{c},$$

la valeur δc étant négligée en dénominateur à côté de c.

Remarquons que $\delta c''$ et $\delta c'$ sont les intégrales des différentielles suivantes

$$dc'' = yZdt,$$
$$dc' = -xZdt,$$

où Z est le second membre de la troisième des équations (A).

Avant d'aller plus loin nous prendrons l'anomalie excentrique u comme variable indépendante.

Nous avons

$$x = r\cos(v + \tilde{\omega}) = r\cos v\cos\tilde{\omega} - r\sin v\sin\tilde{\omega},$$
$$y = r\sin(v + \tilde{\omega}) = r\sin v\cos\tilde{\omega} + r\cos v\sin\tilde{\omega},$$

où v est l'anomalie vraie.

En faisant usage des formules

$$r = a\,(1 - e\cos u),$$
$$\cos v = \frac{\cos u - e}{1 - e\cos u},$$
$$\sin v = \frac{\sqrt{1-e^2}\sin u}{1-\cos u},$$

on obtient

$$x = a\,[(\cos u - e)\cos\tilde{\omega} - \sqrt{1-e^2}\,\sin u\,\sin\tilde{\omega}]$$
$$y = a\,[(\cos u - e)\sin\tilde{\omega} + \sqrt{1-e^2}\,\sin u\,\cos\tilde{\omega}].$$

En différentiant ces équations on aura

$$dx = -a\,[\sqrt{1-e^2}\cos u\,\sin\tilde{\omega} + \sin u\,\cos\tilde{\omega}]\,du$$
$$dy = \quad a\,[\sqrt{1-e^2}\cos u\,\cos\tilde{\omega} - \sin u\,\sin\tilde{\omega}]\,du.$$

On sait encore la relation

$$dt = a^{3/2}\,(1 - e\cos u)\,du.$$

Après tout ce qui précède nous obtiendrons sans difficulté:

(I) $$d\left(\frac{1}{a}\right) = 2K\sqrt{a}\,(1 + e\cos u)\,du - 2K\omega a^2\sqrt{1-e^2}\,\cos\varphi(1 - e\cos u)\,du$$

$$dF = 2Ka^{3/2}\sqrt{1-e^2}\,[\sqrt{1-e^2}\,\cos\tilde{\omega}\,\cos u - \sin\tilde{\omega}\,\sin u]\,du$$
$$- K\omega a^3\cos\varphi\,(1 - e\cos u)^2\,[\sqrt{1-e^2}\cos\tilde{\omega}\cos u - \sin\tilde{\omega}\sin u]\,du$$
$$- K\omega a^3\cos\varphi\,\sqrt{1-e^2}\,(1 - e\cos u)\,[(\cos u - e)\cos\tilde{\omega} - \sqrt{1-e^2}\sin u\sin\tilde{\omega}]\,du$$

$$dF^1 = 2Ka^{3/2}\sqrt{1-e^2}\,[\sqrt{1-e^2}\,\sin\tilde{\omega}\cos u + \cos\tilde{\omega}\sin u]\,du$$
$$- K\omega a^3\cos\varphi\,(1 - e\cos u)^2\,[\sqrt{1-e^2}\sin\tilde{\omega} + \cos\tilde{\omega}\sin u]\,du$$
$$- K\omega a^3\cos\varphi\sqrt{1-e^2}\,(1 - e\cos u)\,[(\cos u - e)\sin\tilde{\omega} + \sqrt{1-e^2}\sin u\cos\tilde{\omega}]\,du$$

(II) $$de = -2Ka^{3/2}(1-e^2)\cos u\,du + K\omega a^3\cos\varphi\,\sqrt{1-e^2}\,(1 - e\cos u)^2\cos u\,du$$
$$+ K\omega a^3\cos\varphi\,\sqrt{1-e^2}\,(1 - e\cos u)\,(\cos u - e)\,du$$

(III) $$e\,d\tilde{\omega} = -2Ka^{3/2}\,\sqrt{1-e^2}\sin u\,du + K\omega a^3\cos\varphi\,(1 - e\cos u)^2\sin u\,du$$
$$+ K\omega a^3\cos\varphi\,(1 - e^2)\,(1 - e\cos u)\,\sin u\,du$$

(IV) $$dc'' = -\frac{1}{2}K\omega a^{7/2}\sin\varphi\sin 2\tilde{\omega}\,(\cos u - e)^2\,(1 - e\cos u)\,du$$
$$+ \frac{1}{2}K\omega a^{7/2}(1 - e^2)\sin\varphi\,\sin 2\tilde{\omega}\,\sin^2 u\,(1 - e\cos u)\,du$$
$$- K\omega a^{7/2}\sqrt{1-e^2}\sin\varphi\cos 2\tilde{\omega}\,(\cos u - e)\,\sin u\,(1 - e\cos u)\,du$$

(V) $$dc' = -\frac{1}{2}K\omega a^{7/2}\sin\varphi\,(1 - e\cos u)^3\,du$$
$$+ K\omega a^{7/2}\sqrt{1-e^2}\,\sin\varphi\,\sin 2\tilde{\omega}\,(\cos u - e)\,\sin u\,(1 - e\cos u)\,du$$
$$- \frac{1}{2}K\omega a^{7/2}\sin\varphi\,\cos 2\tilde{\omega}\,(\cos u - e)^2\,(1 - e\cos u)\,du$$
$$+ \frac{1}{2}K\omega a^{7/2}\sin\varphi\,(1 - e^2)\,\cos 2\tilde{\omega}\sin^2 u\,(1 - e\cos u)\,du$$

$$
\begin{aligned}
(\mathrm{VI})\quad dT = {} & 3Ka^3\,(1+e\cos u)\,(u-e\sin u)\,du \\
& -2Ka^3\,(2-e^2-e\cos u)\sin u\cos u\,du \\
& -\frac{2Ka^3}{e}\,(1-e\cos u)^2\sin u\,du \\
& -3K\omega a^{3/2}\sqrt{1-e^2}\cos\varphi\,(u-e\sin u)\,(1-e\cos u)\,du \\
& +\frac{K\omega a^{3/2}\cos\varphi}{\sqrt{1-e^2}}\,(2-e^2-e\cos u)\,(1-e\cos u)^2\sin u\cos u\,du \\
& +\frac{K\omega a^{3/2}\cos\varphi}{\sqrt{1-e^2}}\,(2-e^2-e\cos u)\,(1-e\cos u)\,(\cos u-e)\sin u\,du \\
& +\frac{K\omega a^{3/2}\cos\varphi}{e\sqrt{1-e^2}}\,(1-e\cos u)^4\sin u\,du \\
& +\frac{K\omega a^{3/2}\sqrt{1-e^2}\cos\varphi}{e}\,(1-e\cos u)^3\sin u\,du.
\end{aligned}
$$

Avant d'intégrer ces équations il faut faire une supposition quelconque par rapport au coefficient K. En laissant de côté le cas, où ce coefficient est constant, nous posons que K est en raison inverse au carré de la distance au soleil, c'est à dire que

$$K = \frac{K_0}{a^2\,(1-e\cos u)^2}.$$

Dans cette supposition nous déduirons les variations séculaires des éléments de l'orbite elliptique sous l'influence de la résistance du milieu.

Les formules (I), (II)....(VI) montrent qu'on doit avoir les développements des expressions $(1-e\cos u)^{-1}$ et $(1-e\cos u)^{-2}$ en séries suivant les arcs multiples de l'anomalie excentrique.

On aura facilement

$$(1-e\cos u)^{-1} = \frac{1}{2}A_0 + A_1\cos u + A_2\cos 2u + \ldots.$$

$$(1-e\cos u)^{-2} = \frac{1}{2}B_0 + B_1\cos u + B_2\cos 2u + \ldots.,$$

où l'on a

$$A_0 = \frac{2}{\sqrt{1-e^2}}; \qquad A_1 = \frac{2\,(1-\sqrt{1-e^2})}{e\sqrt{1-e^2}}; \ldots.$$

$$B_0 = 2\,(1-e^2)^{-3/2}; \qquad B_1 = 2e\,(1-e^2)^{-3/2}; \ldots.$$

En substituant au lieu des expressions $(1-e\cos u)^{-1}$ et $(1-e\cos u)^{-2}$ leurs développements dans les formules (I)...(VI) et en les intégrant, nous aurons

$$\delta a = -K_0\sqrt{a}\,(B_0 + B_1 e)\left[1-\omega a^{3/2}\sqrt{1-e^2}\,\frac{A_0}{B_0+B_1 e}\right]u;$$

$$\delta e = -\frac{K_0(1-e^2)}{\sqrt{a}}\,B_1 u + \frac{1}{2}K_0\omega a\cos\varphi\,\sqrt{1-e^2}\,(A_1 - A_0 e)\,u;$$

$$i\sin\theta = \frac{-K_0\omega a\sin\varphi\sin 2\tilde{\omega}}{2\sqrt{1-e^2}\sin 1''}\left[\frac{3}{4}A_0 e^2 - A_1 e + \frac{1}{4}A_2(2-e^2)\right]u;$$

$$i\cos\theta = \frac{K_0\omega a\sin\varphi}{2\sqrt{1-e^2}\sin 1''}\,u + \frac{K_0\omega a\sin\varphi\cos 2\tilde{\omega}}{2\sqrt{1-e^2}\sin 1''}\left[\frac{3}{4}A_0 e^2 - A_1 e + \frac{1}{4}A_2(2-e^2)\right]u;$$

$$\delta T = \frac{3}{2}K_0 a\,(B_0 + B_1 e)\left[1-\omega a^{3/2}\sqrt{1-e^2}\cos\varphi\,\frac{A_0}{B_0+B_1 e}\right]u^2.$$

La formule (III) donne $\delta\tilde{\omega} = o$, mais de cet élément nous dirons quelques mots plus loin; maintenant nous indiquerons comment on peut déterminer au moyen des angles i et θ la perturbation $\delta\Omega$ de la longitude du noeud du plan de l'orbite sur le plan de l'équateur solaire et la perturbation $\delta\varphi$ de l'inclinaison du premier plan sur le second. En considérant le triangle sphérique que forment les arcs de l'équateur solaire et des orbites troublée et non troublée, on obtient facilement les relations suivantes

$$\delta\varphi = i\cos\theta,$$
$$\delta\Omega = \frac{i\sin\theta}{\sin\varphi}.$$

L'angle θ étant déterminé, on peut indiquer sur l'orbite troublée le point duquel il faut compter sur cette orbite les longitudes et par conséquent l'angle $\tilde{\omega}$.

On comprend facilement que cet élément, qui sur l'orbite initiale peut être nommé la distance du périhélie au noeud, a une autre valeur sur l'orbite troublée.

Mais en considérant le triangle susdit on obtient sans difficulté pour la variation séculaire de la distance du périhélie au noeud la formule suivante

$$\delta\tilde{\omega} = -\frac{i\sin\theta}{\operatorname{tg}\varphi}.$$

Substituons dans les formules qui déterminent δa et δe les valeurs des coefficients A_0, A_1, B_0, B_1; nous aurons

$$\delta a = -\frac{2K_0\sqrt{a}(1+e^2)}{(1-e^2)^{3/2}}\left[1 - \frac{\omega a^{3/2}(1-e^2)^{3/2}\cos\varphi}{1+e^2}\right]u,$$

$$\delta e = -\frac{2K_0 e}{\sqrt{a(1-e^2)}}u - \frac{K_0\omega a\sqrt{1-e^2}\cos\varphi}{e}\left[1-\sqrt{1-e^2}\right]u.$$

Pour déterminer les perturbations du mouvement moyen n et de l'angle de l'excentricité ψ, on doit faire usage des formules suivantes

$$\delta n = -\frac{3}{2}\cdot\frac{n}{a}\delta a \quad \text{et} \quad \delta\psi = \frac{\delta e}{\cos\psi\,\sin 1''}.$$

Dans ce qui précède nous avons eu les éléments Ω, $\tilde{\omega}$ et φ, qui déterminent la position du plan de l'orbite par rapport au plan de l'équateur du soleil. Mais on emploie ordinairement les éléments Ω_0, $\tilde{\omega}_0$ et φ_0, qui déterminent la position du plan de l'orbite par rapport au plan de l'écliptique.

Donc, en connaissant les éléments Ω_0, $\tilde{\omega}_0$, φ_0 et les éléments de la rotation du soleil Ω_θ, φ_θ, dont on comprend facilement le sens, on peut déterminer les éléments Ω, $\tilde{\omega}$, φ. En effet, en considérant le triangle sphérique, formé par le plan de l'écliptique, celui de l'équateur du soleil et celui de l'orbite, nous aurons pour la détermination Ω et $\tilde{\omega}$ les formules

$$\operatorname{tg}\frac{1}{2}[\Omega - \tilde{\omega} - (\Omega_\theta - \tilde{\omega}_0)] = \frac{\sin\frac{1}{2}(\varphi_0+\varphi_\theta)}{\sin\frac{1}{2}(\varphi_0-\varphi_\theta)}\operatorname{tg}\frac{1}{2}(\Omega_0-\Omega_\theta)$$

$$\operatorname{tg}\frac{1}{2}[\Omega + \tilde{\omega} - (\Omega_\theta + \tilde{\omega}_0)] = \frac{\cos\frac{1}{2}(\varphi_0+\varphi_\theta)}{\cos\frac{1}{2}(\varphi_0-\varphi_\theta)}\operatorname{tg}\frac{1}{2}(\Omega_0-\Omega_\theta).$$

Ensuite l'angle φ se déterminera par une des formules suivantes

$$\operatorname{tg}\frac{1}{2}\varphi = \frac{\sin\frac{1}{2}[\Omega + \tilde{\omega} - (\Omega_\theta + \tilde{\omega}_0)]}{\sin\frac{1}{2}[\Omega - \tilde{\omega} - (\Omega_\theta - \tilde{\omega}_0)]} \operatorname{tg}\frac{1}{2}(\varphi_0 + \varphi_\theta)$$

$$\operatorname{tg}\frac{1}{2}\varphi = \frac{\cos\frac{1}{2}[\Omega + \tilde{\omega} - (\Omega_\theta + \tilde{\omega}_0)]}{\cos\frac{1}{2}[\Omega - \tilde{\omega} - (\Omega_\theta - \tilde{\omega}_0)]} \operatorname{tg}\frac{1}{2}(\varphi_0 - \varphi_\theta).$$

Il nous reste maintenant à donner les formules, qui déterminent les perturbations $\delta\Omega_0$, $\delta\tilde{\omega}_0$ et $\delta\varphi_0$ par le moyen des perturbations $\delta\Omega$, $\delta\tilde{\omega}$ et $\delta\varphi$. En faisant usage des formules différentielles de la Trigonométrie sphérique nous avons obtenu pour notre but les formules

$$\delta\varphi_0 = \cos(\tilde{\omega}_0 - \tilde{\omega})\,\delta\varphi - \sin(\tilde{\omega}_0 - \tilde{\omega})\sin\varphi\,\delta\Omega,$$

$$\delta\tilde{\omega}_0 = \delta\tilde{\omega} + \frac{\operatorname{tg}(\tilde{\omega}_0 - \tilde{\omega})}{\operatorname{tg}\varphi_0}\,\delta\varphi_0,$$

$$\delta\Omega_0 = \frac{\operatorname{tg}(\tilde{\omega}_0 - \tilde{\omega})}{\sin\varphi_0}\,\delta\varphi.$$

Maintenant nous comparerons le résultat qu'on obtient par nos formules avec celui, que M. Bredichin a obtenu par les formules basées sur l'hypothèse d'Euler (Annales de l'Observatoire de Moscou, vol. IX, livr. 1, p. 18).

M. Bredichin a pris les éléments suivants de la comète d'Encke

$$n = 1069''.852522$$
$$\psi = 57°38'$$
$$\tilde{\omega}_0 = 157°18'$$
$$\Omega_0 = 334°30'$$
$$\varphi_0 = 13°21'$$
$$\log a = 0.34712$$
$$\log e = 9.92668.$$

Pour l'époque est pris l'an 1829.

En prenant pour δn la valeur $0''.097743$ M. Bredichin a reçu en cas où le coefficient de la résistance est en raison inverse au carré de la distance

$$K_0 = 0.0000006534$$

et ensuite

$$\delta\psi = -3''.35.$$

En faisant les mêmes calculs par nos formules on doit d'abord obtenir φ. Avec les éléments de la rotation du soleil, qui sont trouvés par M. Spörer, nous avons reçu

$$\varphi = 13°54'.$$

Ensuite avec $\delta n = +0''.097743$ nous avons trouvé pour le coefficient K_0 la valeur suivante

$$K_0 = 0.0000006503$$

et enfin par la formule qui détermine $\delta\psi$ nous avons obtenu

$$\delta\psi = -3''.58.$$

MÉLANGES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

TIRÉS DU

BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG.

TOME VII.

Le Spectre de l'étoile variable β Lyrae. Par A. Bélopolsky. (Lu le 12 mai 1893).

(Avec deux planches).

Le nouveau spectrographe de l'observatoire de Poulkovo, appliqué au grand réfracteur, depuis l'année 1892, était construit d'après la récommandation du Prof. H. C. Vogel dans l'atelier de M. Toepfer, mécanicien à Potsdam.

Par ses dimensions et l'arrangement cet instrument est identique jusqu'aux petits détails à celui de l'observatoire de Potsdam. On en trouve la description dans les «Publicationen des Astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam. 7 B. 1 Th.».

A Poulkovo, l'instrument peut donner deux dispersions, selon que l'on attache une boîte contenant deux prismes (spectr. № 1) ou un prisme composé (spectr. № 2). Dans le premier cas, on reçoit une partie du spectre entre H_β et H_δ, ayant au milieu la raie H_γ. La distance entre H_δ et $H_\beta = 54.5^{mm}$.

Dans le second cas, on reçoit sur la plaque le spectre entre C et H_δ, nommément $H_\delta - C = 52.2^{mm}$; la raie H_β se trouve au milieu de la plaque; les plaques ont les dimensions 8×1.5 cm. Nous avons employé les plaques ordinaires de *Lumière* et les plaques ortochromatiques *d'Edwards*.

Les premières épreuves avec le réfracteur de 30 p. ont été obtenues au mois de juin 1892, d'où il s'est déclaré premièrement, que le spectrographe № 1 ne pouvait pas être employé sans recevoir quelques modifications dans la construction à cause de ce que le foyer des rayons de la région G est de 35^{mm} éloigné du foyer des rayons D — b. Ainsi, quand la fente se trouve dans le plan du foyer H_γ, on voit dans la lunette-guide la fente illuminée de 1.5^{mm} de longueur — c'est l'étoile — et il est tout à fait impossible d'y deviner le centre du disque stellaire qu'il faut pointer sur la fente, pour que les raies H_γ parviennent dans le spectrographe. On peut exposer des heures entières sans que l'on reçoit des traces du spectre mêmes des étoiles de 1re grandeur.

Voici les diamètres (largeur) des différentes parties du spectre, quand la fente est au foyer des rayons 492$^{\mu\mu}$ — 501$^{\mu\mu}$.

Lon. d'onde	Diam.	Lon. d'onde	Diam.
589$^{\mu\mu}$	0.06^{mm}	492$^{\mu\mu}$	0.00^{mm}
560	0.17	486	0.07
550	0.20	480	0.18
540	0.14	470	0.30
527	0.10	455	0.65
517	0.05	447	0.89
501	0.00	441	1.03
		434	1.30

Secondement, que tous les accessoires du grand réfracteur, les manches des clefs en $\mathcal{R}$ et en δ, les chaises d'observation, qui ont été construites pour les observations spéciales (mesures micrométriques) sont devenues incommodes pour les observations avec le spectrographe, car la partie de l'oculaire est devenue d'un mètre plus longue qu'auparavant; à cause de tout cela la force optique de l'instrument n'a pas pu être utilisée au fond. Maintenant (Avril 1893) on vient de terminer quelques améliorations et nous obtenons des spectrogrammes de grande dispersion bonne pour en faire des mesures, des étoiles de la gr. 4.2—4.5 (ζ Urs. maj. seq.; ν'. Draconis e. c. t.) par un temps de pose d'une heure et la fente 0.03 mm.

En attendant, en automne 1892, nous nous sommes servis de la petite dispersion (spectrographe № 2), ayant en bût de recevoir les spectrogrammes des étoiles de la 1re jusqu'à la 4^{me} gr. sur les plaques ortochromatiques.

Entre ces épreuves c'est le spectre de β Lyrae qui attira notre attention spéciale. Nous faisions les photographies du spectre de cette étoile si souvent que possible et nous obtenons maintenant 25 spectrogrammes; ce sont

Août 24 assez bon.
25 assez bon.
30 mauvais.
Sept. 4 faible.
7 de même.
8 de même.
18 de même.
19 de même.
22 de même.
23 médiocre.
24 assez bon.
25 faible.
27 assez bon.
Sept. 30 très bon.
Oct. 1 faible.
2 bon.
3 assez bon.
7 très bon.
11 bon.
19 très bon.
20 très bon.
22 bon, un peu faible.
26 bon.
Nov. 25 assez bon.
26 assez bon.

Les spectrogrammes obtenus entre le 24 Août et le 23 Sept. peuvent être employés pour la description générale du spectre, tandis que tout le reste (excepté ceux du 25 Sept. et du 1 Oct.) permet de faire les mesures des positions des raies. Comme spectre de comparaison nous avons employé celui de l'hydrogène et depuis le 11 Oct. encore du *Na* et du *Fe*.

Les mesures des positions des raies ont été faites relativement aux raies du spectre solaire, dont un spectrogramme (A) était superposé sur celui de l'étoile en faisant coïncider approximativement les raies artificielles avec les raies correspondantes du spectre solaire. Les mesures ont été transformées en longueur d'onde au moyen des formules suivantes:

$$\begin{aligned}
\lambda &= 434.071\,\mu\mu - [9.7838]\,R + [7.4080]\,R^2 \\
&= 432.585 + [9.7726]\,R + [7.5851]\,R^2 \\
&= 437.022 + [9.7808]\,R + [7.7692]\,R^2 \\
&= 439.533 + [9.8148]\,R + [7.3591]\,R^2 \\
&= 449.477 + [9.8543]\,R + [7.6189]\,R^2 \\
&= 453.121 + [9.8756]\,R + [7.4274]\,R^2 \\
&= 461.363 + [9.9130]\,R + [7.4298]\,R^2 \\
&= 470.331 + [9.9411]\,R + [7.6536]\,R^2 \\
&= 486.160 - [0.00154]\,R + [7.5080]\,R^2 \\
&= 486.160 + [0.01210]\,R + [7.6160]\,R^2 \\
&= 493.404 + [0.02639]\,R + [7.8572]\,R^2 \\
&= 506.521 + [0.08236]\,R + [7.7928]\,R^2 \\
&= 516.787 + [0.10586]\,R + [8.0664]\,R^2 \\
&= 527.016 + [0.14948]\,R + [7.9467]\,R^2 \\
&= 537.175 + [0.18871]\,R + [7.6948]\,R^2 \\
&= 545.580 + [0.21042]\,R + [7.9313]\,R^2 \\
&= 560.235 + [0.25441]\,R + [8.08732]\,R^2 \\
&= 589.625 - [0.33175]\,R + [8.0558]\,R^2
\end{aligned}$$

où les nombres en parenthèses sont les log, et R désigne la différence des lectures sur le tambour de la vis à mesure pour les pointages sur les raies du soleil et de l'étoile. Les longueurs d'onde sont celles du système de Potsdam.

L'erreur probable de chaque formule $= \pm 0\mu\mu 015$.

La comparaison des intervalles entre les raies artificielles sur les spectrogrammes de β Lyrae et les raies correspondantes sur le spectrogramme employé du soleil a découvert une série des corrections — fonctions des longueurs d'onde et de température. Ces corrections, déduites graphiquement sont:

Bulletin N. S. IV (XXXVI) p. 165.

Lon. d'ond.	Cor. + 9°.0 C	— 0°.4 C	— 11°.2 C
434$^{\mu}$	0.000 R	0.000 R	0.000 R
444	15	36	83
454	26	53	147
464	34	77	193
474	40	90	227
484	45	99	254
494	47	101	265
514	54	104	280
534	65	107	290
554	77	109	295
574	96	111	300
590	119	113	306

On voit, que c'est la partie du spectre entre H_γ et H_β qui est principalement sensible aux changements de la température.

L'analyse de la vis à mesure n'a pas pu découvrir quelques défauts ni dans les révolutions entières, ni dans leurs parties.

Le grossissement du microscope, identique avec celui de Potsdam, fut employé de 5 à 15 fois. Nous avons toujours tâché de faire les mesures pendant des journées au ciel couvert, car dans ce cas on s'aperçoit d'une quantité de raies faibles presque invisibles à d'autres circonstances.

Le spectre de l'étoile variable β Lyrae appartient, comme on le sait bien, au type Ic, d'après la classification de M. Vogel, c. à d. c'est un spectre avec peu de raies; celles de H sont larges, diffuses, sombres et brillantes. Ce spectre fut analysé encore par Secchi; puis vers l'an 1870 H. C. Vogel a trouvé quelques changements dans le spectre, qui se manifestaient de temps en temps. La disparition périodique de la raie brillante D_3 attira l'attention des M. M. Konkoly, Gothard, Copeland.

M. Pickering au moyen d'un prisme objectif a pris une grande quantité des spectrogrammes de cette étoile dont il fait la description dans Astr. Nachr. № 3051.

Il trouve dans les changements une période de 12 j. et 22 h. et donne quelques idées sur la duplicité de l'étoile. Enfin M. Keeler vient de publier un article intéressant sur le spectre de β Lyrae, qu'il avait observé depuis 1889 à l'observatoire de Lick.

Le spectrographe de Poulkovo, donnant un spectre renfermé entre les raies D et $H\gamma$ ensemble avec les raies artificielles du H, Na et Fe promettait de faire une collection intéressante des spectrogrammes de β Lyrae.

L'analyse de ces spectrogrammes a montré les détails suivants.

Les raies les plus remarquables sont: D_3 (Helium), 501$^{\mu\mu}$.4, 492$^{\mu\mu}$, F, 470$^{\mu\mu}$, 448$^{\mu\mu}$, 447$^{\mu\mu}$. Elles sont ou sombres, ou brillantes, larges; ou

Bulletin N. S. IV (XXXVI) p. 166.

sombres avec les bords brillants. Quelques unes oscillent, les autres disparaissent de temps en temps tout-à-fait. La raie D_3 devient tantôt très vive et double, tantôt elle disparait tout-à-fait.

La raie F consiste presque toujours de deux raies brillantes, dont l'une disparait ou devient très étroite à des certaines époques; outres ces deux raies brillantes il y a toujours encore une raie sombre et quelques fois deux.

La raie 501$^{\mu\mu}$.4 est sombre, très marquée avec les bords brillants. Les changements sont identiques aux changements de la raie F.

Les autres raies, comme 492$^{\mu\mu}$, 471$^{\mu\mu}$ et d'autres sont ou sombres, ou brillantes, ou disparaissent à certaines époques tout-à-fait. Il y a encore une quantité considérable des raies sombres, très étroites, à peine visibles, qui se trouvent principalement dans l'intervalle $H_\beta - H_\gamma$. Pour trouver une liaison entre les changements de l'aspect du spectre et le changement de l'éclat de l'étoile, nous avons soumis à l'analyse séparément les changements dans les raies principales et l'ensemble des changements dans tout le spectre. Pour ce dernier but M. Morine, astronome de l'observatoire, a fait d'après les spectrogrammes les dessins des spectres, dont les copies se trouvent à la fin de l'article. Vis-à-vis se trouve la courbe de variation de l'éclat d'après Argelander. Les traits désignent les jours d'observations; c'est l'éphéméride qu'on trouve dans l'Annuaire du Bureau des Longitudes, que nous avons employé. D'après cette éphéméride les minimums principaux ont eu lieu:

1892 Août 30 21^h. Sept. 12 19^h. 25 17^h. Oct. 8 15^h. 21 13^h. T. m. de Poulkovo.

Les maximums: Sept. 3 2^h. 16 0^h. 28 22^h. Oct. 11 20^h. 24 18^h. Nov. 19 14^h.

Les minimums secondaires: Sept. 6 6^h. 19 4^h. Oct. 2 2^h. 15 0^h. 27 22^h. Nov. 9 20^h.

L'analyse de la raie F, brillante.

Les changements dans cette raie permettent de faire la supposition que sa duplicité dépend d'une (ou de deux) raie sombre, c. à d. que la raie sombre est superposée sur une raie brillante, large ou vice versa.

Si les deux spectres changent leur position relative il peut arriver que la raie sombre se trouvera par un jour au bord de la raie brillante; dans ce cas la raie brillante sera simple; dans toutes les autres circonstances elle sera double et ses composantes auront en général la largeur différente. En examinant les dessins des spectrogrammes on voit que la raie F a précisément l'aspect mentionné et que les changements sont périodiques avec une période à peu près de 13 jours. (L'éclat change dans l'intervalle de 12.9 jours).

C'est au moment du minimum principal (éph. Oct. 21 13^h, spectrog. Oct. 22 7^h T. m. de P.) que la raie brillante devient simple et que les raies sombres se trouvent l'une sur le bord de la brillante et l'autre isolée. Vers le temps du maximum suivant la raie brillante devient double, mais l'une des composantes, celle du côté viol., est très étroite. (Sept. 27, Oct. 11, Sept. 30, Oct. 26). Pendant le minimum secondaire elle devient double dont les composantes sont égales (Oct. 1, 2, 3). Vers le maximum suivant l'aspect change peu, seulement la composante du côté rouge est un peu plus étroite que l'autre. Après ce maximum il parait quelquefois sur le bord extérieur de la composante du côté rouge une raie sombre (Sept. 23, 24; tandis que le 7, 19 et 20 Oct. s'il y a une, elle est très diffuse et faible).

Dans la supposition que les deux raies brillantes ne sont que les parties d'une seule raie large, qu'elles appartiennent au spectre d'un corps, tandis que la raie sombre — au spectre d'un autre, nous avons tâché de trouver sa longueur d'onde avec toute la précision possible à la dispersion employée.

Nous faisions les pointages sur les bords extérieurs en employant les spectrogrammes originaux et leurs copies diapositives. Les mesures ont été répétées à diverses circonstances. Il faut remarquer que la raie artificielle du H est placée des deux côtés du spectre sans couvrir les raies de l'étoile. Nous avons employé seulement les spectrogrammes les plus forts pour éviter les préjugés dans les pointages.

Plus bas nous donnons les différences Δ entre la raie artificielle et la raie du spectre de l'étoile; le signe $+$ correspond au déplacement de la raie vers le bout rouge, le signe $-$ au déplacement vers le bout viol.

Sept. 23.33 T. m. de P. $\Delta = -0.109$ $R = -0^{\mu\mu}.110$.

La composante du côté viol. se trouve entre deux raies sombres.

Sept. 24.37 $\Delta = -0.113$ $R = -0^{\mu\mu}.114$.

Sur le bord du côté rouge se trouve une raie sombre; on peut attendre, que la valeur trouvée de Δ est trop grande.

Sept. 27.33 $\Delta = +0.024$ R
$+0.142$ »
$+0.118$ »
$+0.065$ »
$+0.067$ »

Moyenne $+0.083$ $R = +0^{\mu\mu}.084$.

L'une des composantes est extrêmement étroite; pointage difficile.

Sept. 30.33 $\Delta = +0.153$ $R = +0^{\mu\mu}.155$.

La composante du côté rouge est vive, le bord est diffus; celle du côté viol. est étroite et faible.

Oct. 2.33 $\Delta = +0.011\ R$
$+0.037$ »
$+0.055$ »
$+0.059$ »
$+0.069$ »
$+0.038$ »
$+0.050$ »
Moy. $+0.046\ R = +0^{\mu\mu}.047.$

La composante du côté rouge est plus vive et plus large, que l'autre; son bord est diffus.

Oct. 3.33 $\Delta = -0.017\ R = -0^{\mu\mu}.017.$

Presque identique avec celui du 2 oct. seulement la composante du côté rouge a un bord indéterminé comme s'il y ait une raie brillante ou un maximum d'intensité.

Oct. 7.33 $\Delta = -0.144\ R$
-0.087 »
-0.048 »
-0.069 »
Moy. $-0.087\ R = -0^{\mu\mu}.088.$

Les composantes ont les différentes largeurs; celle du côté viol. est plus large que l'autre; les bords sont diffus.

Oct. 11 $\Delta = +0.090\ R$
$+0.208$ » poids $^1/_2$
$+0.173$ »
Moy. $+0.147\ R = +0^{\mu\mu}.149.$

La composante du côté rouge est très large, l'autre très étroite.

Oct. 19 $\Delta = -0.111\ R$
-0.130 »
-0.118 »
Moy. $-0.120\ R = -0^{\mu\mu}.122.$

La composante du côté viol. semble avoir deux maximums d'intensité.

Oct. 20 $\Delta = -0.171\ R$
-0.113 »
-0.041 »
-0.060 »
Moy. $-0.096\ R = -0^{\mu\mu}.097.$

Les bords sont diffus. La composante du côté viol. est plus vive et plus large, que l'autre.

Oct. 22, 30.

Il n'y a qu'une seule raie brillante; du côté viol. se trouvent deux raies sombres, l'une sur le bord même de la brillante, l'autre plus marquée est isolée. L'absence du second bord ne permet pas de trouver la position vraie de la raie brillante.

Oct. 26.30 $\Delta = +0.152\ R = +0^{\mu\mu}.154.$

La composante du côté rouge est large, son bord diffus, l'autre est très étroite, à peine visible.

Nov. 25.20 $\Delta = -0.024\ R$
-0.069 »
-0.050 »
Moy. $-0.060\ R = -0^{\mu\mu}.061.$

Nov. 26.20 $\Delta = -0.095\ R$
-0.133 »
-0.098 »
-0.084 »
Moy. $-0.102\ R = -0^{\mu\mu}.103.$

Les composantes sont assez symétriques.

Chaque nombre est la moyenne au moins de quatre pointages (quatre pointages sur chaque bord et d'autant sur la raie artificielle).

Les déplacements trouvés correspondent d'après la méthode de Doppler-Fizeau aux vitesses de l'étoile dans la direction du rayon visuel comme il suit:

Sept. 23.33	— 9.1	lieues géogr.
24.37	— 9.5	»
27.33	+ 7.0	»
30.33	+ 12.9	»

Oct. 2.33	+ 3.8	lieues géogr.
3.33	— 1.4	»
7.33	— 7.2	»
Oct. 11.33	+ 12.4	»
19.30	— 10.2	»
20.30	— 8.1	»
26.30	+ 12.8	»
Nov. 25.20	— 5.1	»
26.20	— 8.6	»

D'où l'on trouve les vitesses relatives au soleil en introduisant la composante de la vitesse de la terre, qui pendant le temps d'observation était = 2,1 l. g.

	Vitesses relat. au soleil.	
Sept. 23	— 11.2	l. g.
24	— 11.6	»
27	+ 4.9	»
30	+ 10.8	»
Oct. 2	+ 1.7	»
3	— 3.5	»
7	— 9.3	»
11	+ 10.3	»
19	— 12.3	»
20	— 10.2	»
26	+ 10.7	»
Nov. 25	— 7.2	»
26	— 10.7	»

Supposons, que l'étoile avec la raie brillante se meut sur une orbite circulaire et calculons la vitesse

$$V = \frac{W}{Sn\,\psi}$$

où W est la vitesse dans la direction du rayon visuel et ψ — l'angle entre le rayon vecteur et la direction des noeuds. Nous supposons donc que l'étoile dans le minimum de son éclat se trouve dans un des noeuds ou mieux que l'une des étoiles du système se trouve dans le noeud. Cette supposition est basée sur le fait, que le spectre continu devient au temps du minimum principal très faible, tandis que la raie brillante F, et aussi la raie 501$^{\mu\mu}$4, ne diminuent sensiblement leur éclat; ainsi nous observons vers ce temps une éclipse partielle de l'une des étoiles.

Bulletin M. S. IV (XXXVI) p. 171.

Prenons pour les moments successifs des passages par le noeud les trois séries suivantes:

Première hypothèse: 1892 sept. 26.2, oct. 9.1 et 22.0, nov. 29.8.

Deuxième hypothèse: 1892 sept. 26.4, oct. 9.3 et 22.2, nov. 30.0.

Troisième hypothèse: 1892 sept. 26.6, oct. 9.5 et 22.4, nov. 30.2.

Le temps de révolution est pris identique avec la période de variation de l'éclat = 12 j. 21 h. 48 m. = 12.91 j. et le mouvement moyen $\mu = 27°.89$.

Nous recevons dans la première hypothèse:

1892	ψ	$\frac{W}{Sn\,\psi}$	W	$C-O$
Sept. 23.33	— 78°.9	11 l. g.	— 11.7 l. g.	— 0.5 l. g.
24.37	— 49.9	15	— 9.2	+ 2.4
27.33	+ 32.6	9	+ 6.5	+ 1.6
30.33	+ 116.3	12	+ 10.8	0
Oct. 2.33	+ 172.1	12	+ 1.6	— 0.2
3.33	— 160.4	11	— 4.0	— 0.5
7.33	— 48.8	12	— 9.0	+ 0.3
11.33	+ 62.8	14	+ 10.7	+ 0.4
19.30	— 75.3	13	— 11.6	+ 0.7
20.30	— 47.7	14	— 8.9	+ 1.3
26.30	+ 119.9	12	+ 10.4	— 0.3
Nov. 25.20	— 127.2	9	— 9.6	— 2.4
26.20	— 99.3	11	— 11.8	— 1.1
		Moy. 12.0		

La colonne W est calculée en prenant la vitesse orbitale = 12.0. La colonne C—O désigne: calcul — observation.

Dans la seconde hypothèse nous recevons:

1892	ψ	$\frac{W}{Sn\,\psi}$	W	$C-O$
Sept. 23.33	— 86°.2	11 l. g.	— 11.6 l. g.	— 0.7 l. g.
24.37	— 57.2	14	— 10.1	+ 1.5
27.33	+ 25.4	11	+ 5.1	+ 0.2
30.33	+ 109.1	11	+ 11.3	+ 0.5
Oct. 2.33	+ 164.8	7	+ 3.1	+ 1.3
3.33	— 167.6	16	— 2.6	+ 0.9
7.33	— 56.1	11	— 10.0	— 0.7
11.33	+ 55.5	12	+ 9.9	+ 0.4
19.30	— 82.3	12	— 11.8	+ 0.5
20.30	— 54.4	13	— 9.8	+ 0.5
26.30	+ 113.0	12	+ 11.1	+ 0.4
Nov. 25.20	— 133.9	10	— 8.7	— 1.5
26.20	— 106.0	11	— 11.6	— 0.9
		Moy. 11.7 l. g.		

Les valeurs W sont calculées en prenant pour la vitesse orbitale 12.0 l. g.

Enfin dans la troisième hypothèse nous recevrons:

1892	ψ	$\frac{W}{Sn\,\psi}$	W	$C-O$
Sept. 23.33	— 90°.2	11 l. g.	— 12.0 l. g.	— 0.8 l. g.
24.37	— 61.2	13	— 10.5	+ 1.1
27.33	+ 21.4	13	+ 4.4	— 0.5
30.33	+ 105.1	11	+ 11.5	+ 0.7
Oct. 2.33	+ 160.8	5	+ 3.9	+ 2.1
3.33	— 171.6	24	— 1.8	— 1.7
7.33	— 60.1	11	— 10.4	— 1.1
11.33	+ 51.5	13	+ 9.4	— 0.9
19.30	— 86.3	12	— 12.0	+ 0.3
20.30	— 58.4	12	— 10.2	0
26.30	+ 109.0	11	+ 11.3	+ 0.6
Nov. 25.20	— 137.9	11	— 8.1	— 0.9
26.20	— 110.0	11	— 11.3	— 0.6
		Moy. 12.3		

C'est aussi avec la vitesse 12.0 l. g. que nous avons calculé les valeurs W.

Il est inutile de citer ici encore d'autres hypothèses que nous avons fait, parce qu'elles ne satisfont du tout aux observations.

Il nous semble que des trois hypothèses mentionnées ce sont les dernières deux qui s'accordent le mieux aux observations. Dans la seconde la somme des quarrés des $C-O$ est la moindre, à savoir 18.35, 9.90, 13.53. Le signe + semble prédominer, cependant pour les valeurs de ψ à peu près les mêmes les signes des $C-O$ sont différents p. e. le sept. 23 et oct. 19, $\psi = -86°$ et $-82°$, $C-O$ sont -0.7 et $+0.5$; le sept. 24, oct. 7 et 20 $\psi = -57°$, $-56°$ et $-54°$, $C-O = +1.5$, -0.7, $+0.5$. En tout cas les observations sont encore insuffisantes pour décider les époques des passages par le noeud.

Nous nous bornerons ici de l'analyse du phénomène en donnant encore les dimensions de l'orbite. En prenant le temps de révolution $= 12°\ 21^h\ 48^m = 1115280^s$, et pour la vitesse orbitale 12.0 l. g., nous recevons la circonférence de 13383360 l. g. et le diamètre de l'orbite

4260000 l. g.

La somme des masses = 1 m. du soleil.

La raie brillante $501^{\mu\mu}.4$ montre précisément les mêmes phases comme la raie F, il est seulement difficile d'en faire les mesures à cause de ce que ses bords sont encore plus diffus que chez la raie F et de ce qu'il manque en voisinage une raie artificielle.

Il faut ajouter, que les vitesses sont représentées par l'observation avec l'erreur probable ± 0.6 l. g. $= \pm 4.5$ kilom. — une précision illusoire, parce que les erreurs probables déduites immédiatement des mesures sont ± 1 l. g. $= \pm 7.4$ kilom.

Voici les longueurs d'onde de la raie brillante F en prenant pour la longueur d'onde de la raie artificielle celle du système de Potsdam: 486$^{\mu\mu}$160.

		$^{\mu\mu}$
Sept.	23	486.050
	24	486.046
	27	486.244
	30	486.315
Oct.	2	486.207
	3	486.143
	7	486.072
	11	486.011
	19	486.038
	20	486.063
	26	486.314
Nov.	25	486.099
	26	486.057
	Moy.	486.128

On voit que la moyenne diffère de 0$^{\mu\mu}$032 de la vraie; cette remarque est utile pour juger avec quelle précision sont déterminées les longueurs d'onde d'autres raies.

Si l'on regarde la raie brillante telle, qu'elle se présente sur nos spectrogrammes, sans faire aucune supposition, les différences de la raie artificielle et de chacune des deux raies brillantes comme elles résultent des mesures sont celles de la table suivante. En commençant du sept. 7 jusqu'au sept. 23 nous donnons ces valeurs telles, comme elles étaient imprimées dans les «Ast. Nach.» № 3129. Les spectrogrammes sont dans cet intervalle de temps faibles; on en peut pointer sur le milieu de la raie, mais les bords sont indéterminés pour des pointages sûrs.

		$^{\mu\mu}$	$^{\mu\mu}$
Sept.	7	—	-0.294 diffuse.
»	8	$+0.325$ nette.	-0.363 nette.
»	18	$+0.254$ nette.	-0.372 faible.
»	19	$+0.339$ nette.	— —
»	20	$+0.221$ faible.	-0.343 nette.
»	23	$+0.193$ R; vive.	-0.295 R; diffuse.
		$+0.157$ »	-0.309 »
	Moyen.	$+0.175$ $R = +0.177$	-0.302 $R = -0.306$

Bulletin N. S. IV (XXXVI) p. 174.

Sept.	24	$+0.173$ vive, étroite.	-0.341 diffuse.
»	25	$+0.244$ très faible.	—
»	27	$+0.247$ R; nette, large	-0.370 R; très étroite.
»		$+0.238$	
	Moyen.	$+0.243$ $R = +0.247$,	$= -0.375$
Sept.	30	$+0.298$ R; large	-0.223 R; étroite, faible.
		$= +0.302$	$= -0.226$
Oct.	2	$+0.258$ R	-0.314 R
		$+0.322$	-0.308
	Moyen.	$+0.290$ $R = +0.294$	-0.311 $R = -0.315$.

La composante du côté rouge est un peu plus large que l'autre; celle-ci a un bord diffus.

Oct.	3	$+0.369$ R	-0.298 R
		$+0.426$	-0.300
	Moy.	$+0.397$ $R = +0.403$	-0.299 $R = -0.303$.

Les composantes du 3 oct. sont plus larges que celles du 2 oct., et celle du côté rouge a sur son bord une raie étroite brillante, qui altère peut-être les mesures.

Oct.	7	$+0.151$ R	-0.350 R
		$= +0.153$	$= -0.355$

La composante du côté viol. est plus large que l'autre.

Oct.	11	$+0.312$ R	-0.284 R
		$+0.315$ »	-0.248 »
		$+0.369$ »	-0.299 »
	Moyen.	$+0.332$ $R = +0.337$	-0.277 $R = -0.281$

La composante du côté rouge est large, l'autre est très étroite, faible.

Oct.	19	$+0.186$ R	-0.368 R
		$= +0.189$	$= -0.373$

Les composantes sont à peu près égales.

Oct.	20	$+0.146$ R	-0.336 R
			-0.320 »
		$= +0.148$	Moyen. -0.328 $R = -0.333$

La composante du côté viol. est plus vive et plus large que l'autre.

Oct.	22	$+0.187$ R	—
		$+0.153$ »	—
	Moyen.	$+0.170$ $R = +0.172$	

Une seule raie brillante vive; sur son bord du côté viol. se trouve une raie sombre faible, plus loin une raie sombre marquée.

Oct. 26	+ 0.361 *R*		— 0.305 *R*
	+ 0.316 »		
Moy.	+ 0.339 *R*	= + 0.343	= — 0.309

La composante du côté rouge est large, vive; l'autre est très étroite, à peine visible.

Nov. 25	+ 0.195 *R*		— 0.290 *R*
		= + 0.198	= — 0.294

Les composantes sont un peu plus brillantes que le spectre continu dans leur voisinage; celle du côté rouge a plusieurs maximums d'intensité.

Nov. 26	+ 0.135 *R*		— 0.318
	+ 0.116 »		— 0.362
Moyen.	+ 0.126 *R*	= + 0.128	— 0.340 *R* = — 0.345

Les composantes sont assez symétriques.

Ainsi on trouve les longueurs d'onde suivantes pour chacune des composantes.

Sept. 7	—	485.866
» 8	486.485	797
» 18	414	788
» 19	499	817
» 20	381	—
» 23	337	854
» 24	333	819
» 25	404	—
» 27	403	785
» 30	462	934
Oct. 2	454	845
» 3	557	857
» 7	313	805
» 11	497	879
» 19	349	787
» 20	308	827
» 22	332	—
» 26	503	851
Nov. 25	358	866
» 26	288	815
Moyen.	486.404	485.835

Bulletin N. S. IV (XXXVI) p. 176.

L'analyse de la raie *F*, sombre.

Cette raie change aussi avec le temps sa position dans le spectre, mais ces changements ne sont soumis à ce qu'il parait à aucune régularité.

De temps en temps on voit près de la raie brillante, hors d'elle, une seconde raie sombre. Par exemple le 8 sept. et le 25 nov. on voit une raie sombre assez marquée du côté rouge; il faut remarquer, que le 25 nov., l'autre raie sombre, dans la raie brillante est faible.

Le 22 oct. il y a deux raies sombres, toutes les deux en dehors de la raie brillante, dont l'une, la faible, est sur le bord du côté viol., l'autre, forte un peu éloignée de celle-ci. Le 23 et 24 sept. outre la raie sombre ordinaire il y a encore une sur le bord de la brillante du côté rouge. Le 27 sept. la raie ordinaire est presque deux fois plus large qu'à l'ordinaire, comme si elle est combinée de deux raies, l'une tout près de l'autre.

Les pointages sur ces deux raies nous ont donné les différences de longueurs d'onde avec la raie artificielle, qui se trouvent dans la table suivante. Nous noterons par Δi et Δe les différences, qui se rapportent relativement à la raie sombre intérieure et extérieure à la raie brillante.

Sept. 7	Δi — $\mu\mu$		$\Delta e = +0.100$ $\mu\mu$ très faible
» 8	—		$\Delta e = +0.753$ large
» 18	$\Delta i = -0.008$		—
» 20	$\Delta i = -0.016$		—
» 23	$\Delta i = -0.035$		$\Delta e = +0.374$
» 24	$\Delta i = -0.182$ R		$\Delta e = +0.374$ R
	» -0.070 »		» $+0.300$
	» -0.089 »		
	» -0.096 »		
	» -0.069 »		
	» -0.127 »		
	» -0.034 »		
	» -0.077 »		
	Moyen. -0.093 $R = -0.094$ $\mu\mu$		$+0.337$ $R = +0.341$ $\mu\mu$
Sept. 27	$\Delta i = -0.206$ R; large		—
	» -0.237 »		
	» -0.214 »		
	» -0.159 »		
	Moyen. -0.204 $R = -0.207$ $\mu\mu$		—

Sept. 30	$\Delta i = -0.037$	$R = -0.038$	—
Oct. 2	$\Delta i = -0.023$ » étroite		—
	» -0.048 »		
	» -0.039 »		
	» -0.023 »		
	Moyen. -0.033	$R = -0.034$	—
Oct. 3	$\Delta i = -0.027$	R	—
	» -0.063 »		
	» -0.010 »		
	» -0.021 »		
	» -0.045 »		
	Moyen. -0.033	$R = -0.034$	—
Oct. 7	$\Delta i = -0.049$	R	—
	» -0.023 »		
	» -0.074 »		
	» -0.051 »		
	» -0.055 »		
	Moyen. -0.050	$R = -0.051$	

Près du bord du côté rouge de la raie brillante on remarque un affaiblissement du spectre continu, comme s'il y ait une raie sombre très large, faible, diffuse, $\Delta e = +0.5$.

Oct. 11	$\Delta i = -0.061$	R; assez large	—
	» -0.063 »		
	» -0.099 »		
	» -0.098 »		
	» -0.075 »		
	» -0.068 »		
	Moyen. -0.077	$R = -0.078$	
Oct. 19	$\Delta i = -0.044$	R; faible	$\Delta e = +0.19$ R
	» -0.047 »		» $+0.22$ »
	Moyen. -0.046	$R = -0.047$	$+0.21$ $R = -0.21$.

La raie «*e*» se présente comme un affaiblissement du spectre continu; elle est faible, large, diffuse.

Oct. 20	$\Delta i = -0.115$	R	—
	» -0.153 »		
	» -0.128 »		
	Moyen. -0.132	$R = -0.134$	—

Oct. 22 $\Delta i = -0.121\ R = -0.^{\mu\mu}123$ $\Delta e = -0.553\ R$
» -0.617 »
» -0.546 »
Moy. $-0.572\ R = -0.^{\mu\mu}580$

La raie «*i*» est faible, «*e*» — forte.

Oct. 26 $\Delta i = -0.086\ R$ —
-0.077 »
Moy. $-0.082\ R = -0.^{\mu\mu}083$

Nov. 25 $\Delta i = -0.071\ R$ $\Delta e = +0.678\ R = +0.^{\mu\mu}687$ assez étroite.
-0.037 »
-0.060 »
Moy. $-0.056\ R = -0.^{\mu\mu}057$

Nov. 26 $\Delta i = -0.088\ R$ $\Delta e = +0.63\ R = +0.^{\mu\mu}64$
-0.112 »
-0.100 »
Moy. $-0.100\ R = -0.^{\mu\mu}101$

La raie «*e*» est très large, diffuse.

Ainsi les déplacements des raies sombres sont:

	i	*e*
	$\mu\mu$	$\mu\mu$
Sept. 7	—	$+0.100$
8	—	$+0.753$
18	-0.003	—
20	-0.016	—
23	-0.035	$+0.374$
24	-0.094	$+0.341$
27	-0.207	—
30	-0.038	—
Oct. 1	(-0.028)	—
2	-0.034	—
3	-0.034	—
7	-0.051	$+0.5$
11	-0.078	—
19	-0.047	$+0.21$
20	-0.134	—
22	-0.124	-0.580
26	-0.083	—
Nov. 25	-0.057	$+0.687$
26	-0.101	$+0.64$

Bulletin N. S. IV (XXXVI) p. 179.

On voit de cette table que la raie sombre intérieure se trouve toujours du côté viol. de la raie artificielle et que son déplacement devient assez considérable vers le temps proche au minimum principal (sept. 24, 27; le minimum a eu lieu le sept. 25.7. Le 20, 22 oct.; le minimum a eu lieu le 21.5 oct.).

C'est impossible de trouver maintenant la cause de ce que le signe du déplacement et toujours minus. Peut-être que c'est grâce à une seconde raie sombre qui change vite sa position et en se combinant avec la première donne l'aspect d'une seule raie déplacée vers le bout viol. du spectre. Ce serait plus difficile d'expliquer ce fait par un mouvement propre de l'étoile dont les vitesses dirigées toujours vers notre soleil sont variables, tandis que l'étoile avec la raie brillante dans son spectre n'a aucun mouvement sensible (outre le mouvement orbital).

En effet, les déplacements trouvés correspondent aux vitesses suivantes.

		Vers la terre.	Vers le soleil.
Sept.	18	— 0.2 l. g.	— 2.3 l. g.
	20	— 1.3	— 3.4
	23	— 2.8	— 4.9
	24	— 7.7	— 9.8
	27	—17.0	—19.1
	30	— 3.0	— 5.1
Oct.	1	(— 2.2)	(— 4.3)
	2	— 2.7	— 4.8
	3	— 2.7	— 4.8
	7	— 4.2	— 6.3
	11	— 6.4	— 8.5
	19	— 3.8	— 5.9
	20	—11.0	—13.1
	22	—10.4	—12.5
	26	— 6.8	— 8.9
Nov.	25	— 4.3	— 6.4
	26	— 8.3	—10.4

Notre explication au moyen de la 2-me raie base sur les observations du 22 oct. et 27 sept.; dans le premier cas les raies sont isolées, toutes les deux du même côté de la raie brillante; les raies sont étroites. Le 27 sept. il y en a une seule raie, large, déplacée déjà dans la raie brillante, mais si peu, que l'un des bords de la brillante est à peine visible. C'est le 22 oct. qui est le plus proche du minim. principal (0^d.8 après le minim.). L'épreuve du 27 sept. suit de 1^d.6 le minimum. Nous avons encore une épreuve, prise avec le spectrographe № 1 le 4 Mai 1893. La raie $H\gamma$ y a l'aspect tout à fait identique à la raie $H\beta$ sur le spectrogramme du 27 sept. 1892. L'épreuve du 4 mai suit de 1^d.3 le minimum principal. La vitesse qui résulte du déplacement

de la raie $H\gamma$ = — 22.7 l. g. relativement à la terre et — 24.8 l. g. relat. au soleil.

Ce qui regarde la raie sombre extérieure, elle parait près du temps du 2-me maximum (sept. 8, maxim.: sept. 9.5. Novembre 25, maxim.: 26 nov.; et avant le minimum princip. le 23 et 24 sept.) du côté rouge de la raie brillante. Après les minimums principals elle parait du côté viol. (sept. 27, oct. 22 et mai 4,1893).

Si nous supposons que cette 2^{me} raie sombre, de quel côté qu'elle ne se trouve, est une seule, qui se déplace tantôt vers l'un tantôt vers l'autre côté, nous trouverons alors les vitesses suivantes:

Sept.	8	+ 61	l. g.	relativement au soleil
»	23	+ 30	»	» »
»	24	+ 32	»	» »
»	25	+ 49	»	» »
Oct.	7	+ 38	»	» »
»	19	+ 39	»	» »
»	22	— 51	»	» »
Nov.	25	+ 56	»	» »
»	26	+ 52	»	» »

Mais peut être que ce sont des raies qui appartiennent à d'autres éléments que l'hydrogène. Les longueurs d'onde de ces raies seront:

Sept.	7	—		486.260 μμ
	8	—		486.913
	18	486.157 μμ		—
	20	486.144		—
	23	486.125		486.534
	24	486.066		486.501
	27	485.953		—
	30	486.122		—
Oct.	2	486.126		—
	3	486.126		—
	7	486.109		486.66
	11	486.082		—
	19	486.113		486.37
	20	486.026		—
	22	486.036	485.580 μμ	—
	26	486.077		—
Nov.	25	486.103		486.847
	26	486.059		486.80
	Moyen.	486.089 μμ	485.580 μμ	486.610 μμ

La raie brillante D_3 (Helium).

Cette raie présente deux changements: ou elle disparait tout à fait, ou elle devient double. Nous ne pouvons pas décider s'il y en a une sombre raie entre les composantes.

Ce qui regarde le dédoublement de cette raie il semble qu'il arrive régulièrement avec une période de 6 à 7 jours; en effet le 24 août on y voyait des traces de duplicité; le 4 sept. elle était double, aussi le 30 sept. (30—4 $= 26\,j = 6.5 \times 4$), le 7 oct., 19 oct. et le 26 oct. Ces moments suivent à peu près d'un jour les époques des maximums (d'après l'éphém. les maximums ont eu lieu le 3 sept., 29 sept.; oct. 5, 18. 25). Mais pour décider cette question il faut avoir un matériel plus vaste que nous en possédons.

C'est encore plus difficile de décider si le phénomène de disparition se passe régulièrement. Si nous examinons seulement les spectrogrammes très forts alors la raie est absente sur ceux du nov. 25 et 26; elle est très faible sur ceux du 2, 3, 7, 11, 19, 20 et 22 oct.; elle est très vive sur les spectrog. du 24 et 25 août, 30 sept. et 26 oct. C'est le 24 août qu'avait lieu le minimum secondaire, le 29 sept. et le 25 oct. étaient les maximums. Ce qui regarde les autres spectrogrammes ils sont tous faibles; cependant la raie est présente, quoique faible, sur les spectrogrammes du 4, 7, 8, 18, 19, 23, 24, 25 et 27 sept. et du 1 oct.; elle manque sur ceux du 30 août, 22 et 23 sept.

Peut-être pourrait on faire quelques indications vagues sur une période en supposant que l'intervalle 24 août — 30 sept. $= 6.5 \times 6 - 2\,j$ et 30 sept. — 26 oct. $= 6.5 \times 4$. Alors la raie devait être visible les dates suivants: 22 et 28.5 août; 4.0, 10.5, 17.0, 23.5, 30.0 sept.; 6.5, 13.0, 19.5, 26.0 oct.

Nous obtenons jusqu'à présent peu de spectrogrammes avec la raie artificielle du Na, c'est pourquoi nous ne pouvons pas trouver des changements de longueur d'onde de la raie D_3. C'est seulement sur les spectrogrammes suivants que ces mesures ont été effectuées relat. aux raies artificielles du Na.

Oct. 11 $\frac{D_1+D_2}{2} - D_3 = 0.622\,R = 1.^{\mu\mu}332$

» 19	$D_1 - D_3$ I $= 0.839\,R$	$D_2 - D_3$ I	$= 0.553\,R$
	0.839 »		0.547 »
	0.830 »		0.539 »
	0.847 »		0.554 »
	Moyen. $0.839\,R = 1.^{\mu\mu}794$		$0.548\,R = 1.^{\mu\mu}173$

Bulletin N. S. IV (XXXVI) p. 182.

Oct. 19	$D_1 - D_3$ II $= 1.26\,R = 2.^{\mu\mu}69$	$D_2 - D_3$ II $= 0.97\,R = 2.^{\mu\mu}07$
» 20	$D_1 - D_3 = 0.764\,R$	$D_2 - D_3 = 0.486\,R$
	0.813 »	0.539 »
	Moyen. $0.789\,R = 1.^{\mu\mu}686$	$0.513\,R = 1.^{\mu\mu}098$
» 22	$D_1 - D_3 = 0.843\,R$	$D_2 - D_3 = 0.550\,R$
	0.788 »	0.533 »
	Moyen. $0.816\,R = 1.^{\mu\mu}744$	$0.542\,R = 1.^{\mu\mu}160$
» 26	—	$D_2 - D_3$ I $= 0.909\,R$
		0.914 »
		0.905 »
		Moyen. $0.909\,R = 1.^{\mu\mu}942$
» 26		$D_2 - D_3$ II $= 0.513\,R$
	—	0.448 »
		0.529 »
		Moyen. $0.497\,R = 1.^{\mu\mu}064$
» 26	—	$D_2 - D_3$ III $= 0.713\,R = 1.525$

Le 26 oct. la raie artificielle est à peine visible; D_3 III se rapporte à l'intervalle (peut être raie sombre) entre D_3 I et D_3 II.

Outre cela nous en avons encore quelques déterminations, qui se rapportent à la raie artificielle F en introduisant par extrapolation les corrections trouvées pour l'intervalle $H\gamma$—F. C'est ainsi que nous avons trouvé la longueur d'onde suivante de la raie D_3.

Août 24	$587.^{\mu\mu}66$	brillante		—		$586.^{\mu\mu}36$	sombre
» 25	587.895	»	$587.^{\mu\mu}211$	brillante		586.66	»
Sept. 4	587.907	»	586.94	»		587.39	som. interv.
» 30	587.948	»	587.131	»		—	
Oct. 2	588.022	»	587.381	»		587.769	milieu
» 3	588.001	faible	587.59	à peine vis.		587.781	intervalle
» 7	588.063	faible	587.024	à p. visible		—	
» 11	587.996	assez large, très faible				—	
» 19	587.844	faible	586.95	à peine vis.		—	
» 20	587.895	très faible	—			—	
» 22	587.876	faible	—			—	
» 26	587.966	la plus forte	587.088			587.505	intervalle.

D'où nous trouvons les valeurs moyennes:

D_3 I $= 587.^{\mu\mu}947$ D_3 II $= 587.^{\mu\mu}197$ Intervalle $= 587.^{\mu\mu}643$.

Si nous partageons les déterminations en deux groupes, l'un de 24 août jusqu'au 11 oct. et le second d'ici jusqu'à la fin, nous obtiendrons alors:

Prem. période	D_3 I = 587.973 $\mu\mu$	D_3 II = 587.21 $\mu\mu$
Deux. »	» = 587.914	» = 587.02

D'après Young la longueur d'onde de cette raie réduite au système de Potsdam = 587.62 (Scheiner. Spectralanalyse der Gestirne).

Nous avons eu l'occasion de faire les mesures provisoires de la raie D_3 dans le spectre solaire, au moyen d'un spectroscope à réseau de Rowland, ayant 14438 sur un pouce anglais. L'appareil fut ajusté au grand héliomètre en 1891. Il s'est démontré, que la raie D_3 se trouve presque juste au milieu de deux raies fines à ce qu'il parait d'origine tellurique. L'une, entre D_3 et $D_{1,2}$ est double, l'autre simple.

Leur nature s'est montré le 4 novembre avec une températ. —3°R. et l'air très sec. Ce jour les raies ont été tout à fait invisibles. Au contraire le 3 nov. quand la températ. était + 6°R et l'air était si humide, que par un ciel clair tous les bâtiments ont été comme trempés dans l'eau, on voyait les raies parfaitement. C'était aussi le cas le 8 nov.

Pendant ces deux jours nous avons mesuré avec un micromètre la position des raies, en employant le spectre du 3-me ordre, relativement aux raies du catalogue de Potsdam:

	585.780 $\mu\mu$
	585.992
	586.266
D_2	589.030
D_1	509.625

Les raies en question sont marquées par les lettres *a* et *bc*. Nous avons partagés ces mesures en deux groupes. L'un, dans lequel les raies sont rapportées à la raie D_1, l'autre — à la raie D_2. En résolvant deux séries d'équations de condition nous avons trouvé les longueurs d'onde suivantes. Une raie sombre *L* était aussi mesurée.

Première série.

D_3	587.596 $\mu\mu$
bc.	587.652
a	587.578
L.	588.419

Deuxième série.

D_3	587.594 $\mu\mu$
bc.	587.647
a	587.576
L.	588.419

Ainsi on voit, que la raie D_3 ne se trouve pas tout à fait au milieu entre les raies *bc* et *a*; elle est plus proche de la raie *bc*. Vers la fin de mes observations nous avons reçu l'article de M. Müller: «Photometrische und spectroscopische Beobachtungen angestellt auf dem Gipfel des Säntis», où se trouvent aussi les longueurs d'onde des raies *a* et *bc* qui sont:

b	577.$^{\mu\mu}$640	*L*	588.$^{\mu\mu}$419
c	587.671		
bc	587.655	*a*	587.583

D'où il résulte comme différence entre nos déterminations et celle de Potsdam $= +0^{\mu\mu}.004$ et la longueur d'onde de la raie D_3 réduite au système de Potsdam est:

$$587.^{\mu\mu}599.$$

La raie, qui est observée le plus souvent dans le spectre de l'étoile a une longueur d'onde différente de $0^{\mu\mu}.32$ de celle de la raie du soleil — valeur qui ne peut pas être expliquée par l'erreur d'observation.

Le groupe $447^{\mu\mu}$—$448^{\mu\mu}$.

Ce groupe est très compliqué. Il semble que la raie $447^{\mu\mu}.14$ présente les mêmes changements comme les raies *F* et $501^{\mu\mu}.4$, c. à d. qu'elle consiste d'une raie sombre et d'une raie brillante, qui changent relativement leur position dans le même temps avec la raie *F*.

La raie $448^{\mu\mu}$ change de largeur; de temps en temps on aperçoit dans son voisinage une quantité de raies faibles très étroites, sombres, mais nous ne pouvons pas indiquer quelque période dans ces changements.

Il reste encore de dire quelques mots des raies $492^{\mu\mu}$ et $471^{\mu\mu}$. Elles sont toutes les deux bien développées le 11 et 22 oct. Puis, le 30 sept., le 2 et 26 oct. la raie $492^{\mu\mu}$ est présente, tandis que la raie $471^{\mu\mu}$ est absente. C'est au contraire le 25 nov. que la raie $471^{\mu\mu}$ est faible, brillante et la raie $492^{\mu\mu}$ y manque. Sur le spectrogramme du 4 mai 93 on trouve près de la raie $H\gamma$ une raie du même charactère comme celle-ci; $\lambda = 438^{\mu\mu}.63$.

Il est encore plus difficile de trouver quelque régularité dans les changements de toutes les autres raies qui sont par la plupart très faibles. Mais il est certain que ces changements sont réels.

La comparaison du spectre de β Lyrae avec les spectres des éléments ne conduit à aucun résultat positif; c'est l'hydrogène seul, dont la présence peut être mise hors de doute dans l'étoile. La raie du Helium (si c'est elle) et celles

de l'hydrogène rapellent la constitution de la chromosphère solaire. Cependant beaucoup de raies vives de la chromosphère sont absentes dans le spectre de l'étoile et vice versa. Le charactère des raies de l'hydrogène à certaines époques rapelle celui des raies de la «Nova Aurigae» au printemps 1892 (β Lyrae sept. 27, oct. 22, mai 4, 1893). En général il faut avouer que l'ensemble des faits, que l'on observe dans le spectre de cette étoile, est loin d'être expliqué par un mouvement des corps sur des orbites; il faudra toujours dans l'explication revenir aux procédés intérieurs.

Dans la table suivante nous donnons les longueurs d'ondes et la description des raies qu'on pouvait mesurer sur les spectrogrammes de Poulkovo. Il faut remarquer que les dessins, exécutés en regardant les spectrogrammes par un loupe de grossissement faible, peuvent en général présenter quelques autres raies que l'on voyait dans le microscope à mesure.

β LYRAE.

1892 août 24 10^h T. m. de P.

	$\mu\mu$	
1.	587.66	brillante, très vive.
2.	586.36	sombre.
3.	546.66	sombre, faible.
4.	546.22	brillante, faible.
5.	542.99	sombre, large.
6.	542.96	sombre, étroite, dans la précédente.
7.	538.63	sombre, étroite.
8.	538.02	
9.	531.73	sombre, large.
10.	527.53	sombre, large.
11.	523.48	sombre.
12.	523.05	brillante.
13.	522.34	brillante, incertaine.
14.	520.76	sombre, étroite.
15.	516.94	sombre, étroite; tout près peut être encore une.
16.	505.61	sombre, étroite.
17.	501.40	sombre, avec les bords brillants.
18.	501.74	le bord brillant de la précédente.
19.	500.54	sombre, très étroite.
20.	F	couverte de la raie artificielle.
21.	492.33	sombre.
22.	482.28	sombre, incertaine.
23.	470.72	sombre, incertaine.
24.	465.18	sombre, étroite.
25.	462.18	sombre } ces deux raies ont les bords brillants diffus.
26.	458.41	sombre, nette }
27.	448.13	sombre, très faible.

Août. 25 10^h T. m. de P.

1.	587.895	brillantes; vives; la première est plus large et plus vive
2.	587.211	que l'autre.
3.	586.66	sombre.
4.	580.62	sombre.
5.	531.81	sombre, étroite, faible.
6.	517.08	sombre.
7.	510.55	sombre, incertaine.
8.	504.10	sombre, incertaine.
9.	503 64	sombre, étroite, incertaine.
10.	502.13	sombre.
11.	501.80	brillante sur le bord de la raie suivante.
12.	501.47	sombre avec les bords brillants.
13.	F	est couverte de la raie artificielle.
14.	496.26	sombre, assez étroite.

Le pointage sur les raies 462, 458 et 448 est difficile mais on distingue dans une loupe que les bords des raies 462$^{\mu\mu}$ et 458$^{\mu\mu}$ sont brillants.

Sept. 30 8^h T. m. de P.

1.	587.95	brillante, très vive, double.
2.	587.13	
3.	531.36	sombre, étroite, faible.
4.	519.03	sombre.
5.	517.02	sombre, très faible.
6.	516.23	sombre, faible.
7.	501.33	sombre, très nette; les bords sont brillants, celui du côté rouge est plus large, que l'autre.
8.	492.17	sombre, large, les bords brillants comme chez la raie précédente.
9.	F	v. séparément.
10.	473.64	sombre, large, diffuse.
11.	471.44	sombre, les bords brillants.
12.	470.17	sombre, les bords brillants.
13.	463.36	sombre, large, très diffuse.
14.	458.20	sombre, nette.
15.	457.55	sombre, très faible.
16.	456.48	sombre, très faible, peut-être double.
17.	455.72	sombre.
18.	455.35	sombre, faible.
19.	454.76	sombre, nette.
20.	454.18	sombre, faible.
21.	452.92	sombre, très faible.
22.	451.23	sombre, un peu plus large que la précédente.
23.	451.00	sombre, très faible, certaine.
24.	450.67	sombre, étroite, certaine.
25.	447.92	sombre, très distincte.

Oct. 2 8^h T. m. de P.

1.	588.02 $\mu\mu$	brillante, large, peut-être double, alors c'est la 1re.
2.	587.38	brillante, 2^{me}.
3.	597.77	brillante, milieu.
4.	531.75	sombre, distincte.
5.	527.56	sombre, faible, incertaine.
6.	516.41	sombre.
7.	515.87	sombre, faible.
8.	510.02	sombre, faible.
9.	505.61	sombre, les bords brillants.
10.	504.75	sombre, très faible, peut-être les bords sont brillants.
11.	501.41	sombre, nette, les bords brillants, celui du côté rouge est plus large, que l'autre.
12.	492.37	sombre, assez large, les bords sont brillants.
13.	471.05	brillante, sur le bord de la raie suivante.
14.	470.72	sombre, avec les bords brillants.
15.	469.32	sombre, nette.
16.	463.49	sombre, très faible, incertaine.
17.	462.92	sombre, assez distincte.
18.	462.48	sombre, diffuse, faible.
19.	462.16	sombre, faible; entre celle-ci et la suivante on soupçonne quelques raies sombres étroites.
20.	458.34	sombre, large, nette.
21.	455.93	sombre, à peine visible.
22.	455.56	sombre, étroite, distincte.
23.	455.28	sombre, très étroite.
24.	454.94	sombre, étroite, assez distincte; peut-être double.
25.	454.17	sombre, à peine visible.
26.	448.13	sombre, assez large, dans une raie brillante large.
27.	447.18	sombre, assez large, dans la même raie brillante comme la précédente.

Oct. 3 8^h T. m. de P.

1.	588.00	brillante, très faible, peut-être double, alors c'est la 1re.
2.	587.59	brillante, presque invisible.
3.	587.78	intervalle sombre.
4.	532.10	sombre, diffuse, très faible.
5.	516.83	sombre, assez distincte.
6.	501.51	sombre, très nette, les bords brillants.
7.	492.44	sombre, très large, le bord du côté rouge est brillant.
8.	F	v. séparément.
9.	471.48	sombre, étroite, les bords brillants.
10.	463.14	sombre, assez large, faible, les bords brillants.
11.	458.54	sombre, nette.
12.	456.03	sombre, très faible.

13.	455.76 μμ	sombre, étroite, faible.
14.	455.46	sombre, étroite, très faible.
15.	455.15	sombre, très faible.
16.	454.99	sombre, étroite, faible.
17.	451.06	sombre, étroite, faible.
18.	448.27	sombre, large, distincte.
19.	447.92	sombre. Les deux dernières se trouvent dans une bande brillante.

Oct. 7 8^h T. m. de P.

1.	588.06	brillante, très faible, double.
2.	587.02	
3.	579.23	sombre, les bords semblent être brillants.
4.	545.69	sombre, faible.
5.	517.21	sombre, large, faible; peut-être double: 517.12, 517.38.
6.	501.48	sombre, nette; les bords brillants très faibles.
7.	500.66	sombre, très étroite.
8.	492.67	sombre, la plus nette de toutes les raies; large, les bords brillants faibles.
9.	492.11	sombre, étroite, incertaine.
10.	F	v. séparément.
11.	471.41	sombre, large, peut-être double; les bords brillants, faibles.
12.	463.78	sombre, étroite, faible.
13.	463.06	sombre, très large, faible; les bords brillants.
14.	456.08	sombre, très étroite.
15.	455.65	sombre, large, diffuse, très faible.
16.	455.16	sombre, faible.
17.	454.42	sombre, à peine visible.
18.	448.69	sombre, la partie la plus nette de la raie suivante.
19.	448.53	sombre, large, probablement un groupe dans une bande brillante.
20.	447.35	sombre, la partie la plus nette de la raie suivante.
21.	447.51	sombre, large, peut-être double, les bords brillants.

Oct. 11 8^h T. m. de P.

1.	587.996	brillante, assez large, très faible.
2.	580.08	sombre, assez étroite.
3.	577.19	comme la précédente.
4.	564.35	sombre, étroite.
5.	563.52	de même.
6.	560.20	peut-être un défaut de la plaque.
7.	545.13	sombre, très étroite.
8.	535.91	sombre.
9.	532.97	sombre, très étroite.
10.	532.68	sombre, très étroite.

11. 516.67 sombre, faible, assez large.
12. 501.46 sombre, large, les bords brillants; celui du côté rouge est plus large et plus vive que l'autre.
13. 492.19 sombre, large, diffuse; le bord du côté rouge brillant avec deux maximums 492μμ56 et 492μμ78.
14. F v. séparément.
15. 472.28 le bord d'une bande brillante, large est diffuse.

Oct. 19 7^h T. m. de P.

1. 587.84 brillante, faible.
2. 586.95 brillante, à peine visible.
3. 526.43 sombre, assez étroite, faible.
4. 517.21 sombre, large, très faible.
5. 502.10 sombre.
6. 501.37 sombre, très nette, les bords brillants; celui du côté rouge est plus large, que l'autre; peut-être là dedans deux maximums.
7. 493.21 brillante, large, incertaine.
8. 492.38 sombre, large, à peine visible, peut-être double: 492μμ65 et 492μμ12.
9. 491.86 brillante.
10. F v. séparément.
11. 471.24 sombre, faible, les bords brillants faibles.
12. 470.95 brillante, large sur le bord de la précédente.
13. 462.71 brillante, large.
14. 458.62 sombre, assez large, mais faible.
15. 455.20 sombre, assez large, distincte.
16. 452.55 sombre, large, très faible.
17. 451.87 sombre, très faible.
18. 451.46 sombre, très faible.
19. 451.08 sombre, très faible.
20. 449.45 les traces d'une raie sombre.
21. 448.38 sombre; les bords brillants manquent.
22. 447.52 sombre, assez large, faible.
23. 447.08 sombre, assez large, les bords brillants.
24. 444.64 sombre, très étroite, à peine visible.
25. 443.60 sombre, très étroite, à peine visible.
26. 441.93 sombre, très étroite.

Oct. 20 7^h T. m. de P.

1. 587.90 brillante, très faible.
2. 526.46 sombre, large, à peine visible.
3. 517.08 sombre, très faible.
4. 505.40 brillante, assez large.

5.	501.40 μμ	sombre, nette, les bords brillants sont très faibles.
6.	492.38	sombre, large, faible; les bords semblent être brillants.
7.	F	v. séparément.
8.	471.55	sombre, assez nette.
9.	458.99	sombre, assez large.
10.	457.77	sombre, diffuse.
11.	456.84	sombre, à peine visible.
12.	456.03	sombre, à peine visible.
13.	455.76	sombre, très étroite.
14.	455.16	sombre, faible.
15.	453.65	sombre, très étroite.
16.	451.03	sombre, très faible.
17.	448.38	sombre, très étroite.
18.	447.49	de même.
19.	447.35	de même.
20.	447.10	sombre, très distincte, assez large; les bords brillants sont invisibles.

Oct. 22 7^h T. m. de P.

1.	587.88	brillante, faible.
1.	567.61	sombre, large, le bord du côté rouge est brillant.
3.	566.12	sombre, assez large, le bord du côté rouge est brillant.
4.	563.74	sombre, très faible.
5.	526.50	sombre.
6.	526.17	sombre, étroite, faible.
7.	516.82	sombre, large.
8.	515.57	sombre, très faible, incertaine.
9.	512.55	sombre, assez large, incertaine.
10.	501.85	bord brillant de la raie suivante.
11.	501.38	sombre, assez large.
12.	492.65	bord brillant de la raie suivante.
13.	492.04	sombre, large.
14.	F	v. séparément.
15.	471.62	bord brillant de la raie suivante.
16.	471.09	sombre, large, l'autre bord est aussi brillant, mais faible.
17.	464.17	sombre, très faible, incertaine.
18.	462.95	sombre, large, diffuse, le bord du côté rouge est brillant.
19.	454.82	sombre, assez large.
20.	448.13	peut-être une raie sombre.
21.	447.63 447.22	} les bords d'une bande brillante entre deux raies sombres.

Oct. 26 7^h T. m. de P.

1.	587.97	brillante, la plus forte des deux.
2.	587.09	brillante, plus faible, que la première.

3.	587.51 μμ	intervalle sombre entre les raies précédentes.
4.	563.67	sombre, assez étroite.
5.	531.36	sombre, faible.
6.	516.68	sombre, assez large, diffuse.
7.	501.38	sombre, les bords brillants, celui du côté rouge est plus large.
8.	492.53	brillante, large, diffuse.
9.	492.07	sombre, diffuse, faible sur le bord de la précédente.
10.	F	v. séparément.
11.	473.69	sombre, large, diffuse.
12.	471.04	sombre, large, diffuse.
13.	458.16	sombre, incertaine.
14.	457.79	sombre, faible.
15.	455.38	sombre, très faible.
16.	454.76	sombre, assez large.
17.	452.04	sombre, très étroite.
18.	451.34	sombre, faible.
19.	450.64	sombre, très faible.
20.	447.93	distincte, au milieu d'une raie brillante large.

Nov. 25 5^{h} T. m. de P.

1.	572.58	sombre, faible.
2.	517.23	sombre, très étroite, incertaine.
3.	501.46	sombre, nette, les bords sont brillants.
4.	F	v. séparément.
5.	471.26	brillante, large.
6.	465.18	sombre, faible.
7.	463.82	sombre, très faible.
8.	463.29	sombre, nette.
9.	462.51	sombre, très faible.
10.	459.24	sombre, très faible.
11.	458.73	sombre, assez large; peut-être double.
12.	456.76	sombre, large, très faible.
13.	455.27	sombre, nette, le bord du côté rouge est brillant.
14.	452.35	sombre, faible
15.	451.19	sombre, assez nette.
16.	448.44	sombre, large, nette.
17.	448.02	sombre, faible.
18.	447.49	sombre, nette, les bords brillants.
19.	447.17	sombre, comme la précédente.

Nov. 26 5^{h} T. m. de P.

1.	543.44	sombre, faible, diffuse, incertaine.
2.	527.64	sombre, faible, diffuse, incertaine.
3.	517.16	sombre, à peine visible, peut-être double.

4.	506.30 μμ	sombre, à peine visible.
5.	505.91	sombre, faible, les bords sont brillants.
6.	505.59	comme la précédente.
7.	505.21	comme les précédentes.
8.	501.40	sombre, très nette, les bords sont brillants, celui du côté rouge est plus large, que l'autre.
9.	496.50	sombre, très étroite.
10.	496.18	sombre, très étroite.
11.	495.53	sombre, étroite, incertaine.
12.	494.02	sombre, très étroite, nette.
13.	492.13	sombre, assez large, les bords sont brillants.
14.	F	v. séparément.
15.	471.61	sombre, étroite, faible.
16.	471.28	sombre, étroite, les bords sont brillants.
17.	458.68	sombre, assez nette, les bords sont brillants.
18.	457.49	sombre, faible.
19.	455.93	sombre, large, diffuse, faible.
20.	455.27	sombre, diffuse, faible; les bords sont brillants faibles.
21.	454.44	sombre, faible.
22.	452.59	sombre, étroite.
23.	448.45	sombre, nette, les bords sont brillants faibles.
24.	448.13	sombre, â peine visible.
25.	447.81	sombre, faible.
26.	447.57	sombre, assez nette.
27.	447.12	sombre, nette, large; les bords sont brillants.

Table des raies,

qui se répètent sur plusieurs spectrogrammes.

(excepté celles, qui ont déjà été examinées.)

Août	24	—	531.73 μμ	527.53 μμ	—	516.94 μμ	—
»	25	—	531.81	—	—	517.08	—
Sept.	30	—	531.36	—	—	517.02	516.23
Oct.	2	—	531.75	527.56	—	—	516.41
»	3	—	—	—	—	516.83	—
»	7	—	—	—	—	517.21	—
»	11	563.52	—	—	—	—	516.67
»	19	—	—	—	526.43	517.21	—
»	20	—	—	—	526.46	517.08	—
»	22	563.74	—	—	526.50	516.82	—
»	26	563.67	531.36	—	—	—	516.68
Nov.	25	—	—	—	—	517.23	—
»	26	—	—	527.64	—	517.16	—

		μμ	μμ		μμ		
Août	24	501.74	501.40	—	492.33	—	—
»	25	501.80	501.47	—	—	—	—
Sept.	30	—	501.33	—	492.17	473.64	471.44
Oct.	2	—	501.41	—	492.37	—	—
»	3	—	501.51	—	492.44	—	471.48
»	7	—	501.48	492.67	492.11	—	471.41
»	11	—	501.46	—	492.19	—	—
»	19	—	501.37	—	492.38	—	471.24
»	20	—	501.40	—	492.38	—	471.55
»	22	501.85	501.38	492.65	492.04	—	—
»	26	—	501.38	—	492.07	473.69	—
Nov.	25	—	501.46	—	—	—	471.26
»	26	—	501.40	—	492.13	—	471.61

			μμ			μμ		
Août	24	—	465.18	—	—	458.41	—	
»	25	—	—	—	—	—	—	
Sept.	30	—	—	—	—	458.20	—	
Oct.	2	471.05	—	462.92	462.48	458.34	—	
»	3	—	—	463.14	—	458.54	—	
»	7	—	—	463.06	—	—	—	
»	11	—	—	—	—	—	—	
»	19	470.95	—	—	462.71	458.62	—	
»	20	—	—	—	—	—	—	
»	22	471.09	—	462.95	—	—	—	
»	26	471.04	—	—	—	458.16	—	
Nov.	25	—	465.18	—	462.51	458.73	—	
»	26	—	—	—	—	—	—	

Août	24	—	—	—	—	—	—	—	
»	25	—	—	—	—	—	—	—	
		μμ							
Sept.	30	457.55	456.48	—	—	—	—	—	
Oct.	2	—	—	455.93	455.56	455.28	454.94	—	
»	3	—	—	456.03	455.76	455.46	455.15	—	
»	7	—	—	456.08	455.65	—	455.16	—	
»	11	—	—	—	—	—	—	—	
»	19	—	—	—	—	—	455.20	—	
»	20	—	—	—	455.76	—	455.16	—	
»	22	—	—	—	—	—	—	—	
»	26	457.79	—	—	—	455.38	—	—	
Nov.	25	—	456.76	—	—	455.27	—	—	
»	26	457.49	—	455.93	—	455.27	—	—	

					μμ			
Août.	24	—	—	—	448.13	—	—	—
»	25	—	—	—	—	—	—	—
Sept.	30	—	—	451.00	447.92	—	—	—
Oct.	2	—	—	—	448.13	—	—	447.18
»	3	—	—	451.06	448.27	—	—	—
»	7	454.42	—	—	448.53	—	447.51	—
»	11	—	—	—	—	—	—	—
»	19	—	452.55	451.08	448.38	—	447.52	447.08
»	20	—	—	451.03	448.38	—	447.49	447.10
»	22	—	—	—	448.13	—	447.63	447.22
»	26	—	—	—	447.93	—	—	—
Nov.	25	—	452.35	—	448.44	448.02	447.49	—
»	26	454.44	452.59	—	448.45	448.13	447.57	—

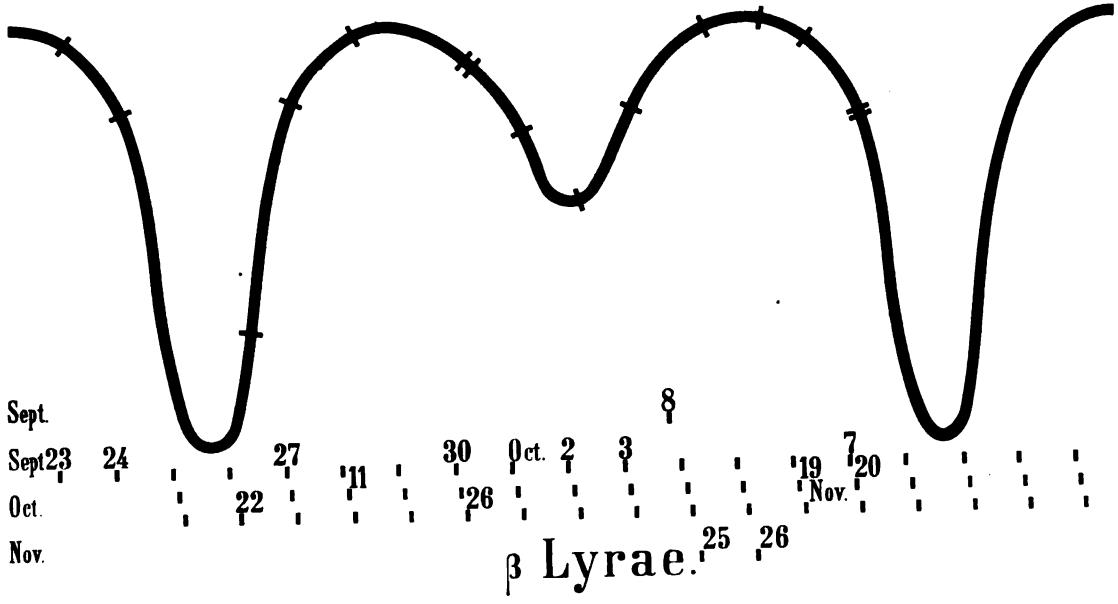
C'est difficile de donner un catalogue des raies, particulièrement dans les parties du spectre, où se développent les groupes de raies.

Planches.

Les dessins des spectres sont marqués par les lettres de l'alphabet, qui indiquent:

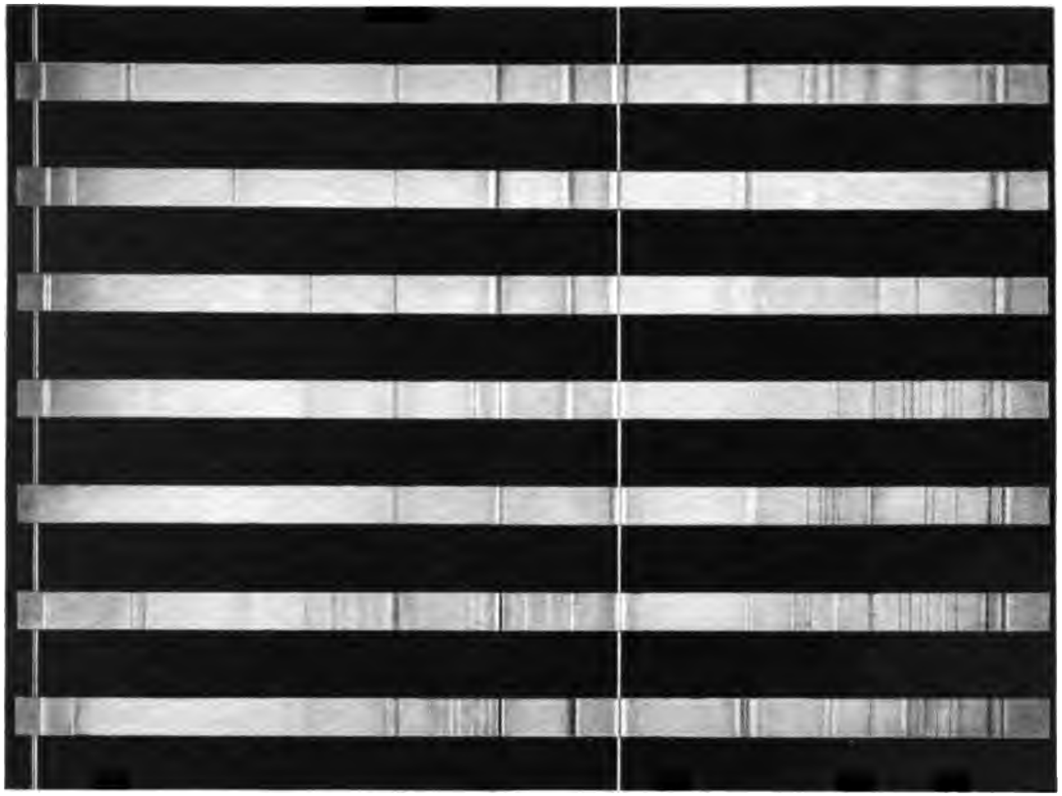
a.	Octobre	22
b.	»	11
c.	»	26
d.	»	2
e.	Novembre	25
f.	Octobre	19
g.	»	7

A côté on trouve la courbe des changements de l'éclat d'après Argelander avec les dates des jours d'observations.



Фототипія В. Кассовъ, С.-Петербургъ, Кадетская лин. № 7-9.

β Lyrae 1892 Poulkovo



Фототипія В Классенъ, С.Петербургъ. Кадетская лин. № 7–2.

MÉLANGES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES
TIRÉS DU
BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG.
TOME VII.

Détermination de l'orbite de la comète 1890 VI.

Par Nadejda Bobrinskoy.

(Lu le 26 mai 1893).

Le 23 juillet 1890 à $11^h\ 35^m$ à l'aide d'un réflecteur de 10 centimètres d'ouverture M. Denning aperçut un objet nébuleux près de θ et 3 Ursae Minoris. Cette nébulosité était très faible, à peu près d'une minute de diamètre, ronde de forme avec une très légère condensation centrale. Au bout d'une heure Denning arriva à la conviction qu'il avait découvert une comète, conviction fondée sur la rapidité du déplacement de l'objet considéré relativement aux étoiles. Le lendemain Denning observa de nouveau la comète et trouva que son mouvement diurne était environ de $55'$ vers le sud. A $11^h\ 40^m$ la comète fut centralement projetée sur une étoile de 9-ième grandeur, et l'étoile paraissait alors entourée d'une atmosphère très étendue. Pendant le passage de la comète sur l'étoile (ce qui dura environ une heure et demie) Denning eut l'impression que l'étoile semblait décidément plus faible. Voici encore quelques descriptions de la comète de Denning:

Nice.

24 juillet. — La comète a un noyau de 13-ième ou 14-ième grandeur entouré d'une faible nébulosité ronde de $40''$ de diamètre environ.

30 juillet. — Cette observation a été faite avec l'équatorial de 0^m76 d'ouverture pendant la pleine lune.

5 août. — La comète est sensiblement plus brillante que les autres jours. M. Perrotin qui vient de l'examiner avec le grand équatorial trouve qu'elle a une queue de $1'$ environ dirigée à l'opposé du mouvement diurne; il évalue le noyau de 13-ième grandeur.

16 août. — On aperçoit assez distinctement une faible queue de $2'$ environ de longueur.

Paris.

16 août. — La comète est une faible nébulosité dont l'éclat est comparable à celui d'une étoile de 12, 5 à 13; elle est ronde, $45''$ de diamètre, plus brillante dans la région centrale avec noyau demi-stellaire qui ressort assez bien sur la nébulosité.

19 août. — Éclat de la comète 13,1; 50″ de diamètre; condensation centrale assez stellaire.

29 août. — La comète est une nébulosité de grandeur 13,2; de 45″ à 50″ de diamètre avec condensation moins stellaire que les jours précédents.

Dans toutes ces observations le ciel était beau, légèrement brumeux.

M. Lewis Boss dit qu'en prenant le 27 juillet comme date initiale, d'après la formule connue, l'éclat théorique atteint l'unité le 12 octobre. Le 29 octobre cette quantité devient égale à $^3/_4$ et le 16 novembre à $^1/_2$, ce qui fait supposer à M. Boss qu'au mois de novembre la comète ne sera plus visible. En effet la dernière observation fut faite à Cordoba le 8 novembre.

Tous ces renseignements sont tirés: 1) du Bulletin Astronomique, 2) des Comptes-rendus de l'Académie des sciences de Paris, 3) de l'«Astronomical journal» et 4) des «Astronomische Nachrichten». Les calculs sur la comète sont fondés sur les observations qui se trouvent dans ces mêmes publications.

Les éphémérides.

Les élémcnts dont je me suis servie pour le calcul des éphémérides ont été calculés par M. Krueger. Les voici:

$$\begin{aligned} \tau &= \text{1890 septembre, 24 51527 T. M. B.} \\ \pi &= 163^\circ\ 0'\ 17''{,}6 \\ \Omega &= 100\ \ 7\ \ 8{,}5 \\ i &= 98\ \ 56\ \ 30{,}0 \end{aligned} \Big\} \text{Équin. M. 1890.0.}$$

$$\log q = 0{,}100488$$

Excepté Krueger les éléments de la comète de Denning ont été calculés par MM. Lewis Boss, Armin, O. Leuschner, Charlois et Berberich. Bien que les éléments de M. Boss soient fondés sur des lieux normaux, j'ai donné la préférence à ceux de Krueger parce que les observations dont il s'est servi embrassent un laps de temps plus long que celui des autres calculateurs. (Nice 24 juillet, Dresde 19 Août et Dresde 18 septembre). Le tableau suivant donne le résultat du calcul des éphémérides. Les valeurs des coordonnées solaires sont prises du Berliner Jahrbuch.

Bulletin N. S. IV (XXXVI) p. 228.

T. M. B.		α (app.)	δ (app.)	log Δ	Temps d'aberr.
Juil.	21.0	15ʰ17ᵐ16ˢ.77	+ 80°40′16″.4	0.19589	13ᵐ 2ˢ.8
	22.0	16 4.79	79 47 39.6	0.19102	12 54.1
	23.0	15 11.43	78 53 41.6	0.18617	45.5
	24.0	14 33.45	77 58 21.0	0.18133	37.0
	25.0	14 8.02	77 1 36.6	0.17650	28.7
	26.0	13 52.82	76 3 27.2	0.17168	20.4
	27.0	13 46.17	75 3 51.9	0.16689	12.3
	28.0	13 46.78	74 2 49.1	0.16212	4.3
	29.0	13 53.49	73 0 18.1	0.15740	11 56.4
	30.0	14 5.46	71 56 17.7	0.15272	48.7
	31.0	14 21.94	70 50 47.0	0.14808	41.2
Août	1.0	14 42.34	69 43 45.4	0.14351	33.9
	2.0	15 6.16	68 35 12.2	0.13901	26.7
	3.0	15 32.97	67 25 7.2	0.13459	19.8
	4.0	16 2.42	66 13 30.0	0.13025	13.0
	5.0	16 34.31	65 0 21.0	0.12601	6.5
	6.0	17 8.28	63 45 40.5	0.12187	0.2
	7.0	17 44.01	62 29 28.8	0.11785	10 54.1
	8.0	18 21.36	61 11 47.1	0.11396	48.3
	9.0	19 0.24	59 52 36.9	0.11020	42.7
	10.0	19 40.50	58 32 0.1	0.10659	37.4
	11.0	20 22.03	57 9 58.7	0.10314	32.3
	12.0	21 4.69	55 46 35.6	0.09985	27.5
	13.0	21 48.36	54 21 53.4	0.09674	23.0
	14.0	22 32.93	52 55 55.8	0.09382	18.9
	15.0	23 18.34	51 28 46.3	0.09110	15.0
	16.0	24 4.52	50 0 29.2	0.08859	11.5
	17.0	24 51.37	48 31 9.4	0.08629	8.1
	18.0	25 38.84	47 0 51.6	0.08422	5.4
	19.0	26 26.89	45 29 41.5	0.08237	2.8
	20.0	27 15.49	43 57 44.6	0.08077	0.6
	21.0	28 4.56	42 25 6.7	0.07942	9 58.7
	22.0	28 54.05	40 51 54.5	0.07831	57.2
	23.0	29 43.94	39 18 14.4	0.07746	56.0
	24.0	30 34.20	37 44 13.0	0.07687	55.2
	25.0	31 24.77	36 9 57.4	0.07654	54.7
	26.0	32 15.62	34 35 34.4	0.07646	54.6
	27.0	33 6.74	33 1 10.9	0.07663	54.9
	28.0	33 58.11	31 26 53.9	0.07705	55.4
	29.0	34 49.70	29 52 50.3	0.07778	56.4
	30.0	35 41.48	28 19 6.7	0.07879	57.8
	31.0	36 33.47	26 45 49.6	0.08001	59.5
Sept.	1.0	37 25.64	25 13 5.3	0.08146	10 1.5
	2.0	38 17.99	23 40 59.7	0.08316	3.9
	3.0	39 10.49	22 9 38.5	0.08509	6.6

Bulletin N. S. IV (XXXVI) p. 229.

T. M. B.		α (app.)	δ (app.)	log Δ	Temps d'aberr.
Sept.	4.0	15h40m 3.16	+ 20°39′ 7.″2	0.08724	10m 9.6
	5.0	40 55.99	19 9 30.9	0.08961	12.9
	6.0	41 48.99	17 40 54.2	0.09218	16.5
	7.0	42 42.16	16 13 21.4	0.09497	20.5
	8.0	43 35.48	14 46 56.3	0.09792	24.8
	9.0	44 28.96	13 21 42.4	0.10105	29.3
	10.0	45 22.59	11 57 43.0	0.10435	34.1
	11.0	46 16.38	10 35 0.4	0.10780	39.1
	12.0	47 10.32	9 13 37.1	0.11140	44.4
	13.0	48 4.43	7 53 34.7	0.11513	50.0
	14.0	48 58.69	6 34 54.6	0.11898	55.8
	15.0	49 53.10	5 17 38.2	0.12294	11 1.8
	16.0	50 47.67	4 1 46.2	0.12700	8.0
	17.0	51 42.42	2 47 19.0	0.13115	14.4
	18.0	52 37.32	1 34 16.8	0.13540	21.1
	19.0	53 32.37	+ 0 22 39.6	0.13974	27.9
	20.0	54 27.59	— 0 47 33.1	0.14411	34.9
	21.0	55 22.99	1 56 21.8	0.14853	42.0
	22.0	56 18.56	3 3 47.1	0.15300	49.2
	23.0	57 14.31	4 9 50.1	0.15747	56.6
	24.0	58 10.23	5 14 31.9	0.16198	12 4.0
	25.0	59 6.34	6 17 53.6	0.16655	11.7
	26.0	16 0 2.64	7 19 56.6	0.17113	19.5
	27.0	0 59.15	8 20 42.4	0.17572	27.7
	28.0	1 55.87	9 20 12.4	0.18032	35.3
	29.0	2 52.80	10 18 28.2	0.18492	43.3
	30.0	3 49.98	11 15 31.6	0.18949	51.4
Oct.	1.0	4 47.43	12 11 24.2	0.19403	59.5
	2.0	5 45.13	13 6 7.7	0.19857	13 7.7
	3.0	6 43.10	13 59 44.0	0.20313	16.0
	4.0	7 41.34	14 52 14.6	0.20766	24.3
	5.0	8 39.93	15 43 41.4	0.21219	32.8
	6.0	9 38.83	16 34 6.1	0.21661	41.1
	7.0	10 38.07	17 23 30.5	0.22099	49.4
	8.0	11 37.66	18 11 56.4	0.22536	57.4
	9.0	12 37.62	18 59 25.3	0.22971	14 6.3
	10.0	13 37.93	19 45 59.0	0.23401	14.7
	11.0	14 38.64	20 31 39.2	0.23826	23.1
	12.0	15 39.74	21 16 27.5	0.24246	31.5
	13.0	16 41.26	22 0 25.5	0.24662	39.9
	14.0	17 43.20	22 43 34.8	0.25073	48.3
	15.0	18 45.58	23 25 57.1	0.25479	56.6
	16.0	19 48.39	24 7 33.7	0.25880	15 4.9
	17.0	20 51.66	24 48 26.2	0.26276	13.2
	18.0	21 55.40	25 28 36.0	0.26666	21.4

T. M. B.	α (app.)	δ (app.)	log Δ	Temps d'aberr.
Oct. 19.0	16ʰ22ᵐ59ˢ.63	— 26° 8′ 4″.5	0.27051	15ᵐ29ˢ.6
20.0	24 4.35	26 46 53.0	0.27430	37.7
21.0	25 9.57	27 25 2.9	0.27803	45.8
22.0	26 15.29	28 2 35.5	0.28171	53.9
23.0	27 21.53	28 39 31.9	0.28533	16 1.9
24.0	28 28.32	29 15 53.6	0.28889	9.8
25.0	29 35.65	29 51 41.5	0.29240	17.7
26.0	30 43.54	30 26 56.9	0.29585	25.5
27.0	31 52.02	31 1 40.7	0.29924	33.2
28.0	33 1.10	31 35 54.1	0.30257	40.8
29.0	34 10.79	32 9 38.4	0.30585	48.4
30.0	35 21.12	32 42 54.3	0.30907	55.9
31.0	36 32.09	33 15 43.1	0.31224	17 3.4
Nov. 1.0	37 43.72	33 48 5.5	0.31535	10.7
2.0	38 56.03	34 20 2.6	0.31840	18.0
3.0	40 9.06	34 51 35.3	0.32139	25.1
4.0	41 22.81	35 22 44.4	0.32433	32.2
5.0	42 37.29	35 53 30.7	0.32721	39.2
6.0	43 52.52	36 23 55.1	0.33004	46.2
7.0	45 8.50	36 53 58.5	0.33281	53.0
8.0	46 25.25	37 23 41.4	0.33553	59.7

Étoiles de comparaison.

Grâce à l'extrême amabilité de M. Romberg qui a eu la bonté de rechercher toutes les étoiles de comparaison dans les catalogues de la bibliothèque de Poulkowa et de déterminer lui-même les positions de quelquesunes d'entre elles, il m'a été possible de trouver les positions de ces étoiles avec plus ou moins de précision; quant aux poids, ils sont certainement un peu arbitraires. Vu l'imperfection des anciennes observations et notre ignorance relative au mouvement propre des étoiles, c'est aux catalogues les plus récents que j'ai donné le plus de valeur.

№		Ep.	α (1890.0)	δ (1890.0)	p.
1.	Argel.Oeltz.	1842.0	15ʰ 9ᵐ49ˢ.60	+ 76°36′32″.6	½
	Kasan Z.	1872.0	49.26	40.8	1
		1872.0	48.85	38.2	1
			49.18	38.1	
2.	Argel. Z.	1842.0	15 10 58.54	+ 71 25 21.7	½
	Dorpat	1875.0	57.96	23.0	1
			58.15	22.6	
3.	Kasan Z.	1872.0	15 12 7.35	+ 76 6 36.0	1
		1872.0	7.38	34.8	1
			7.37	35.4	

Bulletin N. S. IV (XXXVI) p. 281.

№		Ep.	α (1890.0)	δ (1890.0)	p.
4.	Argel. Oeltz.	1842.0	15ʰ12ᵐ21ˢ.80	+77°24′55″.9	½
	Kasan Z.	1871.0	23.11	58.4	1
			22.67	57.6	
4ª	Poulkowo	1893.0	15 12 44.15	+74 9 26.91	
5.	Argel. Z.	1842.0	15 13 31.61	+73 32 7.0	½
	Dorpat Z.	1875.0	31.39	7.9	1
			31.46	7.6	
6.	Fedor.	1790.0	15 13 44.35	+72 29 20.9	0
	Argel. Z.	1842.0	44.34	22.0	½
	Poulkowo	1875.0	44.33	19.9	1
			44.33	20.6	
7.	Bonn VI	1855.0	15 14 14.93	+64 10 28.9	½
	Helsf. Z.	1875.0	14.73	30.2	1
			14.80	29.8	
8.	Argel. Oeltz.	1842.0	15 14 23.74	+75 52 38.9	½
	Kazan Z.	1872.0	23.66	40.3	1
	Koenigsb.	1881.0	23.77	39.6	1
			23.72	39.7	
9.	Fedor.	1790.0	15 15 17.72	+63 10 24.6	0
	Argel. Oeltz.	1842.0	17.61	20.3	½
	Helsf. Z.	1875.0	17.41	19.5	1
			17.48	19.8	
10.	Radcl.	1845.0	15 16 51.08	+52 21 16.6	½
	Poulkowo	1845.0	51.01	17.3	1
Kam.	Durh.	1855.0	51.00	17.0	½
Kam.	Altona	1855.0	50.99	17.2	½
	Cambr.	1875.0	51.15	17.6	1
	Greenwich	1880.0	51.13	13.7	1
			51.07	16.4	
12.	Paris	1855.0	15 17 1.31	+65 49 10.5	1
	Christ.	1875.0	1.43	11.0	1
			1.37	10.7	
12.	Groombr.	1810.0	15 17 8.51	+61 46 24.5	0
	Radcl.	1845.0	8.34	22.3	½
	Helsf.	1875.0	8.13	22.8	1
			8.20	22.6	

Bulletin N. S. IV (XXXVI) p. 282.

№		Ep.	α (1890.0)	δ (1890.0)	p.
13.	Fedor.	1790.0	15ʰ17ᵐ10ˢ.66	+76°36′37″.7	0
	Groombr.	1845.0	9.60	38.2	0
	Radcl.	1845.0	10.16	39.0	½
	Dorpat Z.	1875.0	10.23	40.6	1
			10.21	40.1	
14.	Lal.	1800.0	15 17 19.66	+66 28 3.5	0
	Christ. Z.	1875.0	18.88	44.1	1
			18.88	44.1	
15.	Argel. Z.	1842.0	15 17 39.70	+60 44 6.0	½
	Radcl.	1845.0	39.71	5.8	½
	Helsf.	1875.0	39.95	6.5	1
			39.83	6.2	
16.	Fedor.	1790.0	15 17 53.45	+62 52 7.0	0
	Argel. Oeltz.	1842.0	52.05	5.2	½
	Groombr.	1845.0	52.51	4.7	0
	Radcl.	1845.0	52.75	4.9	½
	Altona	1855.0	52.29	6.1	½
	Helsf. Z.	1875.0	52.40	7.3	1
			52.38	6.2	
17.	Argel. Z.	1842.0	15 18 21.48	+74 26 30.5	½
	Dorpat Z.	1875.0	20.90	31.4	1
			21.09	31.1	
18.	Radcl.	1845.0	15 18 32.69	+61 40 51.9	½
	Helsf. Z.	1875.0	32.81	52.2	1
			32.77	52.1	
19.	Argel. Oeltz.	1842.0	15 18 55.83	+60 4 24.2	½
	Helsf. Z.	1875.0	55.80	43.4	1
			55.81	37.0	
20.	Argel. Oeltz.	1842.0	15 19 28.71	+57 18 7.2	½
	Helsf. Z.	1875.0	29.15	5.5	1
			29.00	6.1	
21.	Helsf. Z.	1875.0	15 19 56.86	+61 56 12.5	
22.	Schwerd.	1828.0	15 20 15.29	+75 15 7.2	0
	Kazan Z.	1873.0	14.81	6.2	1
		1878.0	14.39	9.4	1
		1878.0	14.50	8.5	1
			14.57	8.0	

Bulletin N. S. IV (XXXVI) p. 233.

№		Ep.	α (1890.0)	δ (1890.0)	p.
23.	Argel. Z.	1842.0	15ʰ20ᵐ38ˢ.06	+49° 9′39″.3	
24.	Groombr.	1845.0	15 21 23.06	+61 58 12.2	0
	Radcl.	1845.0	22.81	15.5	0
	Helsf. Z.	1875.0	22.51	17.6	1
			22.51	17.6	
25.	Argel. Oeltz.	1842.0	15 21 35.58	+54 36 2.6	½
	Cambr. Z.	1875.0	35.79	7.1	1
			35.72	5.6	
26.	Bonn. B. VI	1855.0	15 22 12.75	+55 59 49.2	½
	Helsf. Z.	1875.0	12.70	47.3	1
			12.72	47.9	
27.	Cambr. Z.	1875.0	15 22 47.30	+51 44 59.5	
28.	Bonn. B. VI	1855.0	15 23 5.99	+56 50 34.9	½
	Helsf. Z.	1875.0	6.50	36.3	1
			6.33	35.8	
29.	Bonn. B. VI	1855.0	15 23 15.24	+46 32 33.5	
30.	Argel. Z.	1842.0	15 23 41.48	+55 16 10.9	½
	Helsf.	1875.0	41.61	53.7	1
			41.57	39.4	
30ᵃ.	Poulkowo	1893.0	15 23 57.23	+50 21 45.07	
31.	Bess. W.	1825.0	15 24 1.28	+44 54 56.9	
32.	Bonn. B. VI	1855.0	15 24 7.37	+49 13 57.2	
33.	Lal.	1800.0	15 24 29.78	+41 45 16.5	0
	Bess. W.	1825.0	29.54	13.2	1
	Rümk.	1836.0	29.24	14.8	1
			29.39	14.0	
34.	Lal.	1800.0	15 25 52.73	+48 5 32.3	0
	Groombr.	1810.0	53.01	28.7	0
	Rümk.	1836.0	53.23	27.6	½
	Argel. Z.	1842.0	53.43	28.5	1
	Radcl.	1845.0	53.28	28.3	1
	Kam. Dorpat	1855.0	53.18	28.2	1
			53.29	28.2	
35.	Bonn. B. VI	1855.0	15 26 20.52	+45 42 21.8	

Bulletin N. S. IV (XXXVI) p. 234.

№		Ep.	α (1890.0)	δ (1890.0)	p.
36.	Argel. Oeltz.	1842.0	15^{h}26^{m}24^s.93	+50°53′19″.5	½
	Altona	1855.0	24.92	16.3	½
	Cambr.	1875.0	25.01	17.4	1
			24.97	17.6	
37.	Argel. Oeltz.	1842.0	15 26 45.08	+44 34 32.0	
38.	Bess. W.	1825.0	15 26 54.36	+45 0 55.2	1
	Argel. Oeltz.	1842.0	54.54	57.6	1
			54.45	56.4	
39.	Lal.	1800.0	15 27 6.64	+43 17 17.8	0
	Bess. W.	1825.0	6.20	12.1	1
			6.20	12.1	
40.	Lal.	1800.0	15 27 42.25	+40 3 0.3	
41.	Argel. Oeltz.	1842.0	15 28 14.26	+50 31 41.7	½
	Cambr. Z.	1875.0	14.40	39.8	1
			14.35	40.4	
41*.	Poulkowo	1893	15 28 41.40	+41 13 24.6	
42.	Bess. W.	1825.0	15 31 55.49	+24 12 39.3	½
	Berlin Z.	1875.0	55.40	42.2	1
			55.43	41.2	
43.	Lal.	1800.0	15 39 47.66	+17 5 5.5	0
	Piazzi	1800.0	47.90	5.2	0
	Bess. W.	1825.0	47.73	1.0	1
			47.73	1.0	
44.	Bess. W.	1825.0	15 39 51.15	+21 34 48.7	½
	Becker Berlin	1875.0	50.74	49.3	1
	Poulk.	1890.0	50.82	49.0	1
			50.85	49.1	
45.	Bess. W.	1825.0	15 40 42.67	+21 31 17.0	½
	Berlin Z.	1875.0	41.63	19.2	1
			41.98	18.5	
46.	β Serpentis. *)	1890.0	15 41 6.61	+15 45 59.4	
47.	Poulkowo	1890.0	15 41 50.00	+20 11 30.3	
48.	Bonn B.VI	1855.0	15 42 24.28	+18 36 52.8	
49.	Lal.	1800.0	15 42 47.69	+19 38 12.4	0
	Bess. W.	1825.0	47.94	10.7	1
			47.94	10.7	

*) Berliner Jahrbuch (1890).

№		Ep.	α (1890.0)	δ (1890.0)	p.
50.	Piazzi	1800.0	15ʰ43ᵐ 5.50	+ 14° 8′ 4.″3	0
	Lal.	1800.0	5.64	5.5	0
	Bess. W.	1825.0	5.69	7 59.3	1
			5.69	7 59.3	
51.	Bess. W.	1825.0	15 43 12.05	+ 14 20 58.3	
52.	Bonn B.VI	1855.0	15 43 18.19	+ 19 45 37.1	
53.	Bess. W.	1825.0	15 43 48.06	+ 8 40 9.2	½
	M_1.	1880.0	48.02	4.1	1
			48.03	5.8	
54.	Lal.	1800.0	15 44 23.82	+ 12 53 37.4	0
	Piazzi	1800.0	23.49	38.6	0
	Bess. W.	1825.0	23.87	37.7	½
	Schjell.	1865.0	23.75	37.4	1
	Glasgow	1870.0	23.69	37.2	1
			23.75	37.4	
55.	Bonn B.VI	1855.0	15 45 1.29	+ 11 26 11.3	
56.	Bess. W.	1825.0	15 45 51.34	+ 8 12 15.1	1
	Munich I	1880.0	51.51	14.7	1
			51.43	14.9	
57.	Bess. W.	1825.0	15 46 10.15	+ 10 52 18.9	
58.	Lal.	1800.0	15 46 26.25	+ 14 14 10.6	0
	Bess. W_2	1825.0	26.54	8.1	1
			26.54	8.1	
59.	Bess. W	1825.0	15 46 29.72	+ 8 10 42.3	1
	Munich I	1880.0	29.64	41.7	1
			29.68	42.0	
60.	Lal.	1800.0	15 47 48.66	+ 8 41 16.1	0
	Bess. W.	1825.0	48.83	17.2	½
	Munich I	1880.0	48.65	15.4	½
	Poulkowo	1890.0	48.52	12.7	1
			48.63	14.5	
61.	Lal.	1800.0	15 48 4.19	+ 12 40 49.2	0
	Bess. W.	1825.0	3.53	49.2	½
	Glasgow	1870.0	3.79	50.4	1
			3.70	50.0	
62.	Lal.	1800.0	15 48 27.88	+ 4 45 41.5	0
	Bess. W.	1825.0	28.04	37.2	½
	Albany	1875.0	27.85	36.1	1
			27.91	36.9	

Bulletin N. S. IV (XXXVI) p. 286.

№		Ep.	α (1890.0)	δ (1890.0)	p.
62[a]	M_2	1893.0	15[h]48[m]45[s].88	+ 7°25′31″.8	
63.	Lal.	1800.0	15 48 53.44	+ 3 37 13.9	0
	Bess. W.	1825.0	53.52	12.4	½
	Goetting.	1860.0	53.83	6.7	½
	Glasgow	1870.0	53.66	6.0	1
	Albany	1875.0	53.63	7.1	1
	Munich I	1880.0	53.42	10.3	½
			53.62	7.9	
64.	Lal.	1800.0	15 48 54.47	+ 2 28 5.2	0
	Rümk.	1836.0	54.18	13.7	0
	Albany	1875.0	54.39	4.9	1
	Lam.	1880.0	54.47	5.4	½
			54.42	5.1	
65.	Bess. W.	1825.0	15 50 16.32	+ 6 1 55.5	
66.	Munich	1880.0	15 52 51.03	+ 1 54 19.5	
67.	Lal.	1800.0	15 53 29.18	+ 0 54 43.1	0
	Bess. W.	1825.0	28.90	39.2	½
	Santini	1840.0	29.18	38.8	½
	Goettingen	1860.0	29.17	38.8	½
	Moscou Z.	1860.0	29.11	40.4	½
	Glasgow	1870.0	29.13	38.6	1
	Albany	1875.0	29.21	38.6	1
	Munich	1880.0	29.18	39.5	½
			29.14	39.0	
68.	Bess. W.	1825.0	15 55 55.43	+ 2 22 26.0	½
	Goettingen	1860.0	55.50	23.2	½
	Schjell.	1865.0	55.50	24.7	½
	Glasgow	1870.0	55.59	25.2	1
	Albany	1875.0	55.55	24.6	1
			55.53	24.8	
69.	Lal.	1800.0	15 57 5.04	— 0 6 19.5	0
	Bess. W.	1825.0	4.69	6 22.5	½
	Schjell.	1865.0	4.81	(5 31.2)	½
	Glasgow	1870.0	4.67	6 21.4	1
	Armagh.	1875.0	4.78	6 23.7	½
	Goettingen	1875.0	4.76	6 23.3	½
	Lam.	1880.0	4.65	6 20.0	½
			4.72	6 21.9	

[a] Bulletin N. S. IV (XXXVI) p. 227.

№		Ep.	α (1890.0)	δ (1890.0)	p.
70.	Lal.	1800.0	16^h 3^{m}15^s.82	—12°45′34″.1	0
	Berlin	1865.0	15.67	37.1	1
			15.67	37.1	
71.	Hambourg	1855.0	16 6 48.71	—13 45 12.6	
72.	Lal.	1800.0	16 6 58.32	—14 49 53.9	0
	Bess. W.	1825.0	58.16	49 59.9	1
	Argel.	1850.0	58.12	49 57.2	1
	Lam.	1880.0	57.70	50 1.8	1
			57.99	49 59.6	
73.	Argel. Z.	1850.0	16 7 10.56	—15 29 26.4	1
	Lam.	1880.0	10.47	29.1	1
			10.51	27.8	
74.	Cordoba	1875.0	16 7 59.59	—13 42 23.8	
75.	Bess. W.	1825.0	16 9 38.93	—14 34 23.5	½
	Cordoba	1875.0	38.83	22.5	1
	Lam.	1880.0	38.62	23.4	½
			38.80	23.0	
76.	Lal.	1800.0	16 12 7.64	—17 6 55.5	0
	Argel. Oeltz.	1850.0	7.65	56.3	½
	Pola	1880.0	7.89	57.9	1
			7.81	57.4	
77.	Piazzi	1800.0	16 14 1.14	—23 54 8.3	0
	Lal.	1800.0	1.18	8.6	0
	Yarn.	1860.0	1.00	12.8	1
	Cordoba	1875.0	1.01	12.1	1
	Cape	1880.0	1.01	12.1	1
			1.01	12.3	
78.	Piazzi	1800.0	16 18 48.69	—23 12 15.4	0
	Lal.	1800.0	48.52	12 8.1	0
	Argel. Oeltz.	1850.0	59.38	11 32.0	½
	Yarn.	1860.0	59.28	11 34.5	1
	Cordoba	1875.0	59.32	11 36.0	1
			59.32	11 34.6	
79.	Wash. Z.	1850.0	16 21 45.69	—24 30 3.9	½
	Argel.	1850.0	45.82	2.0	½
	Cordoba	1875.0	45.82	5.3	1
			45.79	4.1	

№		Ep.	α (1890·0)	δ (1890.0)	p.
80.	Yarn.	1860.0	$16^h34^m36^s.84$	$-32°36'25''.7$	1
	Cordoba	1875.0	37.05	24.0	1
	Cape	1880.0	36.88	23.8	1
			36.92	24.5	
81.	Yarn.	1860.0	16 34 38.48	−32 55 46.5	1
	Cordoba	1875.0	38.43	46.5	1
	Cape	1880.0	38.33	47.1	1
			38.41	46.7	
82.	Yarn.	1860.0	14 38 24.47	−32 38 35.4	1
	Cordoba	1875.0	24.60	36.6	1
	Cape	1880.0	24.48	35.0	1
			24.52	35.7	
83.	Cordoba	1875.0	16 41 43.19	−34 40 13.2	
84.	Yarn.	1860.0	16 43 35.17	−37 19 22.6	1
	Cordoba	1875.0	35.23	22.9	1
	Cape	1880.0	35.11	23.7	1
			35.17	23.1	

Comparaison des éphémérides avec les observations.

La comparaison des éphémérides avec les positions observées de la comète relativement aux positions des étoiles citées donne pour $\Delta\alpha \cos\delta$ et $\Delta\delta$ les valeurs suivantes.

		T. M. B. 1890.	α (obs.)	δ (obs.)	Obs. — Cal. $\Delta\alpha\cos\delta$	Obs. — Cal. $\Delta\delta$	Étoile de compar.
Nice	Juillet	24.49790	$15^h14^m18^s.81$	$+77°30'15''.5$	$-0^s.13$	$-1''.0$	4
Nice		25.42941	14 0.74	76 36 44.5	+0.09	− 4.3	1
Mt. Hamilton		25.92341	13 54.39	76 7 55.3	+0.18	− 1.4	3
»		26.00113	13 50.44	—	−0.57	—	8
»		26.01747	—	76 2 18.9	—	(−4' 6.6)	—
»		26.93432	—	75 7 46.4	—	− 2.8	—
»		26.93905	15 13 47.05	—	+0.18	—	22
Vienne		27.52961	13 45.62	70 31 48.2	−0.01	+ 5.2	17
Cambridge		27.78293	13 42.16	74 16 10.1	−1.07	+ 5.4	17
Cambridge		27.78392	—	74 16 8.5	—	+ 0.7	—
Mt. Hamilton		27.94824	13 48.29	—	+0.42	—	4[a]
»		27.98571	—	74 3 41.7	—	− 0.3	4[a]
Vienne		28.44788	13 48.54	73 35 3.6	−0.16	+ 3.5	5
Nice		28.59687	13 50.31	73 25 40.2	+0.06	− 0.7	5
Vienne		29.47155	13 58.45	72 30 22.7	−0.02	+ 4.5	6
Vienne		30.41686	14 12.10	71 29 17.4	+0.09	+ 7.2	2
Nice		30.45255	14 11.77	71 26 54.4	−0.20	+ 4.2	18

[a] Bulletin N. S. IV (XXXVI) p. 239.

	T. M. B. 1890.	α (obs)	δ (obs.)	Obs. — Cal. Δα cos δ	Obs. — Cal. Δδ	Étoile de compar.
Mt. Hamilton Août	3.76359	15h15m55s.14	66 30 36.3	— 0.03	+ 2.1	14
Vienne	4.40030	16 14.78	65 44 32.3	— 0.05	+ 8.6	11
Nice	5.38244	16 46.68	64 32 8.1	— 0.17	+ 9.7	—
Bordeaux	5.46422	16 47.75	64 15 35.1	(— 0.89)	(—10'17.3)	7
Nice	6.39494	17 21.48	63 15 52.1	— 0.34	+ 3.3	9
Bordeaux	6.45889	17 24.98	63 10 59.7	+ 0.23	+ 5.8	9
Mt. Hamilton	6.75877	17 36.59	62 47 53.7	+ 0.63	— 6.1	16
Palerme	7.38855	17 59.67	61 59 47.3	+ 0.63	— 10.8	12
Bordeaux	7.49200	18 1.04	61 54 42.8	— 0.54	(+3'16.4)	24
Hambourg	7.51883	17 59.69	61 49 14.8	— 1.65	— 6.6	21
Albany	7.66157	18 7.78	61 38 21.8	— 0.38	+ 7.1	18
Palerme	8.39485	18 38.12	60 40 39.1	+ 0.78	— 2.9	15
Mt. Hamilton	8.78522	—	60 9 50.4	—	+ 5.8	—
»	8.79186	18 51.94	—	— 0.05	—	19
Palerme	9.39482	15 19 16.12	59°21' 4".2	+ 0s.08	+ 7".2	ι Draconis
Hambourg	9.55415	19 20.66	59 8 47.1	— 0.89	(+ 42.4)	
Mt. Hamilton	10.81215	—	57 25 36.0	—	+ 6.6	20
»	10.82400	20 14.63	—	+ 0.09	—	20
Bordeaux	11.44388	20 40.81	56 33 4.7	— 0.01	— 3.2	28
Toulouse	11.49659	20 44.45	56 29 10.0	+ 0.76	(+ 25.7)	26
Kremsmünster	12.47638	21 25.86	55 6 16.4	+ 0.28	— 7.7	30
Mt. Hamilton	12.76549	21 37.37	54 42 3.1	— 0.39	+ 11.0	25
Strassbourg	14.44293	22 52.35	52 17 39.4	— 0.36	+ 11.4	10
Hambourg	14.47905	22 53.71	52 14 19.6	— 0.53	+ 0.2	10
Mt. Hamilton	14.80109	23 9.21	51 46 24.7	— 0.02	+ 12.7	27
Bordeaux	15.49876	23 41.76	50 44 57.7	+ 0.30	+ 5.3	36
Albany	15.64941	23 47.75	50 31 45.4	— 0.32	+ 11.7	41
Mt. Hamilton	15.78147	23 54.19	50 20 4.2	— 0.09	+ 11.9	30[a]
Nice	16.37870	24 21.91	49 26 50.3	— 0.18	+ 8.3	32
Alger	16.41564	24 23.65	49 23 36.5	— 0.17	+ 7.5	32
Paris	16.47223	24 26.72	49 18 31.4	+ 0.10	+ 5.7	32
Paris	16.48800	24 27.53	49 17 7.3	+ 0.14	(— 53.4)	32
Toulouse	16.49022	24 26.71	49 17 5.9	— 0.46	+ 17.1	23
Hambourg	16.50794	24 27.82	49 16 2.7	— 0.27	(+ 48.4)	23
Toulouse	16.53770	24 30.24	49 12 48.1	+ 0.40	+ 11.6	32
Vienne	17.37148	25 8.70	47 58 0.1	— 0.15	+ 16.8	34
Alger	18.42183	25 58.82	46 22 40.6	— 0.14	+ 9.1	29
Mt. Hamilton	18.85038	26 18.55	45 43 28.4	— 0.78	+ 5.4	35
Paris	19.42588	26 48.17	44 50 52.2	+ 0.46	+ 14.9	38
Alger	19.45777	26 48.66	44 47 52.6	— 0.30	+ 11.5	37
Dresde	19.46511	26 49.15	44 47 13.1	— 0.20	+ 11.4	31
Nice	20.37426	27 33.29	43 23 18.8	— 0.38	+ 9.8	39
Bordeaux	21.49980	28 29.18	41 38 34.5	— 0.05	— 1.1	33
Mt. Hamilton	21.76985	28 43.66	—	(+ 1.22)	—	41[a]
Paris	22.46747	29 19.74	40 8 21.4	(+ 2.60)	+ 11.1	
Bordeaux	22.49196	29 17.64	40 6 4.2	— 0.69	+ 11.5	40

[a] Bulletin N. S. IV (XXXVI) p. 240.

		T. M. B. 1890.	α (obs.)	δ (obs.)	Obs. — Cal. Δα cos δ	Obs. — Cal. Δδ	Étoile de compar.
Albany	Sept.	1.59696	15ʰ37ᵐ56ˢ.96	+ 24°18′12″.5	+ 0ˢ.08	+ 10″.7	42
Poulkowo		3.36436	39 29.58	21 36 44.0	— 0.02	+ 10.5	44
Copenhague		3.36445	39 29.11	21 36 47.0	— 0.52	+ 14.0	44
Bordeaux		3.42344	39 33.19	21 30 56.6	+ 0.46	— 15.7	45
Mt. Hamilton		3.76065	39 49.98	21 0 50.6	— 0.39	+ 8.1	
Poulkowo		4.36105	40 22.28	20 6 17.0	+ 0.06	— 22.5	47
Albany		4.62279	40 35.31	19 43 24.8	— 0.69	+ 12.9	52
Albany		4.64222	40 36.91	19 41 40.1	— 0.15	+ 12.2	49
Dresde		5.33927	41 13.94	18 39 30.5	— 0.01	— 3.6	48
Bordeaux		6.41207	42 10.25	17 4 53.4	— 0.60	+ 11.7	43
Bordeaux		7.42571	43 4.78	15 37 31.9	— 0.06	(+ 66.4)	46
Mt. Hamilton		7.80891	43 29.76	—	(+ 4.00)	—	D. M.
Hambourg		8.34829	43 53.48	14 17 26.2	— 0.58	+ 19.4	51
Hambourg		8.37757	43 55.45	14 14 39.6	— 0.19	+ 2.8	58
Bordeaux		8.40368	43 57.34	14 12 27.9	+ 0.28	+ 4.9	58
Copenhague		8.40661	43 56.84	14 12 17.2	— 0.36	+ 9.1	58
Cambridge		8.57954	44 5.70	13 57 42.7	— 0.73	+ 19.1	50
Copenhague		9.34112	44 47.05	12 53 2.3	— 0.19	+ 7.4	54
Bordeaux		9.37552	44 50.51	12 47 36.1	+ 1.39	(—2′25.0)	61
Bordeaux		10.40100	45 44.03	11 26 36.0	— 0.11	+ 12.4	55
Mt. Hamilton		10.71882	46 1.21	10 58 10.1	+ 0.95	+ 2.2	57
Poulkowo		12.34616	47 28.75	8 45 45.5	— 0.28	+ 6.6	60
Copenhague		12.35308	15 47 28.55	+ 8°45′17″.8	— 0ˢ.85	+ 5″.8	60
Bordeaux		12.40435	47 31.95	8 41 13.0	— 0.23	+ 7.6	53
Mt. Hamilton		12.72306	47 49.52	8 15 40.0	+ 0.10	+ 3.4	56
»		12.72306	47 49.49	—	+ 0.07	—	59
Hambourg		13.33830	48 22.22	—	— 0.45	—	62[a]
Hambourg		13.34401	—	7 26 28.5	—	+ 7.1	62[a]
Copenhague		13.37303	48 24.10	7 24 12.2	— 0.54	+ 7.7	
Hambourg		13.37325	48 24.33	—	— 0.33	—	62[a]
Bordeaux		14.41022	49 21.21	6 3 13.4	+ 0.22	+ 11.0	65
Copenhague		15.34060	50 10.64	—	— 1.01	—	
Bordeaux		15.39197	50 14.31	4 47 54.4	— 0.16	+ 10.6	62
Copenhague		16.33687	51 5.55	3 36 35.5	— 0.55	+ 3.8	
Dresde		17.32512	52 0.30	2 23 48.7	+ 0.05	+ 5.2	64
Hambourg		17.34301	52 1.23	2 22 6.3	— 0.01	+ 7.5	64
Strassbourg		17.37948	52 2.84	2 19 26.0	— 0.39	+ 4.6	68
Mt. Hamilton		17.70081	52 20.59	1 55 57.2	— 0.28	— 1.8	66
Dresde		18.32049	52 54.95	1 11 10.7	+ 0.01	— 18.2	
Copenhague		18.35321	52 56.26	1 8 46.0	— 0.48	— 3.3	
Albany		18.56370	53 7.49	+ 0 53 45.7	— 0.84	+ 1.6	67
Dresde		19.32845	53 50.38	— 0 0 34.3	— 0.04	(— 19.5)	
Copenhague		19.33606	53 49.31	— 0 1 8.1	— 1.60	— 3.5	

[a] Bulletin N. S. IV (XXXVI) p. 241.

		T. M. B. 1890.	α (obs.)	δ (obs.)	Obs. — Cal. Δα cos δ	Obs. — Cal. Δδ	Étoile de compar.
Cordoba	Oct.	1.54363	16h 5m17s.63	—12°41'15".1	—1s.12	+2".4	70
Cordoba		2.54545	6 15.55	—13 35 16.1	—1.07	+15.2	74
Mt. Hamilton		2.67576	—	—13 42 49.6	—	—21.1	71
Mt. Hamilton		2.68594	6 25.09	—	+0.29	—	71
Cordoba		3.53663	7 12.93	—14 28 10.1	—1.34	— 7.5	75
Windsor		3.93428	7 37.41	—14 49 6.2	—0.08	—16.7	72
Cordoba		4.52319	8 10.48	—15 19 31.6	—1.41	—14.2	73
Mt. Hamilton		6.67420	—	—17 7 47.6	—	—16.4	76
Mt. Hamilton		6.68287	10 18.78	—	—0.44	—	76
Cordoba		14.53879	16 18 15.78	—28° 6'57".3	—0s.90	—27".0	78
»		15.54742	19 19.75	—28 49 11.2	—0.15	—21.9	77
»		16.53354	20 21.12	—24 29 51.1	—0.88	—23.5	79
»		29.54297	34 45.82	—32 28 34.8	—2.59	—49.4	80
»		30.54423	35 56.64	—33 1 33.7	—2.53	—44.5	81
»		31.54237	37 7.90	—33 33 57.1	—2.47	—37.3	82
»	Nov.	2.53840	39 32.03	—34 37 47.9	—2.66	—43.4	83
»		7.54516	45 47.65	—37 11 2.1	—2.06	—49.1	84

Ces valeurs sont divisées comme on voit en six groupes. En prenant la moyenne de chacun de ces groupes nous obtenons à peu près les dates suivantes: 2 août, 16 août, 7 septembre, 4 octobre et 26 octobre, qui ont été prises comme dates normales.

Équations de condition et équations normales.

En se servant des formules connues on obtient les équations de condition suivantes, les coëfficients étant exprimés en logarithmes:

							p.
$2.77315_n d\tau$	+ 5.64435 $d \log q$	+ 9.73065 $d\pi$	+ $9.53666_n d\lambda$	+ 9.75679 di	+ 4.53594 de	= 9.95424_n	33.0
2.61572_n	5.68939	9.60734	8.72772_n	9.75053	4.39987	0.43136_n	27.5
1.84593	5.54945	8.96472	9.67093	9.59412	3.67178	0.14615_n	16.0
2.37053	5.49972	8.05759_n	9.78279	9.47301	2.92081	0.77815_n	17.0
2.68956	5.39128	9.25335_n	9.89625	8.89955	3.32829	1.07555_n	6.5
2.75794	5.30573	9.41959_n	9.92426	9.08552_n	3.98427	1.42651_n	8.0
3.22444	5.58290_n	9.86510_n	0.07556	9.84920	4.35838_n	0.39794	32.0
3.42536	5.60065_n	9.97559_n	0.16550	9.70319	4.38809_n	0.95424	26.0
3.54159	5.32670_n	0.01116_n	0.11357	8.88861	4.17042_n	0.73239	17.0
3.52413	5.05699_n	9.98036_n	0.04052	7.51530_n	3.89760_n	9.69897	14.5
3.42846	4.79981	9.88191_n	9.84304	8.39987_n	3.79224	0.78533_n	6.5
3.30873	5.23430	9.79889_n	9.69393	8.72331	4.09754	1.56820_n	8.0

Bulletin N. S. IV (XXXVI) p. 242.

Si on multiplie ces équations par la racine carrée de leurs poids respectifs elles deviennent:

3.53241$_n$ $d\tau$ +	6.40361 $d \log q$ +	0.48991 $d\pi$ +	0.29592$_n$ $d\lambda$ +	0.51605 di +	5.29520 de =	0.71350$_n$
3.33539$_n$	6.35906	0.32701	9.44739$_n$	0.47020	5.11954	1.15103$_n$
2.47357	6.17709	9.59236	0.29857	0.22176	4.29937	0.77377$_n$
2.98575	6.11494	8.67281$_n$	0.39801	0.08823	3.53603	1.39337$_n$
3.09602	5.79774	9.65981$_n$	0.30271	9.30601	3.78475	1.48201$_n$
3.20948	5.75727	9.87113$_n$	0.37580	9.53706$_n$	4.43581	1.87805$_n$
3.97701	6.33547$_n$	0.61767$_n$	0.82813	0.60177	5.11095$_n$	1.15051
4.13284	6.30813$_n$	0.68307$_n$	0.87298	0.41067	5.09557$_n$	1.66172
4.15681	5.94192$_n$	0.62638$_n$	0.72879	9.50383	4.78564$_n$	1.34761
4.10481	5.63767$_n$	0.56104$_n$	0.62120	8.09598$_n$	4.47828$_n$	0.27965
3.83492	5.20627	0.28837$_n$	0.24950	8.80633$_n$	4.19870	1.19179$_n$
3.76027	5.68584	0.25043$_n$	0.14547	9.17485	4.54908	2.01974$_n$

En multipliant maintenant ces équations par un coëfficient d'homogénéité ν tel que:

$$\nu = 2.01974$$
$$\nu x = 4.15681\, d\tau$$
$$\nu y = 6.40361\, d \log q$$
$$\nu z = 0.68307\, d\pi$$
$$\nu t = 0.87298\, d\Omega$$
$$\nu u = 0.60177\, di$$
$$\nu w = 5.29520\, de$$

on obtient finalement:

9.37560$_n$ x +	0.00000 y +	9.80684 z +	9.42294$_n$ t +	9.91428 u +	0.00000 w =	8.69876$_n$
9.17858$_n$	9.95545	9.64394	8.57441$_n$	9.86843	9.82434	9.13129$_n$
8.31676	9.77348	8.90929	9.42559	9.61999	9.00417	8.75403$_n$
8.82894	9.71133	7.98974$_n$	9.52503	9.48646	8.24063	9.37863$_n$
8.93921	9.39413	8.97674$_n$	9.42973	8.70424	8.43955	9.46227$_n$
9.05267	9.35866	9.18806$_n$	9.50282	8.93529$_n$	9.14061	9.85831$_n$
9.82020	9.93186$_n$	9.93460$_n$	9.95515	0.00000	9.81575$_n$	9.13077
9.97603	9.90452$_n$	0.00000$_n$	0.00000	9.80890	9.80037$_n$	9.64198
0.00000	9.53831$_n$	9.94331$_n$	9.85581	8.90206	9.49044$_n$	9.32787
9.94800	9.23406$_n$	9.87797$_n$	9.74822	7.49421$_n$	9.18308$_n$	8.25991
9.67811	8.80266	9.60530$_n$	9.37652	8.20456$_n$	8.90350	9.17205$_n$
9.60346	9.28223	9.56786$_n$	9.27249	8.57808	9.25388	0.00000$_n$

De ces équations nous déduisons les équations normales suivantes:

0.55775 x +	0.29983$_n$ y +	0.56180$_n$ z +	0.49155 t +	0.03039 u +	0.22565$_n$ w =	9.22896
0.29983$_n$	0.61365	0.46203	0.22944$_n$	9.69298	0.46948	0.11614$_n$
0.56180$_n$	0.46203	0.60459	0.50999$_n$	9.83785	0.38046	9.44846$_n$
0.49155	0.22944$_n$	0.50999$_n$	0.49995	0.19297	0.22581$_n$	9.06733
0.03039	9.69298	9.83785$_n$	0.19297	0.46537	9.43291	9.32290
0.22565$_n$	0.46948	0.38046	0.22581$_n$	9.43291	0.39094	9.94571$_n$

En négligeant d'abord w, c'est à dire en prenant l'eccentricité égale à l'unité, la résolution de ces équations donne:

$\log x = 0.52101$	$\log \quad d\tau = 8.88394$	$d\tau = 0.024206 \pm 0.004242$
$\log y = 0.28388n$	$\log d\log q = 5.90001n$	$d\log q = -0.0000794 \pm 0.0000103$
$\log z = 0.75160$	$\log \quad d\pi = 2.08827$	$d\pi = +122''.53 \pm 20''.63$
$\log t = 0.28851$	$\log \quad d\lambda = 1.88527$	$d\lambda = +24''.28 \pm 6''.71$
$\log u = 9.61973n$	$\log \quad di = 1.03770n$	$di = -10''.91 \pm 5''.08$

Ces valeurs portées dans les équations de condition donnent les résidus suivants:

$\Delta\alpha \cos\delta$	$\Delta\delta$
+ 2".83	— 0".15
+ 0.26	+ 1.32
— 6.66	+ 0.66
— 3.34	— 0.95
+ 0.47	— 10.17
+ 14.03	+ 6.96

Ces résultats n'étant pas satisfaisants la résolution des équations normales a été reprise en tenant compte de l'eccentricité. Ce second calcul a donné:

$\log x = 0.61188$	$\log \quad d\tau = 8.47481$	$d\tau = 0.029841 \pm 0.002740$
$\log y = 0.01437n$	$\log d\log q = 5.63050n$	$d\log q = -0.0000427 \pm 0.0000091$
$\log z = 0.75472$	$\log \quad d\pi = 2.09139$	$d\pi = +128''.42 \pm 12''.84$
$\log t = 9.68579$	$\log \quad d\lambda = 0.83255$	$d\lambda = +6''.80 \pm 5''.13$
$\log u = 8.50840n$	$\log \quad di = 9.92637n$	$di = -0''.84 \pm 3''.56$
$\log w = 0.18695n$	$\log \quad de = 6.91149n$	$de = -0.0008156 \pm 0.0001493.$

Les résidus deviennent alors:

$\Delta\alpha \cos\delta$	$\Delta\delta$
— 0".09	— 0".48
+ 0.41	+ 0.25
— 1.23	+ 1.72
+ 1.28	+ 0.06
— 2.58	— 10.90
+ 0.68	+ 5.85

L'erreur probable étant égale à $\pm 9''.59$ pour l'unité de poids.

Ce résultat, étant meilleur que le précédent, indique que c'est d'une ellipse que se rapproche le plus l'orbite parcourue par la comète tant qu'elle nous était visible.

En ajoutant ces dernières corrections aux éléments de M. Krueger nous obtenons:

Bulletin N. S. IV (XXXVI) p. 244.

$$\left.\begin{aligned} \tau &= 1890\ \text{Spt. } 24.545111\ \text{T.M.B.} \\ \pi &= 163^\circ\ 2'21''.02 \\ \Omega &= 100\ \ 7\ 15.30 \\ i &= \ 98\ 56\ 29.16 \\ \log q &= 0.1004453 \\ e &= 0.9991844 \end{aligned}\right\} \text{Équin. M. 1890.0}$$

Calcul des perturbations.

Les valeurs de $\Delta\delta$ pour le 4 et le 26 octobre étant assez considérables c'est à l'influence des perturbations produites sur le mouvement de la comète par Jupiter et par la Terre (les seules planètes dont l'influence aurait pu être sensible) qu'il semblait naturel d'attribuer ces écarts. Mais les résultats obtenus par le calcul des perturbations sont tellement insignifiants que c'est plutôt dans la faiblesse extrême qui a précédé la disparition complète de la comète qu'il faut chercher la raison des valeurs peu satisfaisantes de $\Delta\delta$ pour les deux dernières dates normales. D'ailleurs depuis le 14 Octobre la comète n'a été observée qu'à un seul observatoire (celui de Cordoba).

Pour ce qui est du calcul des perturbations, voici les résultats obtenus:

		δx	δy	δz	$\Delta\alpha \cos\delta$	$\Delta\delta$
Août	2	0".00	0".00	0".00	0".00	0".00
Août	16	+ 1.51	— 0.93	— 4.68	— 0.01	— 0.03
Sept.	7	+ 12.46	— 5.26	— 26.67	+ 0.12	— 0.37
Sept.	15	+ 20.42	— 11.15	— 38.13	+ 0.23	— 0.59
Oct.	4	+ 50.21	— 26.11	— 70.23	+ 0.54	— 1.01
Oct.	26	+106.63	— 57.66	—106.78	+ 1.07	— 1.25

En prenant en considération ces resultats on obtient pour les corrections des éléments:

$$\begin{aligned} d\tau &= +0.029975 \pm 0.002783 \\ d\log q &= -0.0000898 \pm 0.0000091 \\ d\pi &= +120''.24 \pm 12''.31 \\ d\Omega &= +\ 4.31 \pm 5.12 \\ di &= +\ 0.39 \pm 3.55 \\ de &= -0.0008458 \pm 0.0001489 \end{aligned}$$

et l'erreur probable devient $\pm 9''.56$ pour l'unité de poids.

Si nous ajoutons ces valeurs aux éléments de M. Krueger nous obtenons finalement pour les valeurs les plus probables des éléments de la comète:

$$\begin{aligned} \tau &= 1890\ \text{Sept. } 24.545245\ \text{T. M. B.} \\ \pi &= 163^\circ\ 2'17''.84 \\ \Omega &= 100\ \ 7\ 12.81 \\ i &= \ \ 98\ 56\ 30.39 \end{aligned} \Big\} \text{Équin M. } 1890.0.$$

$$\log q = 0.1004482$$

$$e = 0.9991542$$

Je ne saurais terminer sans exprimer ma vive reconnaissance à M-lle Bronsky qui en prenant sur elle l'exécution de quelques uns des calculs m'a fourni par là un précieux matériel pour contrôler la partie correspondante de mon travail.

MÉLANGES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES
TIRÉS DU
BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG.
TOME VII.

Über den Lichtwechsel von β Lyrae nach Beobachtungen des Herrn J. Plassmann. Von E. Lindemann. (Lu le 17 septembre 1893.)

(Mit einer Tafel.)

Die Combination der neueren spectrographischen Beobachtungen einiger veränderlicher Sterne mit dem durch die früheren Forscher im Stillen angesammelten Material an Helligkeitsbestimmungen hat in neuerer Zeit der Theorie der Veränderlichen einen unerwarteten Aufschwung gegeben, und namentlich haben die hochinteressanten Folgerungen der Herren Pickering, Vogel, Dunér, Belopolsky, in Bezug auf diejenigen Veränderlichen, deren Lichtwechsel schon mit bedeutender Sicherheit festgestellt werden konnte, zu so bahnbrechenden Errungenschaften geführt, dass sich der weiteren parallelen Verfolgung der veränderlichen Sterne auf spectrographischem Wege und durch photometrische Messungen, oder Stufenschätzungen, ein Feld voll glänzender Ausbeute in Aussicht eröffnet hat.

Was speciell den Stern β Lyrae betrifft, so liessen die im letzten Jahre in Pulkowo unternommenen spectrographischen Aufnahmen desselben es höchst erwünscht erscheinen die in den classischen Arbeiten von Argelander niedergelegte Theorie von β Lyrae an neueren Beobachtungen zu prüfen, indem schon Argelander selbst eine fortschreitende Zunahme der Periode dieses Sterns feststellte, welche auch durch die späteren Beobachter, namentlich Schönfeld und Reed, Bestätigung gefunden hat. Dass in dem bald 40-jährigen Zeitraume, der seit den betreffenden Arbeiten Argelander's verflossen ist, nicht auch anderweitige Änderungen im Lichtwechsel von β Lyrae vorgegangen sein dürften, lässt sich nicht ohne Weiteres behaupten. Im Gegentheil machen es die von den Beobachtern bemerkten Unregelmässigkeiten im Lichtwechsel sehr wahrscheinlich und die constatirten Ungleichheiten der Periode sogar kaum fraglich, dass die Argelander'sche Theorie nicht mehr so vollkommen wie früher den Beobachtungen entspreche.

Für eine solche Prüfung liegt, so viel mir bekannt, bloss die mehrjährige Beobachtungsreihe von Herrn J. Plassmann in Warendorf vor. Die von diesem eifrigen Beobachter der helleren Veränderlichen vor 1888 erhaltenen Beobachtungen von β Lyrae sind bekanntlich schon von Schönfeld der

Berechnung unterworfen worden (Vierteljahrschrift der Astron. Gesellsch. 1888). Die späteren Beobachtungen Plassmann's für die Jahre 1888, 1889 und 1890 sind in seinen «Beobachtungen veränderlicher Sterne, Theil II und III, Köln. 1890. 1891» enthalten, und die neuesten, aus den Jahren 1891, 1892 und 1893, hat Herr Plassmann die Güte gehabt mir im Manuscript zur Verfügung zu stellen. Diese sechsjährigen Beobachtungen bestehen in 800 Einzelvergleichungen, durch Stufenschätzung, mit den benachbarten Sternen γ und ζ Lyrae und μ und ο Herculis, und bieten 340 getrennte Helligkeitsbestimmungen von β Lyrae. Herr Plassmann hat den Stern regelmässig, offenbar so weit es die Witterungsverhältnisse und andere Umstände erlaubten, in 24-stündigen, und nur ausnahmsweise in 12-stündigen Zeitintervallen beobachtet. Zu Bestimmungen der einzelnen charakteristischen Epochen reichen diese Beobachtungen nicht aus, indem z. B. zur Ermittelung der Hauptminima nicht mehr als je 3—4 Beobachtungen vorliegen, welche die Einbiegung der Lichtcurve nur sehr unvollkommen erkennen lassen. Ich habe trotzdem, auf graphischem Wege, versucht 4 Hauptminima, 7 Nebenminima und 8 Epochen der beiden Maxima abzuleiten; dieser Versuch musste aber aus genanntem Grunde scheitern, indem die Unsicherheit der erhaltenen Epochen die ermittelten Correctionen derselben nicht unbedeutend übertraf.

Es musste demnach die etwaige Correction der Epoche zusammen mit der Lichtcurve abgeleitet werden. Bevor ich jedoch über das hierzu eingeschlagene Verfahren berichte, mögen einige Worte über die Berechnung der Beobachtungen selbst vorangehen.

Die vom Beobachter benutzten Vergleichsterne sind, wie gesagt, γ und ζ Lyrae und ο und μ Herculis. Aus sämmtlichen, für den Zweck geeigneten Beobachtungen habe ich die Stufenwerthe des Beobachters für diese Vergleichsterne, wie folgt, erhalten.

	ζ Lyrae.	ο Herculis.	μ Herculis.	γ Lyrae.	
1888 — 1889	0.0	5.4	8.6	12.7	
1890	0.0	5.0	8.7	12.6	
Mittel abgerundet:	0.0	5.0	9.0	13.0	(I)
1891, 1892, 1893	0.0	6.0	11.0	13.0	(II)
Gesammtmittel:	0.0	5.5	10.0	13.0	(III)

Die Übereinstimmung dieser Stufenwerthe beweist, dass die Schätzungsweise des Beobachters, bis auf sehr kleine Differenzen, im Laufe der betreffenden sechs Jahre constant geblieben ist, und dass demnach die Beobachtungen aus den verschiedenen Jahren ohne Zwang mit einander vergleichbare Werthe bieten. Unter Annahme der Grössen der Vergleichsterne nach der

Uranometria Oxoniensis: $\zeta = 4^m.54$ und $\gamma = 3^m.16$, folgt der Werth einer Plassmann'schen Stufe:

$$1 \text{ Stufe} = 0^m.106.$$

Damit schliessen sich auch die Zwischensterne o und μ Herculis (nach III) sehr befriedigend an die Grössen der Uranometria Oxoniensis an:

	Uranom. Oxon.	Plassmann.
ζ Lyrae.	$4^m.54$	$4^m.54$
o Herculis	3.67	3.96
μ Herculis	3.50	3.48
γ Lyrae	3.16	3.16

Die Beobachtungen der Jahre 1888—1890 waren schon vollständig mit den Werthen (I) der Vergleichsterne berechnet, als das Manuscript für die Jahre 1891—1893 mir zu Händen kam. Deshalb berechnete ich diese letzten drei Jahre mit den ihnen zugehörigen Werthen (II) der Vergleichsterne. Anderenfalls wären vielleicht sämmtliche Beobachtungen mit den Mittelwerthen (III) zu berechnen gewesen, was jedoch im Grunde auf dasselbe herausgekommen wäre, denn während im letzteren Falle die kleinen Differenzen in den Werthen der Vergleichsterne sich vorwiegend schon bei der Reduction der Beobachtungen ausgeglichen hätten, heben sie sich vorliegendenfalls beim Mittelbilden aus den Beobachtungen auf.

Bei der Mittheilung der Plassmann'schen Beobachtungen, sowohl im Druck wie in der Handschrift, sind bloss die directen Vergleichungen mit den einzelnen Vergleichsternen gegeben, nebst Angabe des Datums und der Münsterer mittleren Zeit der Beobachtung in Stunden und Minuten, von einzelnen Notizen über den Zustand der Luft, die Güte der Beobachtungen u. dgl. begleitet. Es ist eine Copie des Beobachtungsjournals und bietet offenbar nichts, als was während der Beobachtung selbst niedergeschrieben wurde. Dieser Umstand dürfte, so viel dies überhaupt möglich ist, gegen jegliche Voreingenommenheit des Beobachters zeugen, indem letzterer keinen einzigen Schritt zur Berechnung der Vergleichungen gethan zu haben scheint und somit während der Beobachtung selbst nie genau wissen konnte, welche Resultate er an den Tagen vorher erhalten. Trotzdem stimmen die einzelnen Vergleichungen meist sehr gut untereinander, einzelne Beobachtungen ausgenommen, auf welche am Schlusse dieser Schrift zurückgekommen wird. Nachdem die Stunden- und Minutenangaben des Beobachters in Decimalen des Tages verwandelt, die einzelnen Vergleichungen mit oben angeführten Werthen der Vergleichsterne berechnet und die Mittel aus den zusammengehörenden gebildet worden, wurde folgendes Tableau der Plassmann'schen Stufenschätzungen von β Lyrae erhalten, in welchem

demnach die im Mittel erhaltenen Helligkeiten dieses Sterns in Stufenwerthen des Beobachters angeführt sind:

1888.

Juni	20.42	8.5	October	1.36	8.3
	25.47	9.3		3.35	4.3
Juli	13.47	6.5		5.35	7.0
	15.42	10.3		6.39	8.7
	20.41	8.7		7.32	5.7
	27.46	9.0		11.40	3.0
	29.41	9.3		13.59	8.0
	31.45	2.0		19.27	10.2
August	3.40	10.3		21.28	8.5
	7.44	3.0		24.29	4.3
	8.52	4.3		25.28	8.2
	14.41	8.5	November	5.30	0.0
	19.44	1.0		6.28	2.7
	24.42	8.2		7.27	6.5
	30.38	9.2		8.27	8.3
September	1.48	0.5		9.27	8.3
	11.38	10.5		10.27	8.7
	13.38	5.0		12.35	8.0
	14.37	2.0		28.37	9.5
	17.35	10.5	December	3.24	8.7
	18.38	10.0		6.29	5.0
	20.36	7.0		7.27	4.7
	21.33	6.5		8.27	6.5
	22.35	10.0		9.28	10.0
	23.36	10.3		11.3	10.0
	25.33	8.0		12.27	8.5
	26.32	4.0		14.25	0.0
	27.35	1.5		27.26	2.0
	30.42	9.3		29.27	10.0

1889.

Januar	1.77	3.5	April	20.45	9.0
	2.24	7.5		23.41	5.7
	3.24	8.5		24.41	8.3
	4.76	9.3	Mai	2.47	9.0
	5.75	10.2		6.43	8.3
	6.25	7.5		21.44	9.5
	12.73	9.0		22.47	8.5
	16.75	9.3		23.47	5.7
Februar	1.74	9.2		27.47	9.8

1889.

Juni	1.47	8.2	October	26.37	4.5
	2.44	9.5		28.38	9.3
	6.45	7.5		31.33	9.0
	20.47	8.0	November	11.24	9.0
	22.43	11.0		12.28	9.0
Juli	4.44	2.5		13.23	5.3
	28.40	5.8		14.28	0.0
	31.40	10.0		15.27	2.0
August	1.43	5.7		17.27	9.3
	16.39	1.0		18.25	9.5
September	15.36	5.7		19.25	7.6
	18.38	3.1		21.25	4.8
	21.37	6.7		22.24	7.7
	22.40	7.5		23.25	9.0
	23.37	2.5		29.31	8.5
	25.39	7.5	December	12.25	9.2
	30.42	6.5		13.23	9.3
October	15.30	7.5		16.26	9.0
	16.31	8.7		18.33	7.0
	19.39	0.7		27.25	10.5
	20.31	0.5		31.23	9.0
	24.34	8.3			

1890.

April	14.43	9.0	August	5.40	8.5
	15.46	9.2		19.53	3.0
	28.47	9.7		22.37	9.8
Mai	7.43	5.0		25.38	0.0
	11.54	10.7	September	6.35	7.2
	14.43	0.0		8.35	2.2
	16.43	8.0		9.35	8.0
	17.46	10.2		10.35	8.7
	18.51	9.7		12.37	8.2
	19.44	10.3		13.38	4.8
	22.42	9.0		14.37	4.2
	23.48	10.0		15.28	7.3
	27.41	1.7		16.35	7.2
Juli	13.42	9.0		17.36	9.3
	14.41	9.7		18.34	8.0
	16.46	6.7		19.34	8.0
	21.44	10.0		21.41	2.7
	24.43	4.2		23.46	10.2
	25.41	8.3		30.31	10.0
	27.41	9.2	October	2.33	6.3

1890.

October	3.34	— 0.5	December	8.24	8.8
	8.29	9.2		9.28	9.5
	9.30	6.0		10.23	10.0
	11.28	8.3		10.77	10.7
	12.36	9.0		11.24	11.3
	13.35	9.0		11.77	9.2
	14.30	9.0		12.23	9.7
	17.39	3.2		12.76	9.0
	21.31	9.2		13.25	5.1
	28.26	6.7		14.27	6.7
November	9.26	9.1		14.77	8.0
	10.26	9.0		15.25	7.0
	12.30	4.8		15.35	10.8
	15.38	10.0		16.25	9.5
	16.23	9.3		17.23	9.5
	19.33	9.5		27.78	8.0
	28.24	9.2		29.25	10.2
December	1.23	9.3		29.76	9.7
	6.25	3.7		30.26	7.7
	7.27	1.3		31.24	9.2

1891.

April	26.39	6.5	September	13.42	9.0
	28.43	— 6.0		23.31	5.2
Mai	3.42	8.7		24.34	6.7
	4.43	5.3		27.36	9.7
	5.45	5.3		29.30	3.5
	9.56	10.0		30.32	2.5
	10.47	— 0.7	October	1.34	6.0
	11.45	9.0		2.31	9.5
	13.42	9.2		11.35	9.2
	26.45	11.0		27.27	3.5
Juli	31.39	11.0		28.27	9.5
August	5.46	9.8		29.28	10.3
	14.47	9.2		30.27	10.2
	17.40	10.0	November	1.33	5.2
September	5.35	6.0		2.28	4.2
	6.37	8.3		3.26	7.8
	7.36	10.0		5.28	10.8
	8.36	10.3		8.26	— 0.2
	9.37	6.5		10.24	9.7
	10.36	5.7		23.23	9.5
	11.38	6.3		28.23	9.0

Bulletin N. S. IV (XXXVI) p. 256.

1891.

December	19.28	10.2	December	22.23	8.5
	20.26	10.5		24.28	6.7
	21.24	7.0		25.27	7.2

1892.

März	11.65	8.7	Juli	28.42	9.0
	21.67	9.0	August	3.39	9.5
	31.50	11.5		4.44	2.5
April	3.43	2.5		10.45	9.5
	15.44	4.7		12.39	8.7
	17.43	2.6		14.44	10.0
	19.45	9.0		15.41	8.7
Mai	12.43	8.2		17.47	3.0
	17.43	10.0		18.38	1.7
	19.43	— 0.7		19.37	8.7
	21.45	9.7		20.38	10.2
	23.53	8.0		22.45	9.0
	24.44	9.5		23.42	8.5
	26.50	4.2	October	17.28	9.5
	27.46	8.7		18.35	9.5
	30.43	10.7		26.31	9.7
Juni	1.48	1.0	November	8.25	8.0
	3.43	9.0		22.32	9.5
	4.43	10.0		25.23	9.5
	18.44	9.5		26.25	9.0
	21.47	7.0	December	2.28	10.2
	24.43	12.0		10.26	7.0
	27.45	2.0		13.76	8.5
Juli	11.46	7.0		23.24	9.7
	16.43	4.0		24.23	8.5
	25.47	9.5		24.77	— 1.0
	26.40	10.2		25.25	1.0
	27.40	9.5		25.77	2.7

1893.

Januar	11.78	8.5	April	22.40	7.0
	12.25	6.2		24.39	12.2
April	6.47	4.5		25.40	9.0
	7.43	— 1.2	Mai	5.47	10.0
	8.55	3.0		8.40	9.7
	10.52	8.5		9.45	7.7
	11.48	9.5		10.39	7.7
	17.44	9.3		13.41	10.2
	20.44	— 3.0		14.49	9.7

1898.

Mai	21.43	9.5	Juni	19.51	7.7
Juni	2.47	9.5		30.45	8.2
	4.49	8.2	Juli	1.47	9.5
	11.44	0.2		4.47	9.7
	12.46	4.5		5.43	9.0
	13.44	9.5		6.43	2.5
	14.53	9.5		7.45	1.0
	15.48	9.2		8.45	6.7
	16.44	8.7		11.49	8.5
	18.43	9.0			

Wenngleich die Beobachtungen, wie gesagt, zur Ermittelung einzelner charakteristischer Epochen nicht ausreichten, konnten sie doch zur Ableitung mittlerer Perioden für die einzelnen Jahre benutzt, und mit noch grösserer Sicherheit zu einer einzigen mittleren Periode für alle sechs Jahre zusammengenommen werden, aus welcher sich die mittlere Correction für die Hauptepoche, der Gang der Lichtcurve und die Aufeinanderfolge der charakteristischen Epochen, so wie die Grenzhelligkeiten des Sterns ableiten liessen. Zu diesem Zweck wurden alle zu einer und derselben Periode (von Hauptminimum zu Hauptminimum gezählt) gehörenden Beobachtungen auf das nächstvorangehende Hauptminimum der Ephemeride des Annuaire du Bureau des Longitudes, welche sich nach eingezogenen Erkundigungen, so wie vorhergegangenen Untersuchungen, als mit vollkommen genügender Genauigkeit vorausberechnet erwies, bezogen und tabellarisch unter den ihnen zugehörigen Zeitargumenten, in Zehnteln des Tages von der Epoche der Ephemeride an gezählt, eingetragen. Auf diese Weise wurde für jedes der 6 Jahre eine Tafel erhalten, welche unter den 130 Argumenten der 13 Tage der Periode jeder einzelnen Beobachtung ihren Platz in der Periode zuwies. In den einzelnen dieser 130 Columnen wurden die Mittel aus den eingetragenen Beobachtungen, sowohl für jedes Jahr besonders, wie für alle sechs Jahre zusammen gebildet. Die Zeiten der Hauptminima der Ephemeride wurden mit dem Längenunterschiede Münster — Paris = 21^m.2 auf Münsterer mittlere Zeit reducirt, in welcher die Beobachtungen durchweg angesetzt sind. Die den 130 Argumenten entsprechenden Mittelwerthe aus den Beobachtungen wurden darauf durch Punkte in carrirtes Papier eingetragen, wobei die Ungenauigkeit der Eintragung, und somit auch diejenige der Ablesung, höchstens 0.025 eines Tages d. i. 36 Minuten in der Abscisse als Zeit und 0.10 einer Stufe in der Ordinate als Helligkeit betrug, welche Werthe als die höchste Grenze der Unsicherheit der Eintragung anzusehen sind, die wohl nur in Ausnahmefällen vorgekommen sein dürfte. Da bei Ermittelung einzelner Hauptminima von β Lyrae

bei den geübtesten und erfahrensten Beobachtern Differenzen von 11—12 Stunden, sonst aber auch Abweichungen von mehr wie einem Tage vorkommen, und bei der Ableitung der einzelnen Maxima noch grössere ausfallen können, und da andererseits eine Helligkeitsdifferenz von 0.5 Stufen schon eine ephemere Grösse ist, so dürfte die genannte Genauigkeit der graphischen Construction wohl als eine mehr wie ausreichende bezeichnet werden.

Wenn bei der Berechnung von Beobachtungen von β Lyrae mit Hülfe der Argelander'schen Tafeln auch scheinbar genauere Angaben für die Zeitpunkte der charakteristischen Epochen resultiren, so bleiben dieselben doch stets mit bedeutenden wahrscheinlichen Fehlern behaftet, welche den Vorzug in dieser Beziehung einer sorgfältig ausgeführten graphischen Construction gegenüber doch sehr in Frage stellen. Ausserdem erschien es mir wünschenswerth die Elemente des Lichtwechsels vollkommen unabhängig von der Argelander'schen Theorie abzuleiten.

Indem ich mich demnach für das graphische Verfahren entschloss, standen mir für die einzelnen Jahre: 1888 — 51, 1889 — 49, 1890 — 69, 1891 — 42, 1892 — 47 und 1893 — 35 in oben besprochener Weise berechneter und eingetragener Beobachtungsmittel zu Gebot, d. h. von den 130 Argumenten, in welche die Periode getheilt war, war in den entsprechenden Jahren bloss die angeführte Anzahl vertreten. Für die Construction der einzelnen Curven für die sechs Jahre liess diese Anzahl immerhin einiges zu wünschen übrig, namentlich da sich die einzelnen Beobachtungsmittel nicht ganz regelmässig über die Lichtcurve vertheilten und zuweilen gerade die charakteristischen Phasen etwas ärmlich bedacht erschienen. So liessen sich denn aus denselben bloss die beiden Minima mit grösserer Sicherheit ableiten, und ich erhielt für dieselben folgende Correctionen der Epoche des Annuaire du Bureau des Longitudes und folgende Abstände von dem Hauptminimum, nebst den zugehörigen Helligkeiten in Plassmann'schen Stufen.

Minimum I.

	Correction d. Ephemeride.	Helligkeit in Pl. Stufen.
1888	± 0.6	0.5
1889	0.0	0.0
1890	0.0	— 0.5
1891	0.0	0.0
1892	0.0	0.0
1893	± 0.2	— 2.0
Mittel:	± 0.13	— 0.3

Bulletin N. S. IV (XXXVI) p. 259.

Minimum II.

	Abstand vom Min. I.	Helligkeit in Pl. Stufen.
1888	$6^d.6$	4.5
1889	6.4	3.5
1890	6.5	4.0
1891	6.7	5.0
1892	6.7	3.0
1893	6.6	7.5
Mittel:	6.6	4.6

Was die obigen Correctionen der Epochen der Hauptminima betrifft, so spricht schon die Abwesenheit jeglicher Gesetzmässigkeit in denselben gegen ihre Realität, und sie dürfen füglich als Fehler, und zwar als kleine Fehler, der Bestimmung angesehen werden. Dies wird auch namentlich für die grössere Correction ($+0^d.6$) für 1888 ersichtlich, indem dieselbe sich sehr bedeutend herabdrücken liesse, wenn man bloss zwei Beobachtungsmittel um 1 und 1.5 Stufen verkleinern wollte. Eine merkliche Correction der Ephemeride ergeben diese Werthe also nicht.

Die Epoche des zweiten Minimums ergiebt sich, wie man sieht, mit grosser Übereinstimmung für die verschiedenen Jahre.

Im Allgemeinen ist der Verlauf der sechs einzelnen Curven untereinander sehr übereinstimmend, so dass die Verbindung derselben zu einer mittleren Lichtcurve als vollkommen berechtigt erscheint.

Bedeutend genauere Elemente musste natürlich diese aus den Mittelwerthen für alle sechs Jahre abgeleitete Lichtcurve ergeben, indem hier fast alle 130 Phasen (mit nur 6 Lücken als Ausnahme) durch Werthe repräsentirt waren, welche Mittel aus mehreren zugehörigen Beobachtungen darstellten. Dabei wurde der Reichthum an Material sogar so erschwerend, dass es nach dreimaliger, mehr und mehr genäherter Durchlegung der Curve noch nicht gelingen wollte die Summen der positiven und negativen Abweichungen der Beobachtungsmittel von der Curve für jeden der 13 Tage der Periode einigermaassen gleich zu erhalten. Erst nachdem die Beobachtungen je zweier benachbarter Tageszehntel zu Normalwerthen (65 an Zahl) zusammengezogen wurden, gelang die Durchlegung einer Lichtcurve, welche die Beobachtungen befriedigend darstellt. Diese Lichtcurve folgt hier zusammengestellt mit den jeder Phase entsprechenden Beobachtungsmitteln, so wie mit den nachbleibenden Abweichungen der letzteren von derselben.

Tage nach dem Hauptminimum.	Mittel aus den Beobacht.	Lichtcurve.	Differenz.
0.0	1.0	— 0.7	+ 1.7
0.1	— 0.6	— 0.5	— 0.1
0.2	0.4	— 0.3	+ 0.7
0.3	1.6	0.0	+ 1.6
0.4	— 1.0	0.2	— 1.2
0.5	0.7	0.6	+ 0.1
0.6	0.5	0.8	— 0.3
0.7	0.5	1.4	— 0.9
0.8	2.3	1.7	+ 0.6
0.9	0.0	2.2	— 2.2
1.0	2.3	2.6	— 0.3
1.1	3.2	3.3	— 0.1
1.2	4.6	3.8	+ 0.8
1.3	6.2	4.3	+ 1.9
1.4	3.5	5.1	— 1.6
1.5	6.6	5.7	+ 0.9
1.6	5.1	6.4	— 1.3
1.7	5.9	6.8	— 0.9
1.8	8.0	7.3	+ 0.7
1.9	8.6	7.6	+ 1.0
2.0	9.7	8.0	+ 1.7
2.1	7.8	8.4	— 0.6
2.2	7.7	8.6	— 0.9
2.3	8.3	8.8	— 0.5
2.4	9.5	9.0	+ 0.5
2.5	9.7	9.2	+ 0.5
2.6	9.2	9.4	— 0.2
2.7	9.0	9.5	— 0.5
2.8	9.2	9.6	— 0.4
2.9	9.4	9.7	— 0.3
3.0	10.1	9.7	+ 0.4
3.1	10.1	9.7	+ 0.4
3.2	9.4	9.8	— 0.4
3.3	10.0	9.8	+ 0.2
3.4	10.3	9.8	+ 0.5
3.5	—	9.8	—
3.6	9.6	9.8	— 0.2
3.7	8.9	9.8	— 0.9
3.8	9.7	9.8	— 0.1
3.9	—	9.7	—

Tage nach dem Hauptminimum.	Mittel aus den Beobacht.	Lichtcurve.	Differenz.
4.0	10.7	9.7	+ 1.0
4.1	9.9	9.6	+ 0.3
4.2	9.5	9.6	— 0.1
4.3	10.6	9.6	+ 1.0
4.4	8.4	9.6	— 1.2
4.5	9.3	9.5	— 0.2
4.6	9.1	9.4	— 0.3
4.7	7.5	9.3	— 1.8
4.8	8.5	9.3	— 0.8
4.9	8.5	9.2	— 0.7
5.0	9.3	9.1	+ 0.2
5.1	9.4	8.9	+ 0.5
5.2	8.5	8.7	— 0.2
5.3	8.4	8.6	— 0.2
5.4	8.8	8.4	+ 0.4
5.5	9.1	8.3	+ 0.8
5.6	8.5	8.0	+ 0.5
5.7	8.7	7.8	+ 0.9
5.8	7.0	7.5	— 0.5
5.9	7.7	7.3	+ 0.4
6.0	9.5	7.0	+ 2.5
6.1	5.0	6.6	— 1.6
6.2	5.4	6.3	— 0.9
6.3	5.6	5.8	— 0.2
6.4	6.1	5.5	+ 0.6
6.5	5.1	5.2	— 0.1
6.6	7.3	5.0	+ 2.3
6.7	3.9	5.0	— 1.1
6.8	4.0	5.1	— 1.1
6.9	7.5	5.3	+ 2.2
7.0	5.9	5.6	+ 0.3
7.1	—	6.0	—
7.2	7.2	6.3	+ 0.9
7.3	6.7	6.6	+ 0.1
7.4	6.2	6.9	— 0.7
7.5	6.8	7.2	— 0.4
7.6	9.2	7.5	+ 1.7
7.7	7.5	7.7	— 0.2
7.8	7.3	7.9	— 0.6
7.9	8.3	8.1	+ 0.2

Tage nach dem Hauptminimum.	Mittel aus den Beobacht.	Lichtcurve.	Differenz.
8.0	8.2	8.3	— 0.1
8.1	9.5	8.5	+ 1.0
8.2	9.1	8.7	+ 0.4
8.3	7.0	8.8	— 1.8
8.4	9.5	8.9	+ 0.6
8.5	8.0	9.0	— 1.0
8.6	7.6	9.1	— 1.5
8.7	9.1	9.2	— 0.1
8.8	7.2	9.3	— 2.1
8.9	9.5	9.4	+ 0.1
9.0	9.4	9.5	— 0.1
9.1	8.7	9.6	— 0.9
9.2	9.5	9.6	— 0.1
9.3	9.5	9.6	— 0.1
9.4	10.2	9.6	+ 0.6
9.5	9.7	9.6	+ 0.1
9.6	8.7	9.6	— 0.9
9.7	9.4	9.6	— 0.2
9.8	9.5	9.6	— 0.1
9.9	9.8	9.6	+ 0.2
10.0	9.2	9.6	— 0.4
10.1	10.5	9.6	+ 0.9
10.2	10.3	9.6	+ 0.7
10.3	9.6	9.6	0.0
10.4	8.9	9.5	— 0.6
10.5	9.5	9.5	0.0
10.6	9.3	9.5	— 0.2
10.7	9.0	9.4	— 0.4
10.8	8.0	9.4	— 1.4
10.9	9.6	9.3	+ 0.3
11.0	8.6	9.2	— 0.6
11.1	—	9.1	—
11.2	9.7	9.0	+ 0.7
11.3	9.2	8.8	+ 0.4
11.4	8.6	8.7	— 0.1
11.5	7.9	8.5	— 0.6
11.6	9.5	8.3	+ 1.2
11.7	8.1	8.0	+ 0.1
11.8	8.2	7.7	+ 0.5
11.9	6.3	7.3	— 1.0

Tage nach dem Hauptminimum.	Mittel aus den Beobacht.	Lichtcurve.	Differenz.
12.0	6.7	6.7	0.0
12.1	6.5	6.0	+ 0.5
12.2	3.6	5.0	— 1.4
12.3	—	3.7	—
12.4	3.5	2.5	+ 1.0
12.5	0.9	1.5	— 0.6
12.6	1.6	0.8	+ 0.8
12.7	— 0.3	0.0	— 0.3
12.8	—	— 0.4	—
12.9	— 0.6	— 0.6	0.0

In der Zahl der Differenzen der letzten Columne stehen 54 positive Abweichungen 66 negativen gegenüber, und auch innerhalb der einzelnen Tage sind die Abweichungen nach beiden Seiten der Lichtcurve ihren Zeichen nach recht genügend gleichmässig vertheilt. Die Summen der nachbleibenden positiven und negativen Abweichungen für jeden Tag der Periode halten sich ebenfalls nach Möglichkeit das Gleichgewicht, wie nachfolgende Zusammenstellung zeigt.

Intervall der Periode.	Summe der +Abweichungen.	Summe der —Abweichungen.
0.0— 0.9	+ 4.7	— 4.7
1.0— 1.9	+ 5.3	— 4.2
2.0— 2.9	+ 2.7	— 3.4
3.0— 3.9	+ 1.5	— 1.6
4.0— 4.9	+ 2.3	— 5.1
5.0— 5.9	+ 3.7	— 0.9
6.0— 6.9	+ 7.6	— 5.0
7.0— 7.9	+ 3.2	— 1.9
8.0— 8.9	+ 2.1	— 6.6
9.0— 9.9	+ 0.9	— 2.4
10.0—10.9	+ 1.9	— 3.0
11.0—11.9	+ 2.9	— 2.3
12.0—12.9	+ 2.3	— 2.3

Die hiermit erlangte Darstellung der Beobachtungen durch die obige definitiv angenommene Lichtcurve dürfte demnach wohl als eine sehr befriedigende bezeichnet werden und allen, billigerweise zu stellenden Anforderungen genügen. Es darf dabei auch noch der Werth der Zahlen, um die es sich hier handelt, nicht übersehen werden, indem nur 5 mal die Abweichungen 2 Stufen um ein Geringes übersteigen, also etwa 2 Zehntel einer Grösse ausmachen, und in 19 anderen Fällen mehr als eine Stufe betragen, — eine

Genauigkeit, wie sie kaum von den besten photometrischen Messungen verlangt werden kann.

Diese mittlere Lichtcurve, nebst den ihr zu Grunde liegenden Beobachtungsmitteln, wird dem Leser durch die gegenwärtiger Abhandlung beigefügte Zeichnung veranschaulicht.

Sie ergiebt für die Elemente des Lichtwechsels von β Lyrae folgende Resultate.

Hauptepoche. Das Hauptminimum der Lichtcurve, gültig für die Mittelzeit der Beobachtungen — Ende 1890, stimmt mit der analogen Epoche der Ephemeride des Annuaire du Bureau des Longitudes vollständig überein; die Unsicherheit der Ermittelung beträgt $\pm$ 0.05 eines Tages oder $\pm$ 1.2 Stunden. Dass diese Übereinstimmung nicht bloss Folge einer Compensation von Correctionen, welche im Mittel die Correction Null ergeben, ist, zeigen die, freilich weniger genauen, aus den sechs einzelnen Jahrescurven erhaltenen Epochen. Da der Berechnung der Ephemeride des Annuaire die von Reed 1887 (Astron. Journ. Vol. VIII. pag. 70) aus eigenen Beobachtungen bestimmte Epoche und Periode zu Grunde liegt, so folgt hiermit, dass diese Reed'schen Elemente die Plassmann'schen Beobachtungen vollkommen genügend darstellen, wie übrigens auch kaum anders zu erwarten war, da der Zeitraum zwischen den beiderseitigen Beobachtungen nur wenige Jahre beträgt.

Maxima und secundäres Minimum. Das secundäre Minimum der mittleren Lichtcurve findet nach 6.65 Tagen = $6^d\,15^h.6$ nach dem Hauptminimum statt. Die Unsicherheit der Bestimmung beträgt, gleich wie beim Hauptminimum, $0^d.05$. Diese Bestimmung weicht also bloss im Betrage ihrer Unsicherheit von der im Mittel aus den sechs Jahrescurven erhaltenen Epoche $6^d.60$ ab.

Für die beiden Maxima, von denen das erste 0.7 Tage, das zweite 1.3 Tage dauert, sehe ich die Mittelzeiten dieser Dauer als Epochen derselben an; das erste folgt hiernach in 3.5 Tagen = $3^d\,12^h.0$, das zweite in 9.7 Tagen = $9^d\,16^h.8$ dem Hauptminimum. Eine Änderung in diesen Annahmen im Betrage von mehr wie 2 bis 2.5 Stunden würde die Darstellung der Beobachtungen durch die Lichtcurve schon bedeutend verschlechtern; die Unsicherheit der Maximalepochen dürfte demnach nicht viel grösser als 2 Stunden sein.

Diese drei Epochen mit den Bestimmungen Argelander's verglichen, ergeben demnach ein späteres Eintreten derselben, besonders für das erste Maximum. Die Zwischenzeiten verhalten sich für die beiderseitigen Bestimmungen folgendermaassen.

	Argelander.	Plassmann.
Max. I — Min. I	$3^d\ 2^h$	$3^d 12^h.0$
Min. II — Min. I	6 9	6 15.6
Max. II — Min. I	9 12.5	9 16.8

Die Argelander'schen Epochen sind mit den Plassmann'schen Beobachtungen unvereinbar, wenn man nicht in den letzteren bedeutende constante Fehler annehmen will, wofür jedenfalls gar keine Berechtigung vorliegt. Eine Möglichkeit grössere Übereinstimmung zu erhalten würde allerdings noch in der Hinzuziehung der beim näheren Anblick der Lichtcurve sich darbietenden Hypothese zu finden sein, dass das erste Maximum, wenigstens zu unserer Zeit, kein einfaches sei, sondern aus zweien bestände, von denen das zweite ungefähr in $5^d 4^h$ nach dem Hauptminimum aufträte, und dass zwischen diesen beiden Maximis ein drittes Minimum ($4^d 15^h$ nach dem Hauptminimum) läge; dann würde das alte Maximum I in den Plassmann'schen Beobachtungen etwa in $3^d 6^h$, das alte Minimum II etwa in $6^d 12^h$ nach dem Hauptminimum angenommen werden können; nähme man dann diese beiden fraglichen Epochen als um 1.5 bis 2 Stunden zu spät, und die entsprechenden Argelander'schen um eben so viel zu früh angesetzt an, so wäre eine vollkommene Übereinstimmung für das erste Maximum und das zweite Minimum zwischen Argelander und Plassmann erlangt. Nähmen wir desgleichen beim Maximo II meine Epoche als um 2 Stunden zu spät, und die Argelander'sche als um nahe denselben Betrag zu früh erhalten an, so wäre eine ähnliche Übereinstimmung auch für diese Epoche herstellbar. Aber auch in solchem Falle käme die Übereinstimmung für alle Epochen, wie gesagt, nur mit Hülfe der erwähnten Hypothese zu Stande, deren Annahme allerdings auch die Plassmann'schen Beobachtungen für den fünften Tag der Periode noch besser darstellen würde, wenngleich es sich nur um eine Einknickung der Lichtcurve um 1.5 Stufen handelt. Merkwürdig ist, dass sich diese kleine Einknickung in jeder der sechs Jahrescurven in der zweiten Hälfte des fünften Tages mehr oder weniger abspiegelt. Weniger deutlich zeigt sich eine ähnliche kleine Abschwächung auch gegen Ende des zweiten Maximums in den Curven für 1890 und 1892 in der Mitte des 11. Tages, während sie in den Curven für 1888 und 1889 nicht wiederzuerkennen ist, obgleich auch da je eine Beobachtung um die genannte Zeit bedeutend schwächer als die benachbarten Beobachtungen ist, 1891 und 1893 jedoch nicht die geringste Spur einer derartigen Erscheinung auftritt. Diese durch ihr wiederholtes Auftreten in derselben Phase der Lichtperiode merkwürdigen Lichtschwankungen dürften zu der Zahl der Unregelmässigkeiten im Lichtwechsel von β Lyrae gehören, welche schon früher von einigen Beob-

achtern angedeutet worden sind. Ich habe, angesichts ihres geringen Betrages, nicht gewagt sie bei der Construction der mittleren Lichtcurve zu berücksichtigen, in der sie demnach als Abweichungen oder Beobachtungsfehler auftreten. Dieses dürfte mir wohl auch kaum als übergrosse Vorsicht ausgelegt werden, da die mittlere Lichtcurve doch nur den durchschnittlichen Verlauf des Lichtwechsels darzustellen hat, ohne kleineren, offenbar nicht in jeder Periode auftretenden Schwankungen Rechnung zu tragen. Damit bleibt denn aber auch die Differenz in der Annahme der hier besprochenen drei Epochen zwischen Argelander einerseits und den Plassmann-schen Beobachtungen andererseits bestehen.

Ändert man zwei von den drei sich hiermit ergebenden Correctionen der Argelander'schen Epochen für Maximum I, Minimum II und Maximum II, im Betrage von respective $10^h.0$, $6^h.6$ und $4^h.3$, bloss um $0^h.1$, also in $c' = 9^h.9$, $c'' = 6^h.6$ und $c''' = 4^h.4$, so ergiebt sich folgende gesetzmässige Abhängigkeit zwischen denselben:

$$c' = 1.5\,c'' = (1.5)^2 c'''.$$

Lichtcurve. Die einzelnen Lichtcurven für die verschiedenen sechs Jahre haben, wie schon bemerkt, einen untereinander im Ganzen sehr befriedigend parallelen Zug. Sie zeigen keine Individualität, die sich nicht, wenn auch meist durch die Beobachtungen der anderen Jahre abgeschwächt, in der mittleren Lichtcurve abspiegelte. Diese letztere bietet demnach ein recht getreues Bild aller in den Beobachtungen auftretenden Erscheinungen des Lichtwechsels.

Wenn man sie mit der Argelander'schen Lichtcurve vergleicht, — welche unter Berücksichtigung des Verhältnisses des Argelander'schen Stufenwerthes zu dem Plassmann'schen, in unserer Zeichnung durch die punktirte Linie angedeutet ist, während die Plassmann'sche in ausgezogener Linie dargestellt ist, — so zeigen sich beide Curven im Grossen und Ganzen wohl sehr ähnlich. Jedoch auf den ersten Blick erkennt man auch schon die charakteristischen Unterschiede derselben, welche durch folgende Zusammenstellung der Zeitintervalle zwischen den aufeinanderfolgenden Epochen beider Bestimmungen ihren Ausdruck in Zahlen finden.

	Argelander.	Plassmann.	Pl. — Arg.
Min. I bis Max. I	$3^d 2^h$	$3^d 12^h$	+ $10^h.0$
Max. I » Min. II	3 7	3 3.6	— 3.4
Min. II » Max. II	3 3.5	3 1.2	— 2.3
Max. II » Min. I	3 9.3	3 5.0	— 4.3

In den neueren Beobachtungen erweist sich demnach die ganze Lichtcurve nach vorwärts verschoben, indem der Haupttheil der Verschiebung auf das erste Maximum fällt, wodurch alle nachfolgenden Epochen einander näher gerückt werden. Im Zusammenhange mit dieser Verschiebung erscheint die Lichtzunahme nach dem ersten Minimum bedeutend verlangsamt, und die Lichtabnahme vor demselben erheblich beschleunigt; eine kleine Beschleunigung des Abfallens der Lichtcurve vor dem zweiten Minimum ist ebenfalls deutlich zu erkennen, während die Lichtzunahme darauf ziemlich parallel mit der Argelander'schen Lichtcurve verläuft. Zugleich hat sich die Lichtcurve der neuen Beobachtungen in den Maximis merklich verflacht und die Maximalhelligkeit des Sterns scheint, wie weiter gezeigt werden soll, etwas abgenommen zu haben. Da der Lichtcurve Argelander's unbestreitbar eine sehr grosse Genauigkeit zuzumessen ist, andererseits aber auch die Maximalwerthe der neuen Lichtcurve auf einer grossen Anzahl sorgfältiger und sehr gut übereinstimmender Beobachtungen beruhen, darf auch wohl der Umstand nicht übersehen werden, dass während bei Argelander die Helligkeiten im ersten und zweiten Maximo 12.3 und 12.4 Stufen betragen, die Plassmann'schen Beobachtungen das umgekehrte Verhältniss, nämlich respective 9.8 und 9.6 Stufen ergeben. So klein diese Unterschiede sind, dürften sie, in Mittelwerthen aus so vielen Bestimmungen, doch einige Aufmerksamkeit verdienen, und würden eine mit der Zeit eingetretene kleine Neigung der ganzen Lichtcurve vom Anfange gegen das Ende der Periode hin andeuten.

Die soeben besprochenen Abweichungen der aus den Plassmann'schen Beobachtungen abgeleiteten Lichtcurve von der classischen Bearbeitung eines Meisters wie Argelander dürften leicht bei manchem Leser ein Gefühl von Misstrauen entweder gegen die Güte der Beobachtungen oder gegen die gehörige Sorgfalt der Bearbeitung erwecken. Wer jedoch consequent sein will, musste das Ergebniss derartiger Abweichungen, und zwar fast mit Sicherheit, von vorne herein erwarten, denn dieselben sind bloss eine strenge Folge des schon von Argelander selbst, sowie von sämmtlichen späteren Beobachtern constatirten Vorrückens der Epoche des Hauptminimums verbunden mit der Zunahme der Periode. Denn wie wäre es denkbar, dass die Hauptepoche vorrückte und die Periodenlänge zunähme, ohne dass gleichzeitig Verschiebungen in der ganzen Gesetzfolge des Lichtwechsels aufträten, welche entweder unfehlbar durch die erwähnten längst bekannten Variationen bedingt sein mussten, oder auch umgekehrt denselben als bedingende Ursache vorangehen konnten. Wie dem auch sei, jedenfalls wären die genannten Variationen ohne wesentliche Veränderungen in der Lichtcurve eine Sache der Unmöglichkeit. Dass diese bisher nicht erkannt worden

sind, dürfte vielleicht bloss daran liegen, dass alle neueren Beobachter, die nach Argelander ihre Aufmerksamkeit β Lyrae zugewandt haben, sich ausschliesslich mit der Epoche des Hauptminimums beschäftigt zu haben scheinen.

Eine Ausnahme bildet bloss die von Schönfeld (Astron. Nachr. Bd. 75. № 1777) aus eigenen Beobachtungen von 1859 und 1865—1868 abgeleitete Lichtcurve. Trotzdem, dass die Epoche dieser Ableitung nur um wenige Jahre von den Argelander'schen, bis 1859 reichenden Beobachtungen abliegt, ist in derselben, meiner Ansicht nach, schon der Beginn der in den Plassmann'schen Beobachtungen hervortretenden Veränderungen zu erkennen. Die Schönfeld'sche Lichtcurve zeigt schon die analoge Verlangsamung der Lichtzunahme nach dem Hauptminimum und die raschere und später beginnende Abnahme vor demselben; und wenn auch das erste Maximum nahe mit dem Argelander'schen zusammenfällt, so ergiebt sich schon für das zweite Minimum eine positive Correction von 3 bis 4 Stunden (während dieselbe für das Hauptminimum bloss eine Stunde beträgt); desgleichen deuten die durchweg kleineren Schönfeld'schen Helligkeiten im Anfange des zweiten Maximums und seine durchweg helleren Werthe gegen Ende desselben auch auf ein Vorrücken des zweiten Maximums, welches ich in der That aus einer zu diesem Zwecke vorgenommenen Construction der Argelander'schen und Schönfeld'schen Lichtcurven ebenfalls zu 3 bis 4 Stunden annehmen zu dürfen glaube.

Offenbar scheint Schönfeld der Gedanke an die Gesetzlichkeit wesentlicher Veränderungen der Argelander'schen Lichtcurve fern gelegen zu haben. Davon zeugen die wiederholten Versuche die gefundenen Ungleichheiten bei seiner Construction auszugleichen und der Argelander'schen Regelmässigkeit in der Lichtcurve möglichst Rechnung zu tragen, bei denen er sogar seine aus 392 eigenen Beobachtungen gebildeten und unzweifelhaft sehr genauen 39 Normalhelligkeiten nach den Abweichungen von der Curve «sorgfältig verbessert» hat. Von demselben Gesichtspunkte ausgehend glaubte er auch die von ihm gefundenen Correctionen «mehr als ein Resultat der Anhäufung zufälliger Fehler» ansehen zu müssen, und ist demzufolge bei den mit den Argelander'schen übereinstimmenden Epochen $3^d\,3^h.3$, $6^d\,9^h.1$ und $9^d\,12^h$ stehen geblieben. Zu jener Zeit, wo diese Correctionen kaum die Grenze der Unsicherheit der Bestimmungen überschritten, durfte wohl auch kaum anders zu schliessen gewesen sein. Jetzt jedoch, auf den neueren Beobachtungen fussend, dürfte die Schönfeld'sche Auffassung seiner eigenen Resultate nicht mehr so gültig sein. Wie gesagt, darf in der Schönfeld'schen Lichtcurve schon der beginnende Übergang zu der Plassmann'schen anzunehmen sein; jedenfalls jedoch widerspricht die Schönfeld'sche Lichtcurve den Plassmann'schen Beobachtungen keineswegs.

Helligkeit. Die Argelander'schen und Plassmann'schen Helligkeiten in den charakteristischen Epochen, mit den der Uranometria Oxoniensis entnommenen Grössen der Vergleichsterne in Grössen umgesetzt und auf den gleichen Nullpunkt bezogen, ergeben folgende Grössen von β Lyrae für 1850 und 1890:

	Argelander 1850.	Plassmann 1890.	1850 — 1890
	m	m	m
Minimum I	4.53	4.61	— 0.08
Maximum I	3.22	3.50	— 0.28
Minimum II	3.77	4.01	— 0.24
Maximum II	3.20	3.52	— 0.32

Die Helligkeit von β Lyrae im Hauptminimum hat sich demnach von 1850 bis 1890 kaum merklich verkleinert, während die Helligkeiten in den Maximis und im zweiten Minimum um etwa eine Viertelgrösse schwächer geworden zu sein scheinen. Constante Unterschiede in den Schätzungen der verschiedenen Beobachter dürften hierbei jedoch eine nicht unwesentliche Rolle gespielt haben.

Unregelmässigkeiten im Lichtwechsel. Ausser dem obenerwähnten Schwächerwerden von β Lyrae am fünften Tage und vielleicht auch einer ähnlichen Erscheinung am eilften Tage der Lichtperiode, dürften zu den in den Plassmann'schen Beobachtungen auftretenden Unregelmässigkeiten vielleicht auch folgende auffallende Beobachtungen zählen.

1891 Mai 11 (Phase $0^d.5$) ist β Lyrae = 9.0 beobachtet, während die Beobachtung am Tage vorher β = — 0.7 giebt, — das wäre im Laufe eines Tages eine Änderung im Betrage der ganzen Amplitude des Lichtwechsels, und noch dazu in der Nähe des Hauptminimums. 1891 April 28 fällt auf dieselbe Phase β = — 6.0. Erstere Beobachtung ist bei der Bearbeitung ausgeschlossen.

Im Jahre 1888 wachsen die Helligkeiten nach dem Hauptminimum ganz besonders langsam an: bei Phase $1^d.3$ finden wir 3.0, bei Phase $1^d.7$ — 2.7, bei Phase $2^d.3$ — 4.3 Stufen, während die anderen Jahre in dieser Phase resp. 1889 — 8.3, 1890 — 8.8, 1892 — 10.0 Stufen ergeben. Ähnliche Unregelmässigkeiten in diesen Phasen hat bekanntlich auch Schönfeld in seinen Beobachtungen bemerkt.

1892 April 3 hat für die Phase $5^d.6$ — 2.5 Stufen, während die übrigen Beobachtungen in dieser Phase 8.5 geben. Diese Beobachtung ist schon vom Beobachter selbst verdächtigt. Ausgeschlossen.

1889 September 23 giebt die aus gut stimmenden einzelnen Vergleichungen resultirende Beobachtung die Helligkeit 2.5 für die Phase $9^d.0$, mitten im Maximo. Ausgeschlossen.

1888 Juli 31 giebt für Phase $7^d.2$ $\beta = 2$. Diese, offenbar fehlerhafte Beobachtung ist ausgeschlossen, zumal sie auf einer einzigen Vergleichung mit o Herculis beruht.

Gegen Ende des zweiten Maximums kommen die Beobachtungen: 1888 October 7, $\beta = 5.7$ (Phase $10^d.5$), 1889 September 15, $\beta = 5.7$ (Phase $11^d.2$) und 1889 November 13, $\beta = 5.3$ (Phase $11^d.6$) vor. Ich habe diese drei Beobachtungen ausgeschlossen, die beiden letzteren jedoch, wie ich mich nachträglich überzeugt habe, mit Unrecht. Durch ihre Aufnahme wären die Mittelwerthe für die entsprechenden Phasen von 9.3 auf 8.6, und von 8.8 auf 8.1 herabgedrückt. Da die Lichtcurve in diesen Phasen die Werthe 9.0 und 8.3 bietet, so wären dadurch bloss die Zeichen der Abweichungen dieser Beobachtungsmittel von der Lichtcurve geändert worden, ohne merklichen Einfluss auf den Gang der letzteren.

Ausser diesen sieben ausgeschlossenen Beobachtungen sind alle übrigen bei der Bearbeitung benutzt.

Die oben discutirten Ergebnisse aus den Plassmann'schen Helligkeitsschätzungen von β Lyrae lassen sich demnach folgendermaasen kurz zusammenfassen:

1) Die Reed'schen Elemente, Epoche des Hauptminimums und Periode, stellen zur Zeit die Beobachtungen noch vollkommen genügend dar.

2) Das erste Maximum folgt dem Hauptminimum in $3^d\,12^h.0$, das zweite Minimum in $6^d\,15^h.6$, das zweite Maximum in $9^d\,16^h.8$. (Das in den Ephemeriden angenommene Zeitintervall zwischen Minimum I und Maximum I $= 3^d\,5^h$ ist demnach unzulässig.)

3) Die Lichtcurve hat sich dementsprechend in den letzten 40 Jahren wesentlich geändert.

4) Unregelmässigkeiten im Lichtwechsel treten in einigen Perioden, namentlich nach dem Hauptminimum und gegen das Ende des ersten Maximums, so wie vielleicht auch gegen Ende des zweiten Maximums auf.

Die Ergebnisse 1), 2) und 3) stellen Eigenthümlichkeiten der mittleren Lichtcurve für die Jahre 1888—1893 dar. Die Unregelmässigkeiten 4) dürften dieselben jedoch in einzelnen Fällen nicht unwesentlich verändern. Um diese Unregelmässigkeiten speciell zu verfolgen, wären Beobachtungen von β Lyrae in viel kürzeren Zwischenzeiten, als sie bisher angestellt worden sind, erwünscht.

NACHTRAG.

Nachdem gegenwärtige Arbeit schon in Druck gegeben war, hat mir Herr Dr. A. Pannekoek in Leiden freundlicherweise seine Beobachtungen

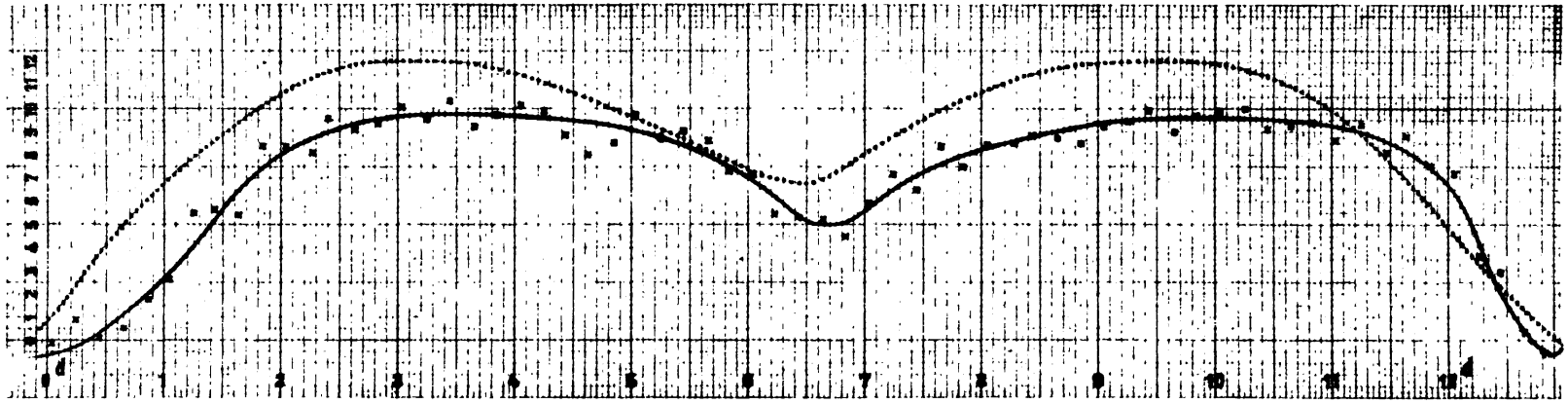
von β Lyrae (Mai 1892 — September 1893) zugesandt. Dieselben sind von ihm selbst vollständig berechnet, die Lichtcurve für die ganze Periode graphisch abgeleitet und die vier Epochen, ohne jegliche Kenntniss der von mir aus den Plassmann'schen Beobachtungen erhaltenen Resultate, bestimmt. Wenngleich Herr Pannekoek seine Berechnung noch nicht für ganz definitiv hält, da er seine Stufenwerthe der Vergleichsterne erst noch genauer bestimmt haben möchte, bietet die Vergleichung seiner Resultate mit den meinigen eine sehr erwünschte Stütze für die letzteren. Herr Pannekoek findet für die Ephemeriden-Epochen des Hauptminimums die Correction + 3 Stunden und für die übrigen Epochen folgende Zeitpunkte vom Hauptminimum gezählt:

Maximum I	$3^d\,9^h$
Minimum II	7 3
Maximum II	10 5.

Namentlich ergiebt Herrn Pannekoek's Lichtcurve die Epoche des ersten Maximums mit grosser Sicherheit, während das zweite Minimum und das zweite Maximum, in Folge der weit geringeren Anzahl der Beobachtungen in diesen Phasen, sich bedeutend weniger genau ermitteln lassen. Jedenfalls bestätigen alle diese Werthe das Ergebniss, dass sich die Lichtcurve von β Lyrae seit der Zeit Argelander's wesentlich verändert hat.

Pulkowo, October 1893.

Lichtcurve, β Lyrae.



..... nach Argelander (1850).

——— nach Beobachtungen von Plassmann (1890).

MÉLANGES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES
TIRÉS DU
BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG.
TOME VII.

Détermination du mouvement du pôle terrestre au moyen des mires méridiennes de Poulkovo. Par A. Sokolof. (Lu le 26 Mai 1893).

Admettant que le mouvement des pôles terrestres est circulaire et uniforme, le changement de la direction du méridien terrestre sous la latitude φ, provenant de cette cause, sera exprimé par la formule

$$\Theta \sec \varphi \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + \varepsilon\right),$$

où Θ désigne la valeur angulaire du rayon du cercle et T la durée de la révolution. Pour pouvoir observer le changement de la direction du méridien, il faut faire des déterminations astronomiques de sa position relativement à un objet terrestre stable; la plus grande précision peut être obtenue si la mire observée à l'aide de la lunette méridienne sert d'objet terrestre. Le premier essai de se servir de ce moyen fut fait par Bessel dans son calcul des observations faites au cercle méridien de Koenigsberg pendant l'espace de treize mois dans les années 1820—1821 [1]). Admettant $T = 337.5$ jours, Bessel trouve d'après la formule ci-dessus, $\Theta = 0''.110$, avec une erreur probable de $\pm 0''.1361$, et c'est pourquoi il tient pour probable que l'angle formé par l'axe instantané de rotation avec l'axe principal d'inertie est petit et n'excède pas $^1/_4''$.

Plus tard ce moyen ne fut plus employé pour la recherche du mouvement des pôles terrestres. Le matériel le plus riche pour l'utilisation de ce moyen est livré par les observations des principales étoiles pour les époques de 1845, 1865 et 1885, faites à l'aide de la grande lunette méridienne de Poulkovo, néanmoins ce matériel fut trouvé impraticable à cause de l'instabilité des mires de Poulkovo. Feu le vice-directeur Wagner fait à ce sujet l'observation suivante: «Ce n'est que lorsqu'on aura réussi à anéantir les causes principales des changements périodiques des mires de Poulkovo, qu'elles fourniront un moyen très appoprié (ein sehr geeignetes Mittel) pour la solution du problème posé par Bessel [2]).»

L'anéantissement des causes des mouvements périodiques des mires parait irréalisable, c'est pourquoi il ne nous reste qu'à penser, si l'on ne pourrait

1) Astronom. Beobachtungen in Königsberg, sechste Abtheilung, XVII.
2) Observations de Poulkovo, vol. XII, p. (41).

atteindre le but à l'aide des discussions aussi minutieuses que possible des changements de l'azimut des mires, et comme ces changements proviennent de deux causes: du mouvement des mires mêmes et du changement de la direction du méridien terrestre, il est nécessaire de séparer un mouvement de l'autre. Par ce moyen seul on pourra atteindre les résultats plus précis que ceux obtenus par Wagner, qui s'occupait beaucoup des changements des mires.

Afin de réussir à séparer un mouvement de l'autre, il est nécessaire de calculer les observations pour un grand intervalle 5—10 années, de sorte que le problème exige le calcul assez pénible. En cas de succès, les observations antérieures, aussi que celles à venir, faites à la lunette méridienne de Poulkovo, présenteraient un moyen de rechercher le mouvement du pôle terrestre. Cette circonstance sert de motif à mon présent travail.

J'ai employé pour cet essai les observations des principales étoiles pour l'époque de 1885. Ces observations s'effectuaient depuis septembre 1880 jusqu'au novembre 1887 et sont pour le moment sous presse. Elles avaient été faites par Wagner jusqu'en octobre 1886, avec la collaboration de M. Wittram depuis le mois d'avril 1884 jusqu'en août 1885 et celle de M. Harzer dépuis décembre 1885 jusqu'en octobre 1886, après quoi elles furent achevées par M. Harzer seul.

Les observations des passages des étoiles à l'aide de cet instrument sont toujours accompagnées de la lecture des mires, de sorte que pendant les séries continues d'observations ces lectures se font à des intervalles près de trois heures. Ces lectures servent à déterminer la direction de la lunette relativement à une lecture normale, choisie en sorte qu'elle s'accordait de très près avec la direction exacte du méridien. La correction de l'azimut approximatif de la lunette, obtenu de cette manière, est déterminée pour divers intervalles de temps à l'aide des passages observés des étoiles polaires fondamentales de même que des étoiles servant à déterminer l'heure.

Soient: t le temps du passage de l'étoile polaire par le fil du milieu, α et δ l'ascension droite et la déclinaison apparentes de cette étoile empruntées à des éphémérides, γ la correction de l'horloge, c l'erreur de la collimation, déterminée par les lectures des mires, faites dans les deux positions de l'instrument (C. Ou et C. E) et augmentée de l'aberration diurne, a l'azimut de la lunette rapporté à la lecture normale des mires et i l'inclinaison fournie par le nivellement et corrigée pour la différence dans les diamètres des tourillons. Désignons par $\Delta\alpha$ la correction à appliquer à α et par Δa et Δi les corrections des valeurs a et i. Chaque passage de l'étoile polaire fournit une équation de la forme

$$\alpha + \Delta\alpha = t + \gamma + c \sec\delta + (a + \Delta a)\sin(\varphi - \delta)\sec\delta + (i + \Delta i)\cos(\varphi - \delta)\sec\delta.$$

Dans cette équation γ peut être regardé comme donné avec toute exactitude requise par les observations des étoiles fondamentales, réduites à l'aide de valeurs appoximatives de corrections instrumentales a et i. Pour les passages inférieurs, δ doit être remplacé par $180° - \delta$. En désignant par dt et dt' les sommes des quantités données, nous aurons

$$dt = -\Delta\alpha + \Delta a \sin(\varphi - \delta)\sec\delta + \Delta i \cos(\varphi - \delta)\sec\delta$$

$$dt' = -\Delta\alpha + \Delta a \sin(\varphi + \delta)\sec\delta + \Delta i \cos(\varphi + \delta)\sec\delta.$$

C'est au moyen de ces équations, appliquées aux observations de l'étoile polaire, exécutées dans les deux positions de l'instrument, qu'on détermine les quantités $\Delta\alpha$, Δa et Δi. On emploie pour ce calcul presque exclusivement les observations des étoiles α Ursae min., δ Ursae min. et 51 H. Cephei, en divisant les observations de chaque étoile en périodes de diverse durée, depuis quelques jours à trois mois.

Il serait désirable pour notre but de délivrer l'équation précédente de $\Delta\alpha$ et de Δi.

Le calcul des observations pour l'époque de 1885 montra que les quantités Δi sont en général fort petites et ne révèlent point de périodicité; la somme de toutes ces corrections calculées pour l'espace de toutes les sept années, est aussi fort petite. Il parait que ces quantités proviennent, au moins en partie considérable, des erreurs accidentelles d'observations des passages et de l'incertitude de la détermination de l'erreur de la collimation. Par rapport aux observations pour 1865, Wagner dit: «Die Kleinheit der im Allgemeinen für Δi erhaltenen Werthe kann aber wohl als ein Zeugniss dafür angesehen werden, dass bei unserem Instrumente nicht nur keine Durchbiegung der Rotationsaxe stattfindet, sondern auch dafür, dass der Collimationsfehler, trotz der im Laufe der ersten Jahre stattgehabten Veränderlichkeit, im Allgemeinen doch recht sicher bestimmt und keiner täglichen Periode unterworfen ist». Pour cette raison, il nous est permis de rejeter les corrections Δi.

Si toutes les observations des étoiles polaires avaient été faites par un seul et même observateur, comme cela avait eu lieu pour l'époque de 1865, il serait possible de supprimer dans notre calcul la correction $\Delta\alpha$, car il n'en résulterait que le changement de la partie constante de l'azimut Δa. Mais dans le cas présent, il nous importe de déterminer $\Delta\alpha$ pour chacun des trois astronomes qui ont pris part aux observations. Cette détermination fut obtenue par moi au moyen de la comparaison des observations des passages supérieurs et inférieurs, séparés l'un de l'autre par de courts intervalles de temps, n'excédant pas trois jours, ainsi que la quantité Δa peut être consi-

dérée la même pour les deux passages. Il résulte de chacune des paires de passages

$$\Delta\alpha = -\frac{1}{2}(dt + dt') - \frac{1}{2}(dt - dt')\,\mathrm{tg}\,\varphi\,\cot\delta.$$

Le calcul avait été fait pour les deux méthodes d'observations, par l'ouïe et la vue et par l'enregistration galvanique, séparément pour chacune des trois étoiles: α Ursae min., 51 H. Cephei et δ Ursae min., qui me servent pour les calculs suivants. Prenant la moyenne des déterminations séparées, j'obtins:

1) Observations par l'ouïe et la vue

		α Urs. min.	51 H. Cephei	δ Urs. min.
Wagner	$\Delta\alpha =$	$-0^s.12$	$-0^s.33$	$-0^s.22$
Wittram		-0.24	-0.33	-0.21
Harzer		-0.76	-0.61	-0.51

2) Observations enregistrées

Wagner	$+0.45$	$+0.10$	$+0.11$
Wittram	-0.39	-0.28	-0.13
Harzer	-0.68	-0.58	-0.41

Les nombres le moins exacts sont ceux obtenus pour M. Wittram, ce dernier ayant pris le moins de part aux observations.

Après l'élimination des corrections $\Delta\alpha$, chaque observation de l'étoile polaire donne l'équation

$$n = \Delta a \sin(\varphi - \delta)\sec\delta, \quad \text{ou} \quad n' = \Delta a$$

où Δa contient les valeurs inconnues, qui déterminent le déplacement des mires et du méridien terrestre.

Avant de passer à l'examen du mouvement des mires méridiennes de Poulkovo, nous en donnerons une description, d'après le Vol. I des Observations de Poulkovo.

A la distance d'environ 560 pieds de la lunette méridienne, on a placé, des côtés nord et sud, des piliers en granit de 7 pieds de hauteur, et dont les fondements très solides entrent dans le terrain à une profondeur de 10 pieds. Au-dessus du sol ils sont entourés de maisonnettes en briques, dont les parois verticales sont perforées en plusieurs endroits, afin de donner une circulation libre à l'air atmosphèrique. Les piliers eux-mêmes sont couverts de boîtes en bois, remplies de mousse comme mauvais conducteur de la chaleur, afin de les mieux abriter contre l'effet des changements rapides de la température. Au milieu de la surface plane supérieure

de chaque pilier on a solidement scellé un boulon métallique, contre lequel est vissée une plaque de 4 pouces de diamètre. Le centre de cette plaque est perforé et c'est ce trou circulaire éclairé par derrière relativement à la lunette méridienne, qui sert de point de mire. Afin de voir les mires dans la lunette méridienne, on a fait dans les parois opposées, nord et sud, de chaque maisonnette, à la hauteur des mires, des ouvertures circulaires de près d'un pied de diamètre. La distance linéaire de l'objectif de la lunette méridienne et du point de mire n'étant pas assez grande pour permettre de voir distinctement la mire, lorsque le foyer de l'instrument est réglé sur des distances infinies, on a introduit entre eux de chaque côté un objectif auxiliaire, taillé en sorte que son foyer soit à la distance de la mire. Ces objectifs auxiliaires, chacun de 4,5 pouces de diamètre sont établis à la distance de 10 pieds du cube de la lunette méridienne, sur les deux piliers érigés au nord et au sud dans l'intervalle des deux murs qui environnent les fondements de l'instrument. Ils sont sertis dans des cadres en laiton soigneusement travaillés, qui peuvent glisser en sens azimutal, dans des coulisses appliquées à deux autres pièces métalliques fermement scellées contre les surfaces des dits piliers. L'impulsion pour ce mouvement azimutal peut être donné par l'astronome placé devant l'oculaire de la lunette méridienne, à l'aide d'une longue verge à clef, qui tourne les vis micrométriques appliquées du côté des pièces qui portent les cadres des objectifs auxiliaires. Les deux cadres mobiles sont pourvus de divisions, dont la lecture indique de combien a dû être tourné l'objectif auxiliaire, pour produire la coïncidence du fil du milieu de la lunette méridienne avec l'image du point de mire. Ensuite il ne reste qu'à déterminer, par des observations astronomiques, l'azimut de l'instrument qui correspond à la direction du point de mire dans la position normale de l'objectif auxiliaire, pour en déduire à chaque moment, par les lectures des divisions, l'azimut du plan décrit par l'axe optique.

L'erreur probable d'une lecture isolée de chaque mire est en moyenne égale à 0″.14. Chaque lecture complète d'une mire se compose de quatre lectures isolées.

Soient *MN* la lecture de la mire située vers le Nord et *MS* la lecture de l'autre mire. La différence des lectures *MN* — *MS* renferme la double erreur de collimation. Les *MN* — *MS*, corrigés pour cet erreur, expriment l'angle formé par les lignes qui joignent les centres optiques des deux objectifs avec les points de mire. Cet angle ne peut varier que par suite du changement de la position relative des mires mêmes ou des objectifs. L'examen des *MN* — *MS* (que nous compterons corrigés de l'erreur de collimation) est chose fort importante, car ils caractérisent les mouvements des mires. La différence

$$\frac{MN + MS}{2} - N = a$$

donne l'azimut de la lunette méridienne, rapporté à la direction normale N, qu'on choisit en sorte qu'il s'accorde de très près avec la direction du méridien. Les valeurs Δa, calculées à l'aide des étoiles polaires, donnent pour les laps de temps y correspondants, cette moyenne des lectures des mires, où la lunette était au méridien:

$$\frac{(MN + MS)_0}{2} = N - \Delta a.$$

Ajoutant les $N - \Delta a$ aux valeurs correspondantes $\frac{MN - MS}{2}$, on obtient les lectures MN_0 et MS_0, qui se trouvent dans la direction du méridien.

On avait déjà remarqué pendant les observations faites pour l'époque de 1845, que les piliers ont un mouvement progressif et périodique, — ce dernier a un rapport avec les saisons, de façon que le maximum positif de l'angle $MN - MS$ est atteint en été et le minimum en hiver et au printemps. Pendant la suite des observations depuis mars 1842 jusqu'au décembre 1853, furent remarqués deux sauts, l'un de 1".3, l'autre de 0".7, c'est pourquoi, afin de pouvoir traiter les $MN - MS$, ils furent divisés en trois groupes et représentés au moyen de la formule

$$MN - MS = x + ty + z \sin(\odot + w) + v \sin(2\odot + w),$$

où t signifie le temps écoulé depuis l'époque moyenne de chaque groupe, exprimé en fraction de l'année[3]). On a trouvé:

1-er groupe.	$-0".01$	$+0".31t$	$+0".69$	$\sin(\odot +$	$280°.5)$	$+0".18$	$\sin(2\odot +$ $179°.0)$
Erreur prob. =	0.01	0.01	0.02		1.5	0.02	6.0
2-me groupe.	2.53	$+0.26t$	$+0.76$	$\sin(\odot +$	$297.3)$	$+0.20$	$\sin(2\odot +$ $148.9)$
Erreur prob. =	0.03	0.03	0.01		3.3	0.04	11.3
3-me groupe.	4.49	$+0.30t$	$+0.82$	$\sin(\odot +$	$296.3)$	$+0.45$	$\sin(2\odot +$ $148.0)$
Erreur prob. =	0.05	0.08	0.08		5.9	0.08	9.9

et en moyenne

$MN - MS =$	$n +$	$0.31t +$	0.70	$\sin(\odot +$	$282.7) +$	0.19	$\sin(2\odot +$ $173.1)$
Erreur prob.		0.01	0.015		1.3	0.01	4.5

Wagner, en comparant cette formule à ses observations pour l'époque de 1865 (depuis 1861 jusqu'en 1872), trouve que ni le mouvement progressif, ni le mouvement périodique n'ont changé d'une façon sensible.

Il était pour moi de grande importance de vérifier à quel point la loi du changement des $MN - MS$ s'est conservée pour les années quatre-vingts.

---

3) Observations de Poulkovo, Vol. I. p. (74).

J'ai formé pour ces années de toutes les $MN - MS$ observés, les moyennes demi-mensuelles, qui correspondent aux époques où la longitude du Soleil $= 0°, 15°, 30°, \ldots$. et ayant établi d'après la formule ci-dessus, 165 équations de condition, je les ai résolues par la méthode des moindres carrés. J'ai trouvé ainsi

$MN - MS = n$	$+ 0''.22$	$+ 0''.25\, t$	$+ 0''.52 \sin \odot$	$- 0''.49 \cos \odot$	$- 0''.05 \sin 2\odot$	$+ 0''.18 \cos 2\odot$
Erreur prob.	0.03	0.01	0.035	0.03	0.03	0.035

ou

$MN - MS = n$	$+ 0''.22$	$+ 0''.25\, t$	$+ 0''.72 \sin(\odot + 316°.7)$	$+ 0''.19 \sin(2\odot + 104°.7)$
Erreur prob.	0.03	0.01	0.04	2.7	0.04	10.6

t est compté ici depuis 1885.0 et s'exprime en fraction de l'année, $n = 25$ divisions gravées sur les montures des objectifs de mire, ce qui correspond à $9''.233$. En comparant cette expression avec celle des années 1842—1853, nous remarquons que la valeur des mouvements progressif et périodique n'a point changée. Il n'y a eu quelque changement que dans les époques du maximum et du minimum, ce qui peut être attribué aux changement de l'état des piliers mêmes et du milieu qui entoure les parties inférieures des piliers.

Les valeurs moyennes du déplacement progressif et périodique des piliers, obtenues pour des périodes d'un petit nombre d'années, n'ayant presque pas changé dans l'espace de 40 ans, cette circonstance remarquable m'a donné la conviction de la possibilité de séparer dans Δa le mouvement du méridien terrestre, de celui des mires. La table suivante, dans laquelle nous trouvons la comparaison des valeurs $\frac{1}{2}(MN - MS)$ observées avec celles calculées d'après la formule, nous montre cependant, que cette séparation des mouvements ne doit pas être fondée sur des observations de courte durée, dans le cours desquelles le mouvement des mires peut être irrégulier à cause des changements irréguliers de température. Par rapport à la table ci-dessous il faut remarquer, que les $MN - MS$ sont influencés par l'inexactitude de l'erreur de collimation, qui n'a pas toujours été assez fréquemment déterminé.

		$\frac{1}{2}(MN - MS)$		
	$\odot$	obs.	calc.	différ.
1880.72	180	$+ 0''.08$	$+ 0''.35$	$- 0''.27$
77	195	+ 0.16	+ 0.42	— 0.26
81	210	+ 0.47	+ 0.47	0.00
85	225	+ 0.67	+ 0.53	+ 0.14
89	240	+ 0.81	+ 0.56	+ 0.25
93	255	+ 0.76	+ 0.61	+ 0.16
97	270	+ 1.01	+ 0.65	+ 0.36

Bulletin N. S. IV (XXXVI) p. 345.

		$\frac{1}{2}(MN - MS)$		
	⊙	obs.	calc.	différ.
1881.01	285	+0″.69	+0″.70	—0″.01
09	315	+0.65	+0.80	—0.15
13	330	+0.71	+0.84	—0.13
17	345	+0.42	+0.84	—0.42
21	0	+0.20	+0.79	—0.59
25	15	+0.05	+0.70	—0.65
30	30	—0.10	+0.61	—0.71
34	45	+0.18	+0.46	—0.28
38	60	+0.53	+0.32	+0.21
42	75	+0.61	+0.18	+0.33
47	90	+0.32	+0.08	+0.24
51	105	+0.20	+0.02	+0.18
55	120	+0.23	+0.00	+0.23
60	135	+0.12	+0.05	+0.07
64	150	+0.10	+0.08	+0.02
68	165	+0.13	+0.15	—0.02
72	180	+0.02	+0.23	—0.21
77	195	+0.31	+0.30	+0.01
81	210	+0.33	+0.35	—0.02
85	225	+0.35	+0.39	—0.04
89	240	+0.61	+0.44	+0.17
93	255	+0.62	+0.48	+0.14
97	270	+0.82	+0.53	+0.29
1882.01	285	+0.94	+0.58	+0.36
05	300	+1.00	+0.64	+0.36
09	315	+1.05	+0.68	+0.37
13	330	+0.96	+0.71	+0.25
17	345	+1.03	+0.71	+0.32
21	0	+0.89	+0.67	+0.22
25	15	+1.02	+0.59	+0.43
30	30	+1.01	+0.48	+0.53
34	45	+0.72	+0.34	+0.38
38	60	+0.55	+0.19	+0.36
42	75	+0.26	+0.06	+0.20
55	120	—0.25	—0.12	—0.13
60	135	—0.13	—0.10	—0.03
64	150	—0.26	—0.05	—0.21
68	165	—0.17	+0.03	—0.20
72	180	—0.29	+0.10	—0.39
76	195	—0.15	+0.17	—0.32
81	210	—0.02	+0.23	—0.25
85	225	+0.05	+0.28	—0.23
89	240	+0.08	+0.32	—0.24
93	255	—0.04	+0.36	—0.40

		$\frac{1}{2}(MN - MS)$		
	⊙	obs.	calc.	différ.
1882.97	270	+ 0″.03	+ 0″.40	— 0″.37
1883.05	300	+ 0.10	+ 0.51	— 0.41
09	315	+ 0.40	+ 0.55	— 0.15
13	330	+ 0.38	+ 0.59	— 0.21
17	345	+ 0.39	+ 0.59	— 0.20
21	0	+ 0.25	+ 0.55	— 0.30
25	15	+ 0.15	+ 0.47	— 0.32
30	30	— 0.14	+ 0.36	— 0.50
34	45	— 0.27	+ 0.21	— 0.48
38	60	— 0.31	+ 0.07	— 0.38
42	75	+ 0.03	— 0.06	+ 0.09
47	90	— 0.30	— 0.17	— 0.13
51	105	— 0.43	— 0.23	— 0.20
55	120	— 0.53	— 0.24	— 0.29
77	195	+ 0.01	+ 0.05	— 0.04
81	210	+ 0.19	+ 0.11	+ 0.08
85	225	+ 0.21	+ 0.16	+ 0.05
89	240	+ 0.53	+ 0.19	+ 0.34
93	255	+ 0.53	+ 0.24	+ 0.29
1884.01	285	+ 0.70	+ 0.33	+ 0.37
05	300	+ 0.82	+ 0.39	+ 0.43
09	315	+ 0.66	+ 0.44	+ 0.22
13	330	+ 0.58	+ 0.47	+ 0.11
17	345	+ 0.24	+ 0.47	— 0.23
21	0	+ 0.13	+ 0.42	— 0.29
25	15	+ 0.02	+ 0.33	— 0.31
30	30	— 0.07	+ 0.61	— 0.68
34	45	+ 0.21	+ 0.08	+ 0.13
38	60	+ 0.37	— 0.05	+ 0.42
42	75	+ 0.43	— 0.18	+ 0.61
47	90	+ 0.12	— 0.29	+ 0.41
51	105	— 0.08	— 0.35	+ 0.27
55	120	— 0.15	— 0.37	+ 0.22
60	135	— 0.45	— 0.35	— 0.10
64	150	— 0.38	— 0.30	— 0.08
68	165	— 0.39	— 0.22	— 0.17
72	180	— 0.16	— 0.15	— 0.01
77	195	— 0.15	— 0.07	— 0.08
81	210	— 0.05	— 0.02	— 0.03
85	225	+ 0.08	+ 0.03	+ 0.05
89	240	+ 0.17	+ 0.07	+ 0.10
93	255	+ 0.39	+ 0.11	+ 0.28
97	270	+ 0.56	+ 0.16	+ 0.40
1885.01	285	+ 0.46	+ 0.21	+ 0.25

		$\frac{1}{2}(MN - MS)$		
	⊙	obs.	calc.	différ.
1885.05	300	+ 0.43	+ 0″.27	+ 0″.16
09	315	+ 0.61	+ 0.32	+ 0.29
13	330	+ 0.20	+ 0.34	— 0.14
17	345	+ 0.12	+ 0.34	— 0.22
21	0	— 0.08	+ 0.31	— 0.39
25	15	— 0.16	+ 0.22	— 0.38
30	30	— 0.14	+ 0.11	— 0.25
34	45	— 0.06	— 0.04	— 0.02
38	60	+ 0.02	— 0.17	+ 0.19
42	75	— 0.20	— 0.31	+ 0.11
47	90	— 0.31	— 0.40	+ 0.09
51	105	— 0.44	— 0.47	+ 0.03
55	120	— 0.64	— 0.49	— 0.15
60	135	— 0.57	— 0.47	— 0.10
64	150	— 0.46	— 0.42	— 0.04
68	165	— 0.47	— 0.34	— 0.13
72	180	— 0.35	— 0.27	— 0.08
77	195	— 0.07	— 0.19	+ 0.12
81	210	— 0.24	— 0.14	— 0.10
85	225	+ 0.09	— 0.09	+ 0.18
89	240	+ 0.02	— 0.05	+ 0.07
93	255	+ 0.36	— 0.01	+ 0.37
97	270	+ 0.46	+ 0.04	+ 0.42
1886.01	285	+ 0.28	+ 0.09	+ 0.19
05	300	+ 0.29	+ 0.15	+ 0.14
09	315	+ 0.30	+ 0.19	+ 0.11
13	330	+ 0.25	+ 0.22	+ 0.03
17	345	+ 0.18	+ 0.22	— 0.04
21	0	+ 0.06	+ 0.18	— 0.12
25	15	— 0.00	+ 0.10	— 0.10
30	30	— 0.12	— 0.01	— 0.11
34	45	— 0.13	— 0.15	+ 0.02
38	60	+ 0.08	— 0.30	+ 0.38
42	75	— 0.04	— 0.43	+ 0.39
47	90	— 0.25	— 0.53	+ 0.28
51	105	— 0.39	— 0.61	+ 0.22
55	120	— 0.54	— 0.62	+ 0.08
60	135	— 0.51	— 0.59	+ 0.08
64	150	— 0.65	— 0.54	— 0.11
68	165	— 0.63	— 0.46	— 0.17
72	180	— 0.48	— 0.39	— 0.09
77	195	— 0.39	— 0.32	— 0.07
81	210	— 0.20	— 0.26	+ 0.06
85	225	— 0.17	— 0.21	+ 0.04

		$\frac{1}{2}(MN - MS)$		
	⊙	obs.	calc.	différ.
1886.89	240	— 0″.33	— 0.17	— 0″.16
93	255	— 0.32	— 0.13	— 0.19
97	270	— 0.31	— 0.09	— 0.22
1887.05	300	— 0.26	+ 0.02	— 0.28
09	315	— 0.25	+ 0.06	— 0.31
13	330	— 0.11	+ 0.09	— 0.20
17	345	— 0.08	+ 0.09	— 0.17
21	0	— 0.15	+ 0.05	— 0.20
34	45	— 0.14	— 0.28	+ 0.14
64	150	— 0.90	— 0.66	— 0.24
68	165	— 0.83	— 0.59	— 0.24
72	180	— 0.77	— 0.51	— 0.26
77	195	— 0.54	— 0.44	— 0.10
81	210	— 0.41	— 0.38	— 0.03
85	225	— 0.35	— 0.34	— 0.01
89	240	— 0.24	— 0.30	+ 0.06

Au moyen des quantités Δa, MN_0 et MS_0, calculées pour l'époque de 1845, on trouve dans l'Introduction au Vol. I des Observations de Poulkovô que le mouvement progressif dans la direction moyenne des mires est presqu' entièrement provenu d'un changement dans la direction de la mire située vers le Nord. Quant aux changements périodiques, les déterminations des Δa n'ont pas offert de données suffisantes pour déterminer en quelle proportion chaque mire y a participé. On ne reconnait pas même des traces de périodicité annuelle dans les Δa. Nous remarquons à ce sujet que si les deux mires étaient exposées à des changements identiques dans le même sens, ces changements n'auraient pas eu d'influence sur Δa. Mais le calcul pour l'époque de 1865 prouve que le mouvement périodique des deux mires est loin d'être le même, c'est pourquoi nous devons attribuer l'imperceptibilité de la périodicité annuelle dans Δa pour l'époque 1845, à l'inexactitude des déterminations de cette quantité, de même qu'en partie à l'influence du changement de direction du méridien terrestre.

Dans les valeurs Δa pour l'époque de 1865 on découvre l'existence d'un tel même mouvement progressif des deux mires, comme celui qui eut lieu pour l'époque de 1845, outre cela on y trouve la péridiodicité annuelle (Vol. XII des Observations de Poulkovo, Bearbeitung .... von A. Wagner). Pendant l'espace d'onze années d'observations (de 1861 à 1872) la régularité du mouvement progressif ne fut troublée sensiblement deux fois que par la mire située vers le Sud, en 1868 et en 1871, au temps du dégel du sol. Dans un de ces cas le saut avait atteint à peu près 1″.5, dans l'autre il était

au-dessus de 2″. Dans les deux cas les mires reprirent dans quelques mois, à la fin de l'été et en automne, leur position normale. Wagner représente les changements des MN_0 et MS_0 pour l'époque de 1865 comme les fonctions périodiques avec des termes des périodes annuelle et semi-annuelle. Des ces formules nous trouvons, que le maximum des termes de la période annuelle atteint

pour MN_0 0″.78, pour MS_0 0″.25 et pour $\frac{1}{2}(MN_0 + MS_0)$ 0″.42

et le maximum de la période semi-annuelle

pour MN_0 0″.16, pour MS_0 0″.14 et pour $\frac{1}{2}(MN_0 + MS_0)$ 0″.035.

Le déplacement des mires consiste dans l'inclinaison de leurs piliers dans la direction Est-Ouest. On s'occupait pendant plusieurs années du nivellement des piliers, pour calculer cette inclinaison. Ces nivellements ne furent pas entièrement satisfaisants à cause de l'arrangement défectueux de l'appareil auxiliaire, dont on dût se servir pour ce but, néanmoins Wagner réussit à en tirer les résultats suivants. Dans l'espace de quinze ans, le pilier de la mire située vers le Nord s'est inclinné de 5′ vers l'Est, conformément au changement progressif de l'azimut de cette mire. On observe dans l'inclinaison du pilier, qui porte l'objectif auxiliaire, situé vers le Nord, la période annuelle, pareille à la période annuelle de l'azimut de la mire du nord. Le changement d'inclinaison de ce pilier de 1″ correspond au changement de l'azimut de 0″.044, ou à l'écart linéaire de l'objectif de 0.013 pouce, d'où l'on reçoit le rayon de la rotation de l'objectif de 22.5 pieds. Pour les deux piliers, qui portent les mires, le rayon de la rotation est presque le même et atteint de 9—10 pieds. Le pilier, qui porte l'objectif, situé vers le Sud, est plus stable que les autres.

Une influence bien pernicieuse sur la régularité des changements des valeurs Δa, auraient pu avoir des sauts simultanés des deux mires dans les sens opposés, mais des sauts pareils n'ont pas été observés et ne sont pas probables. Les mouvements irréguliers des deux mires dans le meme sens, de même que les mouvements irréguliers d'une mire peuvent être observés et déterminés au moyen des $MN - MS$. L'influence de pareils mouvements sur Δa se réduit au moins de moitié. On ne remarque pas de grandes irrégularités dans les valeurs $MN - MS$, dans la période de sept ans de 1880 à 1887, que nous recherchons.

Si nous admettons que dans l'espace de cette période le mouvement du pôle était circulaire et uniforme, l'équation $n' = \Delta a$ deviendra

$$n' = x + ty + z \sin(\odot + u) + z' \sin(2\odot + u') + u \sin\left(\frac{360}{T} t + w\right).$$

Pour abréger cette équation, nous rejetons le membre de la période semi-annuelle, car l'influence de ce petit membre de la courte période sur l'exacti-

tude de la détermination des autres inconnues d'après les observations de sept ans, ne peut être qu'insignifiante. Au moment où je commençais le calcul présent, la valeur de la période T était encore assez indéterminée, c'est pourquoi je résolus de faire deux suppositions:

1) $1\text{ an} = 0.95\,T_1$, ou $T_1 = 1.053$ an $= 384.5$ jours et $\frac{360^\circ}{T_1} = 342^\circ$.

2) $1\text{ an} = 8.05\,T_2$, ou $T_2 = 1.176$ an $= 429.7$ jours et $\frac{360^\circ}{T_2} = 306^\circ$.

J'appliquais la première supposition seulement aux observations de l'étoile α Ursae min. et la seconde aux trois étoiles: α Ursae min., δ Ursae min. et 51 H. Cephei. Il m'a paru incommode de former les moyennes des observations, à cause de leur distribution irrégulière. D'après les remarques dans les journaux d'observation relativement à l'état des images etc., j'ai rejeté quelques observations douteuses et attribué à quelques équations le poids $^1/_2$. Aux observations de la même étoile dans les deux culminations, fut attribué le même poids.

Pour déterminer les inconnues, les équations de condition sont mises sous la forme

$$n = ax + by + cz_1 + du_1 + ev_1 + fw_1$$

où

$$a = 1,\ b = t,\ c = \sin\odot,\ d = \cos\odot,\ e = \sin\frac{360^\circ}{T}t,\ f = \cos\frac{360^\circ}{T}t,$$

t est compté de 1884.5.

La table suivante donne les coefficients des équations normales.

	α Urs. min.		51 H. Cephei	δ Urs. min.
	$T_1 = 384.5$	$T_2 = 429.7$		
Nombre des éq.	476	476	226	288
$[aa]$	420.50	420.50	207.50	267.50
$[ab]$	— 11.30	— 11.30	— 38.59	+ 50.46
$[ac]$	+ 84.96	+ 84.96	— 20.72	— 20.94
$[ad]$	+ 22.41	+ 22.41	— 3.68	+ 18.24
$[ae]$	— 64.27	— 47.14	— 15.32	— 8.09
$[af]$	+ 59.81	+ 5.34	+ 30.51	+ 9.07
$[an]$	+100.03	+100.03	+ 53.45	+105.20
$[bb]$	1555.69	1555.69	1000.71	1076.08
$[bc]$	— 29.90	— 29.90	+ 7.03	— 11.17
$[bd]$	+ 2.91	+ 2.91	— 18.73	+ 21.18
$[be]$	— 37.00	—104.06	+ 30.73	+ 49.45
$[bf]$	— 14.21	— 74.34	— 24.44	— 32.13
$[bn]$	— 77.10	— 77.10	— 50.00	+ 26.50

	α Urs. min. $T_1 = 384.5$	α Urs. min. $T_2 = 429.7$	51 H. Cephei	δ Urs. min.
Nombre des éq.	476	476	226	288
$[cc]$	211.24	211.24	62.27	84.95
$[cd]$	+ 82.01	+ 82.01	— 53.07	— 74.82
$[ce]$	— 99.13	— 39.95	— 3.87	— 19.16
$[cf]$	+166.12	+ 3.92	— 15.31	+ 4.27
$[cn]$	— 2.87	— 2.87	— 32.01	— 56.57
$[dd]$	209.18	209.18	147.75	181.59
$[de]$	—173.11	— 6.10	+ 17.22	+ 31.26
$[df]$	+ 30.85	— 31.60	— 12.88	— 42.90
$[dn]$	+ 75.29	+ 75.29	+ 68.00	+ 95.50
$[ee]$	214.88	221.68	114.29	136.93
$[ef]$	— 31.53	— 12.88	+ 0.90	— 15.07
$[en]$	— 69.62	— 12.33	— 15.77	— 15.99
$[ff]$	205.48	198.90	97.42	129.80
$[fn]$	— 35.46	— 71.22	— 20.29	— 47.46
$[nn]$	233.64	233.64	138.72	236.10

Voici les résultats du calcul:

I. $T_1 = 1.053$ an $= 384.5$ jours

α Urs. min.

$\Delta a = +0''.267 - 0''.053\,t - 0''.120 \sin \odot + 0''.388 \cos \odot - 0''.028 \sin 342°t - 0''.220 \cos 342°t$

Erreur prob. = 0.020 0.010 0.055 0.049 0.052 0.050

ou

$\Delta a = +0.267 - 0.053\,t + 0.406 \sin (\odot + 107°1) + 0''.221 \sin(342°t + 262°7)$

Erreur prob. = 0.020 0.010 0.052 7.2 0.051 13.3

II. $T_2 = 1.176$ an $= 429.7$ jours

1) α Urs. min.

$\Delta a = +0.268 - 0.076\,t - 0.298 \sin \odot + 0.396 \cos \odot - 0.096 \sin 306°t - 0.331 \cos 306°t$

Erreur prob. = 0.019 0.010 0.029 0.028 0.026 0.027

ou

$\Delta a = +0.268 - 0.076\,t + 0.496 \sin (\odot + 127°0) + 0.344 \sin(306°t + 253°8)$

Erreur prob. = 0.019 0.010 0.029 8.4 0.027 4.4

2) δ Urs. min.

$\Delta a = +0.347 + 0.001\,t - 0.336 \sin \odot + 0.325 \cos \odot - 0.251 \sin 306°t - 0.300 \cos 306°t$

Erreur prob. = 0.028 0.014 0.063 0.045 0.040 0.042

ou

$\Delta a = +0.347 + 0.001\,t + 0.467 \sin (\odot + 135°9) + 0.391 \sin(306°t + 230°1)$

Erreur prob. = 0.028 0.014 0.064 6.7 0.041 6.0

3) 51 H. Cephei

$$\Delta a = +0.271 - 0.003t - 0.154 \sin \odot + 0.402 \cos \odot - 0.156 \sin 306°t - 0.271 \cos 306° t$$
Erreur prob. = 0.030 0.013 0.066 0.042 0.039 0.044

ou

$$\Delta a = +0.271 - 0.033 + 0.431 \sin (\odot + 110°9) + 0.313 \sin (306°t + 240°0)$$
Erreur prob. = 0.030 0.013 0.062 8.5 0.042 7.4

Résultat définitif: α Urs. min., 51 H. Cephei et δ Urs. min.

$$\Delta a = \Delta a_0 - 0.046t - 0.284 \sin \odot + 0.382 \cos \odot - 0.146 \sin 306°t - 0.312 \cos 306° t$$
Erreur prob. = 0.015 0.025 0.014 0.029 0.011

ou

$$\Delta a = \Delta a_0 - 0.046t + 0.476 \sin (\odot + 126°6) + 0.344 \sin (306°t + 245°0)$$
Erreur prob. = 0.015 0.019 2.6 0.016 4.5

t est compté de 1884.5 *).

La comparaison des expressions, obtenues pour les deux valeurs de la période, démontre que la première d'entre elles s'accorde moins avec les observations que l'autre. Pour évaluer les résultats pour $T_2 = 1.176$ an, il faut prendre en considération, que les observations de l'étoile α Ursae min. et celles des étoiles 51 H. Cephei et δ Ursae min. s'effectuaient dans diverses parties de l'année, comme cela indique la table suivante.

	α Ursae min.	51 H. Cephei	δ Ursae min.
	Nombre des observations dans les années 1880—1887.		
Janvier	6	30	32
Février	10	40	69
Mars	47	32	40
Avril	88	8	9
Mai	80	0	0
Juin	64	0	0
Juillet	28	11	26
Août	5	41	46
Septembre	16	47	49
Octobre	64	7	7
Novembre	44	3	3
Décembre	27	6	8

*) Dans le № 3166 des Astr. Nachr. j'ai publié une Note préliminaire concernant le travail actuel où l'on trouve l'expression de Δa qui diffère sensiblement du résultat présenté ici. La raison de cette différence est la suivante. Le résultat préliminaire n'est basé que sur les observations d'une seule étoile α Ursae minoris. Or l'examen ultérieur des observations et de leurs réductions m'a découvert plusieurs erreurs considérables en m'obligeant de faire un nouvel calcul avec des données corrigées. Dans ce calcul j'ai dû omettre quelques observations tout à fait douteuses, — introduisant des erreurs inadmissibles, — et attribuer à quelques équations des poids plus petits.

La petitesse des erreurs probables des expressions, obtenues pour $T = 1.176$, et l'accord suffisant des expressions 1), 2) et 3) trouvées des observations faites dans diverses parties de l'année, prouvent l'exactitude considérable du résultat définitif. C'est pourquoi je me permets de me borner à ce résultat, ne faisant point d'essai avec la valeur un peu modifiée de T_2.

Comme pour Poulkovo la valeur de sec φ diffère fort peu de 2, le coefficient du dernier membre représente le diamètre du cercle, décrit par le pôle terrestre. Le mouvement du pôle terrestre dans la direction perpendiculaire au méridien de Poulkovo, se représente donc, d'après mon calcul, pour les années 1880—1887 par la formule

$$0''.172 \sin [306° (t - 1884.5) + 245°.0].$$

Nous allons, pour conclure, comparer les membres de la période annuelle dans les expressions $\frac{1}{2}(MN - MP)$ et $\frac{1}{2}(MN + MS)_0 = N - \Delta a$ (page 505):

la partie périodique de $\frac{1}{2}(MN - MS) = +0''.26 \sin \odot - 0''.25 \cos \odot$
$\pm 0.02 \qquad \pm 0.02$

» » » » $\frac{1}{2}(MN + MS)_0 = +0.28 \sin \odot - 0.38 \cos \odot$
$\pm 0.025 \qquad \pm 0.025$

On voit ainsi que les changements des mires proviennent presque exclusivement du mouvement des piliers, situés vers le Nord de la lunette méridienne.

MÉLANGES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES
TIRÉS DU
BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG.
TOME VII.

Variations de la latitude de Poulkovo déduites des observations faites au grand cercle vertical dans les années 1863—75. Par A. Ivanoff.

(Lu le 10 décembre 1893.)

(Avec 2 planches.)

La question sur les variations de la latitude dont plusieurs astronomes sont occupés maintenant, est si importante et intéressante, que l'examen de toutes les observations, qui puissent y donner l'une ou l'autre réponse, doit être regardé comme obligatoire.

On fait dans le temps dernier à Poulkovo des observations spéciales ayant pour but l'investigation de cette question. Ainsi, M. Kostinsky observe au grand instrument des passages, établi dans le premier vertical, quelques étoiles zénithales; et M. Nyrén observe au grand cercle vertical l'étoile polaire et quelques étoiles principales selon le programme, qu'il a fait connaître dans le Mémoire: «Polhöhenbestimmungen mit dem Ertel-Repsold'schen Verticalkreise». (Mél. math. et astr., t. VI, 1885).

En outre, en calculant dans le but de la formation du Catalogue de 1885.0 ses observations qu'il a commencées en 1882, M. Nyrén a fait usage en même temps de ces observations pour la résolution de la question, si la latitude de notre observatoire a été constante ou non. Les résultats qu'il a obtenus sont publiés dans le Bulletin de l'Académie, t. VII.

On sait que les observations des passages de l'étoile polaire par le méridien peuvent aussi servir en connexion avec les lectures correspondantes des mires constantes pour la détermination des oscillations de l'axe de rotation dans l'intérieur de la Terre.

Cette méthode a été appliquée à la détermination des variations, remarquées à Poulkovo, par M. Socoloff. (Astr. Nach. № 3166).

Ainsi, à Poulkovo ont été déterminées les variations de la latitude pour dix ou même quinze[1]) années dernières.

Mais M. Chandler a montré que les observations anciennes indiquent aussi l'existence du phénomène qui nous intéresse. Donc il est à desirer,

1) Voir le Mémoire de M. Nyrén «Variations de la latitude de Poulkovo etc.» (Mél. math. et astr., t. VII, 1893).

certainement, que les variations de la latitude de Poulkovo soient déterminées pour un nombre d'années aussi grand que possible.

En observant au grand cercle vertical, j'ai entrepris l'examen des observations anciennes, faites à cet instrument.

J'expose dans ce Mémoire les résultats que j'ai obtenus en examinant les observations faites depuis 1863 jusqu'à 1875 et publiées dans les XIII et XIV volumes des «Observations de Poulkovo».

Quelques-unes de ces observations, savoir les observations de l'étoile polaire pendant tout l'intervalle du temps et les observations de quinze étoiles fondamentales, faites depuis 1863 jusqu'à 1867, ont été examinées par M. Chandler (Astr. Journal № 249). Mais les résultats brillants, que M. Nyrén a obtenus en examinant ses observations, ont donné à moi l'espoir d'obtenir pour tout l'intervalle une bonne courbe de tout le gros des étoiles observées pour la formation du Catalogue de 1865.0.

Que cet espoir a été bien fondé, on voit de ce qui suit.

Les observations que j'ai prises sont faites par deux observateurs. Savoir, M. Gyldén a observé entre 1863 Novembre 15 et 1871 Mai 3 et M. Nyrén a observé dans l'intervalle 1871 Juin 19 à 1875 Juillet 9.

Pour plus grande précision, il faudrait, peut-être, qu'on traite les observations des deux observateurs séparément, afin que l'influence de l'erreur personnelle s'élimine.

Je m'ai décidé tout de même de traiter toutes les observations conjointement par les raisons suivantes.

1) De l'investigation de M. Nyrén sur la différence personnelle entre M. Gyldén et lui-même, insérée dans la préface au XIV volume des Observations de Poulkovo, on voit que même le signe de cette différence varie pour les déclinaisons différentes, ainsi qu'on peut espérer, qu'une compensation ait lieu dans le gros des étoiles.

2) Il est très-probable que les variations de la latitude ne sont pas éliminées dans la différence personnelle, et que la différence personnelle vraie doit être moindre que celle qui est reçue par M. Nyrén.

3) Enfin, en séparant les observations des deux observateurs, on serait forcé de rejeter plusieurs observations de M. Nyrén, parce qu'elles ne donneraient rien séparément des observations de M. Gyldén.

En outre, il faut remarquer, que M. Nyrén ne regarde pas lui-même les différences personnelles reçues comme entièrement sûres.

Le nombre de toutes les observations dont j'ai fait usage est d'environ 3000.

J'ai examiné ces observations par la même méthode, qui a été employée par M. Nyrén dans son Mémoire «Variations de la latitude de Poulkovo etc.».

Savoir, en nommant δ_1, δ_2 . . . δ_n les valeurs observées de la déclinaison d'une étoile et en écrivant

$$\frac{\delta_1 + \delta_2 + \ldots\ldots + \delta_n}{n} = \delta_m,$$

j'ai supposé, que δ_m correspond à une valeur moyenne de la latitude. Ensuite j'ai formé pour chaque étoile la différence entre la latitude instantanée et la latitude moyenne, et ces différences pour les observations instituées dans l'intervalle de quinze jours, ou un peu plus, furent combinées à une valeur moyenne, eu égard à l'exactitude différente des observations.

Les observations faites au cercle vertical sont divisées d'après leur exactitude en 5 classes.

	Dist.-zén.	Poids.
1 classe	0°—4°	1.2
2 »	4 — 50	3.5
3 »	50 — 65	2.3
4 »	65 — 76	1.0
5 »	α Urs. min.	6.4

Cependant il fallait attribuer à quelques observations de δ Ursae minoris aussi le poids égal à 6.4. De l'autre côté le poids des observations simples (pas doubles) de α Ursae minoris est compté égal à 3.5.

Les étoiles de plus de 76° de distance zénithale ont été exclues de cette recherche ainsi que les étoiles observées quelques fois seulement pendant un ou deux ou trois mois, qui suivent l'un après l'autre. Enfin, les passages supérieurs et inférieurs sont séparément traités.

De cette manière j'ai obtenu les valeurs données ci-dessous des différences entre la latitude instantanée φ et la latitude moyenne φ_0. L'erreur probable de chaque différence peut être calculée par la formule

$$\varepsilon = \frac{\pm 0''.41}{\sqrt{P}},$$

où P est le poids et 0″.41 est l'erreur probable d'une observation dont le poids est égal à l'unité.

Époque.	$\varphi - \varphi_0$	Poids	Nombre des observ.
1863.892	+ 0″.20	60.0	14
951	+ 0.04	53.0	15
997	— 0.13	92.2	26
1864.072	— 0.24	49.7	16
100	— 0.29	37.9	14
140	— 0.17	97.2	33
178	— 0.24	89.5	25

Époque	$\varphi - \varphi_0$	Poids	Nombre des observ.
1871.779	— 0″.11	55.0	19
826	+ 0.10	43.8	16
877	+ 0.03	146.2	52
930	+ 0.07	69.7	25
969	+ 0.13	57.7	22
1872.103	+ 0.04	61.6	18
137	— 0.09	68.4	21
183	— 0.08	103.1	36
221	— 0.10	98.0	36
264	— 0.09	29.5	7
311	— 0.09	130.0	37
357	— 0.20	86.9	27
405	— 0.14	129.4	32
569	— 0.12	53.4	15
608	— 0.07	55.9	15
655	— 0.16	78.7	34
707	+ 0.02	98.6	34
776	— 0.06	159.7	36
862	+ 0.03	81.8	20
986	+ 0.19	56.8	18
1873.078	+ 0.07	58.8	18
085	+ 0.15	35.4	12
142	+ 0.13	116.6	36
193	+ 0.18	88.8	29
231	+ 0.01	192.4	57
270	+ 0.09	76.2	22
313	+ 0.05	118.4	32
350	+ 0.10	79.5	23
395	— 0.01	43.2	15
438	— 0.11	122.4	32
485	— 0.11	60.8	17
510	— 0.13	90.7	29
747	— 0.31	34.9	16
822	— 0.04	79.0	27
956	+ 0.04	48.5	17
1874.116	— 0.04	131.8	51
183	— 0.04	38.3	12
306	+ 0.09	29.1	7
394	+ 0.13	72.0	13
468	— 0.01	72.0	13
757	— 0.21	19.2	3
832	— 0.06	26.8	5
930	— 0.34	3.5	1
1875.126	+ 0.28	25.5	9

Bulletin N. S. IV (XXXVI) p. 360.

Époque	$\varphi - \varphi_0$	Poids	Nombre des observ.
1875.325	+ 0".20	12.8	2
339	+ 0.13	57.6	9
392	+ 0.31	29.1	5
493	+ 0.21	44.8	7

On voit déjà de cette table que les différences $\varphi - \varphi_0$ varient périodiquement. J'ai présenté pour plus grande clarté ces variations graphiquement sur le dessin ci-joint. Le temps est représenté par l'abscisse, les différences $\varphi - \varphi_0$ par les ordonnées. L'erreur probable calculée par la formule donnée ci-dessus est ajoutée pour chaque point. J'ai essayé de mener une courbe continue à travers les points reçus. En examinant cette courbe de plus près, j'ai rouvé, que la latitude avait la plus grande valeur dans les époques suivantes:

Maxima.	Intervalles.
1864.76	
	405
65.87	
	442
67.08	
	464
68.35	
	431
69.53	
	442
70.74	
	438
71.94	
	423
73.10	
	431
74.28	
	402
75.38	

On a placé dans la colonne droite les intervalles entre deux époques voisines des maxima exprimés en jours, ou, en d'autres termes, les valeurs des périodes.

En prenant la moyenne de ces neuf valeurs, on trouve la période égale à 430.9 jours.

En déterminant aussi les époques des minima, on trouve

Minima.	Intervalles.
1864.09	
	449
65.32	
	442
66.53	
	467
67.81	
	405
68.92	
	438
70.12	
	449
71.35	
	423
72.51	
	416
73.65	
	434
74.84	

En moyenne l'intervalle des minima est égal à 435.9 jours.

L'accord des valeurs isolées de la période doit être regardé comme entièrement satisfaisant.

En prenant le moyen des nombres 430.9 et 435.9, on obtient pour la valeur de la période

433.4 jours.

La courbe dessinée par moi donne vingt déterminations de la valeur de demi-amplitude, savoir

$r = 0''.27$
28
15
20
20
29
16
21
26
22
19
12
22
11
18
17
23
12
20
28

En moyenne on a ..... $0''.203$, si on regarde l'amplitude comme constante.

Je crois qu'il est très-intéressant de comparer mes résultats avec ceux, que M. Chandler a trouvés (Astr. Journ. № 277).

En réduisant les époques des minima, données par M. Chandler, au méridien de Poulkovo et en formant les différences entre les époques trouvées par moi et les époques obtenues par la voie susdite, on a la table

Ivanoff — Chandler
— 0.09
+ 0.01
+ 0.09
+ 0.20
+ 0.04
+ 0.03

Bulletin N. S. IV (XXXVI) p. 362.

Ivanoff — Chandler

+ 0.17
+ 0.17
+ 0.15
+ 0.12

Aussi, en déterminant sur le dessin donné par M. Chandler les époques des maxima et en formant les différences analogues aux précédentes, on a

Ivanoff — Chandler.

— 0.02
— 0.02
+ 0.08
+ 0.09
+ 0.01
+ 0.06
+ 0.16
+ 0.19
+ 0.18
— 0.02

Ainsi on voit que les époques des maxima et minima déterminées au moyen de ma courbe coïncident très-bien avec celles trouvées par M. Chandler.

Les plus grandes différences à la fin de chaque table doivent être attribuées, probablement, à ce qu'on a dans ce temps moins d'observations et ces observations sont placées moins favorablement pour notre but.

En comparant les époques Chandleriennes des maxima et des minima, j'ai reçu en moyenne respectivement les valeurs suivantes de la période pour l'intervalle considéré

431.3 et 428.0 jours.

Ainsi, la période est selon M. Chandler un peu moindre que celle trouvée par moi; on doit toutefois regarder l'accord comme très-satisfaisant.

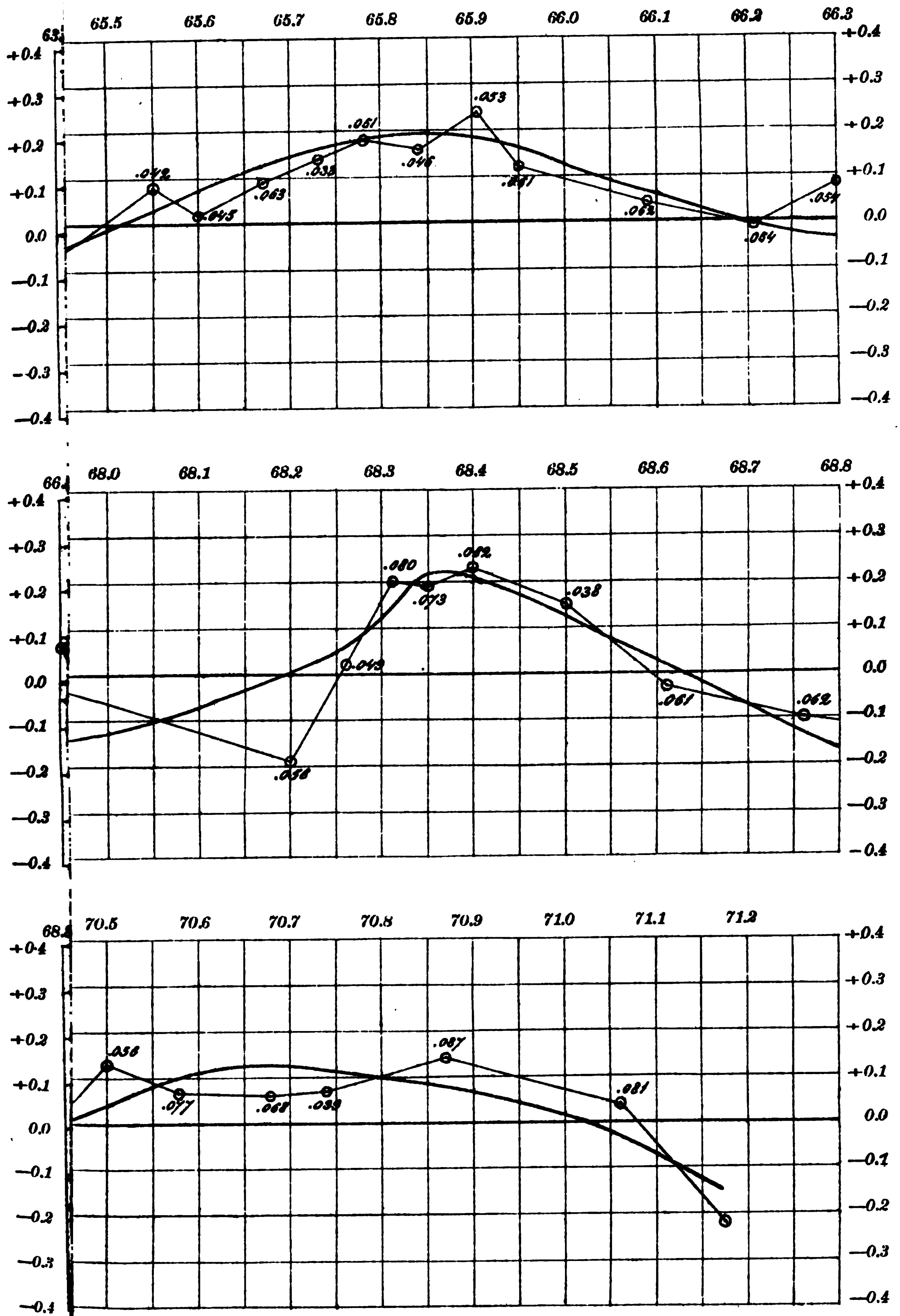
Les valeurs de la demi-amplitude reçues par moi et par M. Chandler s'accordent moins bien. La demi-amplitude est selon M. Chandler, pour l'intervalle depuis 1863 jusqu'à 1875, en moyenne égale à 0″.13, c'est-à-dire moindre de 0″.07, que chez moi.

En conclusion, il faut remarquer que la courbe basée sur les observations faites par M. Nyrén au grand instrument des passages, établi dans le premier vertical, et ajoutée à son Mémoir déjà cité: «Variations de la latitude de Poulkovo etc.» peut servir de prolongement de la courbe dessinée par moi. Le premier point de la courbe de M. Nyrén correspond à l'époque 1875.54 et le dernier point de ma courbe correspond à l'époque 1875.49.

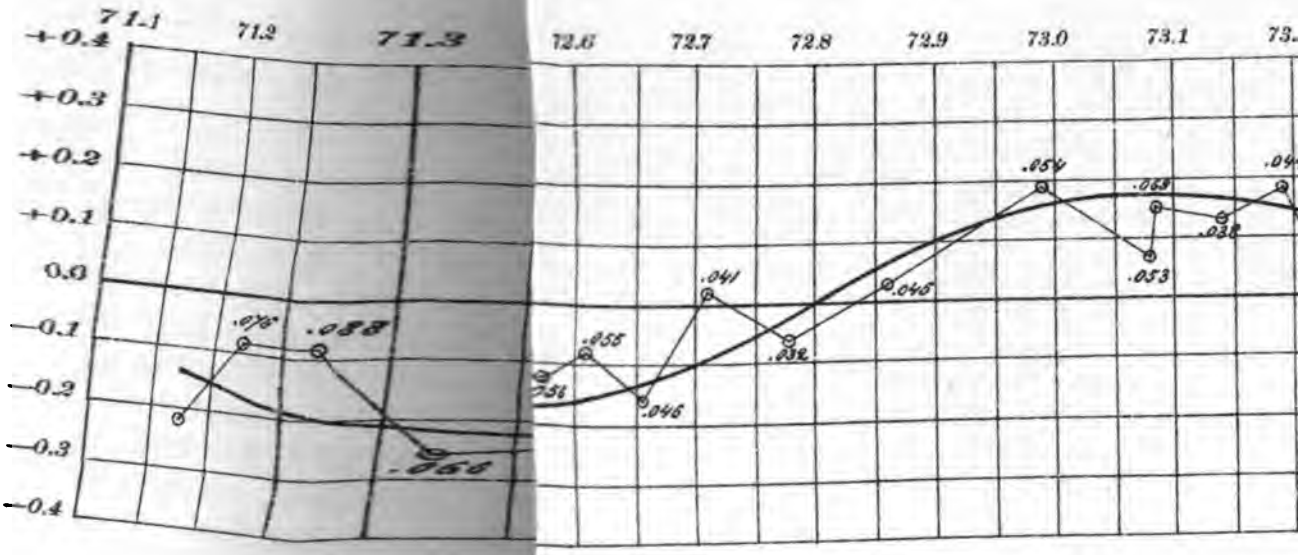
Bulletin N. S. IV (XXXVI) p. 363.

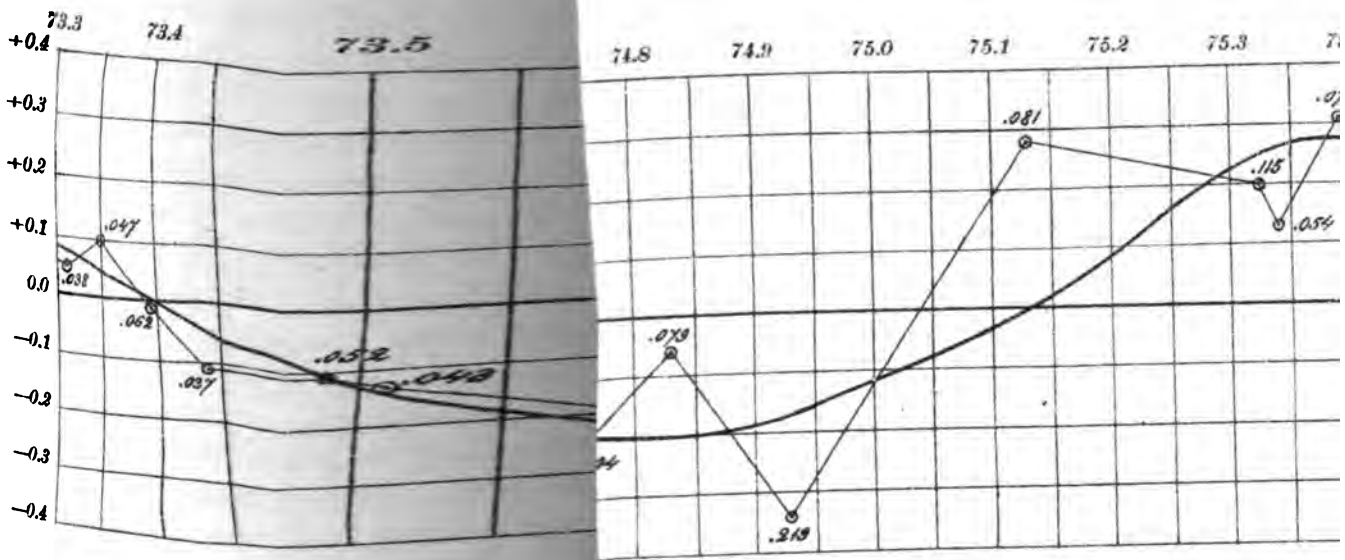
En outre, les différences $\varphi - \varphi_0$ ont à peu près les mêmes valeurs, ainsi qu'on peut facilement mettre une courbe à la place de deux.

Ainsi, on a à Poulkovo la courbe qui présente les variations de la latitude de l'Observatoire pour l'intervalle de trente ans. Je regarde maintenant l'examen des observations, faites au cercle vertical dans l'intervalle depuis 1842 jusqu'à 1849, comme mon devoir infaillible.



Lith. A. Jacobson


71.1
71.2
71.3
+0.4
+0.3
+0.2
+0.1
0.0
−0.1
−0.2
−0.3
−0.4
.076
.088
.060
72.6
72.7
72.8
72.9
73.0
73.1
.055
.046
.041
.032
.046
.054
.053
.038


73.3
73.4
73.5
+0.4
+0.3
+0.2
+0.1
0.0
−0.1
−0.2
−0.3
−0.4
.047
.031
.062
.037
.052
.043
74.8
74.9
75.0
75.1
75.2
75.3
.079
.219
.081
.115
.054

MÉLANGES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES
TIRÉS DU
BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG.
TOME VII.

Sur quelques cas du morcellement des comètes. Par Th. Brédikhine. (Lu le 9 mars 1894.)

Nous connaissons plusieurs cas de la division des comètes en plusieurs corps indépendants, sans parler de leur désagrégation complète en météores.

La comète de Biela s'est divisée en 1841, à l'époque des fortes perturbations de la part de Jupiter. La comète 1882 II s'est morcelée en voisinage du Soleil en quatre parties, évidemment sous l'influence de l'astre central. La comète 1889 V a subi la division en cinq morceaux, moyennant l'influence de Jupiter, en passant très près de lui.

Ici nous devons faire une remarque importante par rapport à la valeur de l'influence produite par la proximité du Soleil et de Jupiter. En admettant que l'énergie électro-thermique est inversement proportionnelle aux carrés des distances et proportionnelle aux masses du Soleil et de Jupiter (le rapport de leurs rayonnements étant inconnu), — ce qui serait même très exagéré par rapport à la planète, — on verra que l'action de Jupiter à la distance de 0.03 équivaut l'action du Soleil, à la distance 33 fois plus grande, ou égale à l'unité. Donc, si une comète donnée peut se diviser à la distance 0.03 de Jupiter, elle pourra se diviser à la distance 1 du Soleil. L'aptitude à se morceler dépend, naturellement, de la masse, de la cohésion des parties et d'autres particularités physiques qui varient de comète à comète. Si l'on admet que la comète connue de Liais (1860 I) n'était pas double à son entrée dans notre système, mais qu'elle s'est divisée ici, elle en sera une preuve de plus, car sa distance périhélie surpassait un peu la distance Terre-Soleil.

En général, jusqu'à présent on ne peut pas fixer la limite de la distance à laquelle l'action du Soleil devient insuffisant de transformer l'énergie potentielle de l'astre en énergie cinetique de quantité suffisante.

On doit admettre en général que dans les comètes périodiques à courte période, la force produisant les émissions et les queues, — excitée par le Soleil mais différente de son action dissolvante due à la simple inégalité de l'attraction sur les parties de la comète se trouvant à distances inégales de l'astre central, — est relativement épuisée. Les deux forces sont ici du même ordre de grandeur. Dans les comètes à longues périodes, surtout dans

les comètes paraboliques, la vivacité et l'énergie des émissions formant quelquefois les queues anomales, sont souvent surprenantes (1811, 1858 V, 1861 II...) et peuvent surpasser la force dissolvante de l'attraction.

Cette différence de l'influence relative des deux forces doit se manifester aussi dans l'origine des météores, et M. Schulhof[1]) est presque dans le vrai quand il remarque que je cherche l'origine des trois grands essaims des Bielides dans la désagrégation lente de la comète[2]) et que j'attribue à des émissions les essaims secondaires. Il ajoute à cela qu'il est indispensable de recourir à ma théorie pour expliquer le fait qu'on observe annuellement, le 10 août, des étoiles filantes dans l'orbite de la comète 1862 III, et que le nombre des essaims existants puisse être si considérable.

M. Newton, — à qui la science est bien redevable de ses recherches sur les météores, — dans le dernier temps[3]) vient à la nécessité d'admettre, dans la formation des météores, l'intervention d'un agent différent de l'attraction newtonienne, ce que je tâche de montrer depuis longtemps. Citons ses propres paroles: «In 1872, the comet was something like 50000000 geogr. miles away from the bodies that we met as we passed through them on the 27-th of November, giving us a brilliant shower. Thirteen years later we passed through the group again, and then we were something like 75000000 g. miles ahead of the comet.

What are the forces which carried off those particles so many miles.... these little bodies of hard matter that go off from the comet and follow very nearly in its train are acted on not in proportion to their mass like the force that acts on the planets in their orbits... It looks to me as though the more natural explanation is that, in some way, the materials which go off from the comet carry with them a load of electricity, or something of that kind, by which they have a permanent repulsion or permanent attraction sufficient to change the orbit altogether, not in kind, but in a steady change, throwing them into a new orbit with a new period, and thus scattering them...

What that added force must be, we cannot very well tell, because it differs according to the place in the orbit where the disintegration takes place. If that disintegration takes place near the Sun, it is one thing; if it takes place near Jupiter, it is another. It looks more to me as though there was a disintegration all along the line of the comets' orbit, giving us small particles with all sorts of loads of electricity and all sorts of differences of

1) Revue générale des Sciences.. 1893, no. 19, p. 641.

2) Mais je ne dis pas que cette désagrégation lente est due exclusivement à la force d'attraction, car il faudrait démontrer numériquement cette admission. — Br. —

3) Proccedings of the American Philosophical Society, Vol. XXXII, novembre 1893.

central attraction and differences of orbits, and thus they get widely scattered so as to give us the showers a long distance from the comet itself... (Chez moi ce sont les différentes valeurs de j et J). I should think that all the phenomena could be explained by a change amounting to one tenth of the attraction; that is, if the small particle carries a load of electricity such as to diminish the attraction to say nine tenths of the original attractive force of the Sun, or increase it to eleven tenths, it will explain the phenomena». (Chez moi cet accroissement et cette diminution sont produits par les valeurs convenables de l'angle d'émission J).

Appliquons ce principe de M. Newton aux Bielides que ce savant paraît avoir spécialement en vue. Calculons l'orbite dérivée sous l'action de l'impulsion produisant la vitesse $j = 0$, et puis calculons l'orbite avec le même grand axe a produite par la force constante qui, combinée avec l'attraction (prise comme unité) donne la force effective qui diffère de l'attraction newtonienne d'une quantité $\pm x$. Il s'agit de trouver cet x.

Prenons donc $a = 3.5256$, $T = 6.620$. Faisons le calcul pour le point de l'orbite où la Terre rencontre les météores, pour l'anomalie $v = +47°\ 27'$ et $r = 1$. Ici $\beta = 69°\ 46'.2$. Pour la valeur de la vitesse initiale provenant des forces intérieures, admettons $j = 0.1$ (2950 mètres par seconde) et prenons trois directions de la vitesse: $J = +45°$, $0°$ et $-45°$. On aura ainsi les grands axes A et les temps de révolution T suivants:

J	A	T
$+45°$	1.955	2.73
0	2.745	4.56
-45	6.103	15.08

Supposons maintenant que dans le même point de l'orbite, la particule a reçu une charge électrique: 1) sans vitesse initiale, de manière que la force effective $\mu = 1 + x$; 2) quand on introduit outre cela la vitesse initiale $g = 0.01$, par exemple, J étant $= 0$, la force effective $\mu' = 1 + x'$. Pour les orbites dérivées ayant les mêmes A, on aura

A	μ	x	μ'	x'
1.955	1.153	+0.153	1.147	+0.147
2.745	1.049	+0.049	1.044	+0.044
6.103	0.935	−0.065	0.930	−0.070

Si pour l'orbite génératrice on prend une parabole dont $q = 0.5$, et dans le point de séparation $r = 0.75$, alors pour $j = 0.1$ et $J = 0$ on aura l'ellipse dérivée ayant $A = 5.601$; on aura la même ellipse pour $\mu = 1.072$, $x = +0.072$.

Bulletin N. S. IV (XXXVI) p. 417.

On voit ainsi que la valeur numérique de la charge x est presque à moitié plus petite que la vitesse initiale dans l'impulsion quand les temps de révolution dans les orbites dérivées sont assez proches du temps de révolution de l'orbite génératrice. Mais pour les autres temps, la valeur x peut surpasser $j = 0.1$. L'introduction de g change peu la chose.

Ainsi, en attribuant une petite valeur à la vitesse initiale g, il faut admettre la valeur de la charge assez considérable; si la vitesse g augmente, — la charge s'approche du zéro. L'admission d'une charge à perpétuité implique beaucoup d'arbitraire, et il paraît plus naturel de supposer que la variation de l'orbite provient de la vitesse initiale communiquée au météore par les courants des gaz qui se dégagent de la comète à son approche du Soleil. Cela équivaut à une charge momentanée, à une impulsion. En faveur de ces émissions latérales parlent les directions des queues anomales dont jadis jai parlé assez. — Ou on devrait admettre en même temps et la charge et la vitesse initiale; ne suffirait-il pas de se contenter de l'un de ces moteurs.

Les recherches sur les Bielides ont montré que l'impulsion $j = 0.01$ est tout-à-fait satisfaisante, et dans ce cas la valeur de x ne diffère presque pas de l'impulsion j [4]).

L'admission d'une charge électrique devient un peu risquant eu égard aux nouveaux points de vue sur l'essence même de l'électricité, conformement auxquels la force répulsive électrique dans les queues sera peut-être regardée comme l'action répulsive des corps rayonnants. Les opinions de M. Newton sont exposées encore dans des expressions générales; mais comme il s'agit ici de mes opinions développées en détail et à plusieurs reprises, j'y reviendrai encore une fois dans mon prochain article: sur les Perseides observés en Russie en 1893. —

Quand on parle de la désagrégation, on revient involontairement à la question compliquée de l'apparition des Perséides sur une aire de radiation si étendue (plusieurs dizaines de degrés) et durant un temps si prolongé (plusieurs dizaines de jours). On pourrait expliquer ce phénomène en supposant que le courant est un défilé excessivement long au périhélie de l'un des

---

4) Pour les grands essaims des années 1872, 1885 et 1892, nous avons trouvé que leur séparation de l'orbite génératrice ayant lieu près du périhélie, les valeurs de j (pour $J = 0$) son respectivement:

	−0.0099	−0.0116	−0.0095
ou en mètres par seconde	292	342	279

La différence entre ces valeurs étant très petite, on peut simplement admettre le nombre moyen $j = -0.01 = 300$ m. s. (Voir: Brédikhine. — Sur les orbites des Bielides. Bulletin, XXXV, et Astron. Nachr.: Ueber die Bieliden). — Les petites différences des périodes ne changent pas les perturbations $\Delta\Omega$ et Δi en 1890. —

Bulletin N. S. IV (XXXVI) p. 418.

restes de la nébuleuse génératrice de notre système, ayant la forme d'un nuage, d'un amas. Supposons que cet amas se trouve à une distance convenablement grande, qu'il a des dimensions embrassant pour nous quelques dizaines de degrés sur le ciel, c'est à dire des dimensions surprenantes et qu'il consiste en corpuscules (une supposition arbitraire) météoriques, attirés par le Soleil, par rapport auquel l'amas a un mouvement relatif très petit. Chaque particule aura son orbite, — une parabole ou une ellipse excessivement allongée, — et toutes ces orbites formeront un conoide, ayant le sommet au périhélie. Les grands axes, comme les plans des orbites feront l'un sur l'autre tous les angles compris dans l'étendue angulaire de l'amas.

De cette manière on aura l'aire de radiation embrassant aussi la même étendue. Quant à la durée du phénomène, c'est à dire à la dispersion des noeuds, ce sera déjà l'affaire des perturbations causées par les grosses planètes, qui pourront passer par l'intérieur du conoide.

Mais dans cet amas énorme quel rôle aura la masse insignifiante de la comète? Et pourtant c'est autour du point radiant de la comète qu'on trouve le maximum très prononcé, la plus grande condensation de tous les points radiants du courant.

Probablement en vue de cette circonstance importante M. Schiaparelli a abandonné l'idée de la formation des courants météoriques à l'aide de la désagrégation des amas de matière nébuleuse[5]): «Nach der Entdeckung der gleichzeitigen Existenz von Kometen und von Meteorströmen in derselben Bahn giebt es aber keinen Grund mehr, sie (la dite hypothèse) als eine wirkliche Thatsache anzunehmen, und Prof. Weiss hat vollkommen Recht, wenn er diese Hypothese verwirft».

A mon avis il serait préférable d'expliquer les phénomènes mentionnés tout-à-l'heure par les émissions des particules, — déjà condensées, solidifiées dans la comète. — Dans le passé très éloigné on devrait peut-être attribuer à la comète une énergie (et avec elle la vitesse j) plusieurs fois plus grande que l'actuelle, vu que le corps de comète et son énergie potentielle doivent s'épuiser avec le temps, sous tous les rapports.

Quand la différence des éléments du corps générateur et du corps engendré est petite — nous pouvons sommer la série de petites actions inconnues en une seule action momentanée, une impulsion produisant une vitesse initiale. — En comparant ces éléments, nous pourrons calculer la vitesse initiale accompagnant la division, le morcellement. Il nous est impossible d'évaluer la force produisant la division; pourtant la confrontation dans di-

5) Schiaparelli. — Entwurf einer astronomischen Theorie der Sternschnuppen. 1871. pp. 171—172.

vers cas de ces vitesses initiales et de leurs directions nous pourra mener peu à peu à la notion de la nature et des propriétés de l'agent, ou des agents qui jouent le rôle dans les phénomènes en question.

L'admission des actions de flux et des forces analogues avec l'électricité, ou d'autres agents, peuvent trouver ainsi plus ou moins d'approbation dans des données numériques trouvées de la manière que je viens d'indiquer. Un procédé pareil dans l'investigation des changements des formes cométaires a conduit, comme on sait, aux résultats assez importants.

Dans la série des intéressants phénomènes présentés par la comète 1892 III (Holmes) on ne rencontre pas une division constatée, mais on aperçoit pourtant des particularités qui parlent hautement de la manifestation des actions qui ne se développent que dans les corps de ces astres. Ici elles se sont montrées, ce qui est surtout intéressant, précisément à distances considérables du Soleil, surpassant 2. Plus loin nous donnerons l'ensemble d'observations qui montrent ces changements surprenants dans la comète qu'on devrait toujours avoir en vue dans les spéculations sur la structure de ces corps.

Maintenant passons à la division de la comète 1882 II et à la variation probable de son orbite lors de son passage au périhélie.

Nous trouvons les données nécessaires dans l'excellent travail de M. Kreutz[6]). Voici les éléments de la comète avant sa division et les moyennes arithmétiques des éléments des quatre morceaux distincts après la division.

Avant la div.		Après la divis.	
$\pi =$	$276^\circ\ 26'\ 7''.8 \pm 10''.6$	$\pi' =$	$276^\circ\ 25'\ 21''.46 \pm 13$
$\lg q$	7.889895 ± 0.0000679	$\lg q'$	7.8892900 ± 0.0000670
e	0.9999330 ± 0.0000050	e'	0.9999103 ± 0.0000022
T	1245 ± 141	T'	817

Dans ces éléments on doit admettre une différence sensible si on ne veut pas l'attribuer aux erreurs dues à la forme particulière de l'orbite ayant la distance périhélie si petite. Ces éléments ne donnent pas de point commun aux deux orbites. Mais quand la variation de l'orbite est très petite, comme dans le cas actuel, on pourrait admettre que l'orbite génératrice et l'orbite dérivée ont un tel point commun là où la variation de l'orbite a eu lieu. On voit d'après les erreurs probables que l'élément q est moins certain que les autres, et par conséquent on peut disposer de lui, dans des limites admissibles, pour trouver le point cherché.

---

6) H. Kreutz. — Untersuchungen über das System der Cometen 1843 I, 1880 I und 1882 II. II Theil: der grosse Septembercomet 1882 II. — Kiel, 1891, pp. 51—60. —

Supposons premièrement que ce point se trouve à l'anomalie vraie $v = -30°$ de l'orbite génératrice, et dans cette supposition calculons les valeurs de J et j qui accompagnent la variation de l'orbite primitive. On a ici $\beta = 105°$; $v' = -30°\ 0'\ 46''.34$; $\beta' = 105°\ 0'\ 23''.17$; $\gamma = +23''.17$. Pour ces anomalies on calcule les valeurs de r, dont la moyenne arithmétique sera $\lg r = 7.9192653$; avec cet r et les valeurs correspondantes de e et e' on calcule q et q' et on trouve $\lg q = 7.8891529$ et $\lg q' = 7.8891267$. Il est vrai que dans ces valeurs les limites des erreurs probables sont surpassées, mais ce parceque nous avons atteint le croisement des orbites aux frais du seul élément q. D'ailleurs n'oublions pas que dans cet article on ne vise qu'aux résultats approximatifs. Pour notre point les vitesses tangentielles seront données par $H^2 = 240.8514$ et $H_1^2 = 240.8484$, d'où, à l'aide des formules connues, on obtient $J = +18°\ 10'.5$ et $j = 0.00175 = 51.5$ mètres par seconde.

Pour la variation au périhélie même, où $v = 0$, $\beta = 90°$, $\beta' = 90°0'\ 23''.17$, $v' = -0°\ 0'\ 46''.34$, $\gamma = +23''.17$, le rayon vecteur moyen sera $\lg r = 7.8891398$, d'où on a $H^2 = 258.1521$ et $H_1^2 = 258.1491$; $H^2 - H_1^2 = 0.0030$, et enfin $J = +2°58'.0$, $j = 0.00181 = 53.3$ mètres p. s.

Pour le point commun à l'anomalie $v = +30°$, on a $v' = 29°59'13''.66$, $\beta = 75°$, $\beta' = 75°0'23''.17$, $\gamma = +23''.17$, d'où $H^2 = 240.8659$, $H_1^2 = 240.8629$ et $J = -11°49'.5$, $j = 0{,}00175 = 51.5$ m. s. Avec le q moyen on a ici $T = 1243$ et $T' = 803$, ce qui est très satisfaisant. La vitesse initiale reste presque la même dans les trois cas, mais sa direction est en arrière du rayon vecteur dans les deux premiers cas et en avant — dans le troisième.

On voit que $J = 0$ doit correspondre à l'anomalie $v = +6°$, où l'impulsion est dirigée tout droit vers le Soleil. — Si cette action momentanée est le résultat sommaire d'une action continue qui agissait sur quelque étendue de l'arc de l'orbite, on voit qu'elle se développait durant un certain temps presque symétriquement par rapport au périhélie. Or, la réaction de la matière lancée énergiquement vers le Soleil ne pourrait pas produire un choc dans la même direction, et cela donne à penser qu'ici peut-être a eu lieu déjà le morcellement de la comète, et que les parties plus faibles ont été projectées dans les directions à l'opposite du Soleil. Nous savons en effet que M. M. Barnard et Brooks[7]) ont perçu en octobre, autour de la comète dans un rayon de 6° à 8°, de nombreuses nébulosités détachées. Ainsi, l'espace autour du chemin retrograde de la comète parût rempli des débris tendres de ce corps. Ainsi la comète proprement dite, observée après le pé-

7) Astr. Nachr. no. 2489.

rihélie, n'était peut-être qu'une partie de la masse entière morcelée au périhélie par une explosion: les autres parties se présentaient faiblement dans les dits débris.

Mais faisons encore une supposition qui a ses motifs. Nous avons montré autrefois que les nuages de Schmidt ont dû se produire par une explosion à l'anomalie $v = 140°$; transportons dans ce point la variation de l'orbite.

$$v = 140°,\ \beta = 20°,\ \beta' = 20°0'23''.7,\ \gamma = +23''.7.$$

Pour l'orbite génératrice $\lg q = 7.8889895$, $\lg e = 9.9999709$ d'où $\lg r = 8.8207765$.

Pour l'orbite dérivée $\lg q' = 7.8892900$, $\lg e' = 9.9999610$ et $\lg r' = 8.8209032$; pour l'intersection des orbites $\lg r = 8.8208409$.

Avec cet r et les valeurs correspondantes de e on trouve:

$$\lg q = 7.8890539 \text{ et } \lg q' = 7.8892257.$$

Les différences entre ces valeurs et les valeurs données, se trouvent déjà dans les limites des erreurs probables. — Puis on trouve les a correspondants:

$$\lg a = 2.0629791,\ T = 1243;\ \lg a' = 1.9364333,\ T' = 803.$$

Et enfin $H^2 = 30.20402$, $H_1^2 = 30.20109$; $J = -46°39'$ et $j = 0.000672 = 19.8$ mètres par seconde.

La direction de la vitesse initiale se trouve en avant du rayon vecteur, sous un angle aigu avec celui-ci. Si on pose $\gamma = 0$, $\beta = J$, — la vitesse sera dans la tangente et $j = 7.9$ m. s.; pour $\gamma = 10°$, $J = -25°$, $j = 11.1$ m. s. — On devine ainsi une réaction relentissant la vitesse orbitale: probablement cette réaction est due aux nuages de Schmidt. Il est plus probable encore que c'est la résultante des réactions sur le noyau dans divers directions causées et par ces nuages, et par les formations vues par M. Schiaparelli[8]), et par les nébulosités de MM. Barnard et Brooks.

Examinons maintenant le morcellement du noyau en quatre parties désignées chez M. Kreutz (ibid. pp. 40—41) par les numéros (1), (2), (3) et (4). Prenons les points extrêmes (1) et (4), l'action sur les autres étant déjà trop faible. Pour ces points:

(1) $\lg q = 7.8893086 \pm 0.0000727$	(4) $\lg q = 7.8892472 \pm 0.0000612$
$e = 0.9998987 \pm 0.0000004$	$e = 0.9999199 \pm 0.0000003$
$\pi = 276°25'24''.5$	$\pi = 276°25'17''.8$

8) Brédikhine. — Sur les phénomènes extraordinaires de la grande comète de 1882 II. Bulletin 1890.

Avec ces e et la valeur moyenne $\lg q = 7.8892779$ on a:

$$(1)\ \lg a = 1.8836685,\ T = 669.1$$
$$(4)\ \lg a = 1.9856454,\ T = 951.6$$

La différence des périhélies est $6''.7$; la distance des périhélies des points (1) et (4) du périhélie moyen est $3''.35$, d'où $d\beta = \pm 1''.68 = \gamma$, où le signe (—) se rapporte au point (1). Pour celui-ci $v' = +3''.35$, $\gamma = -1''.68$; $H^2 = 258.06706$, $H_1^2 = 258.06571$, d'où $J = 161°58'.7$, et avec le rayon vecteur prolongé: $J = 18°1'.3$, dans le sens contraire au mouvement, $j = 0.00014 = 4.1$ m. s.

Pour le point (4) $J = -18°1'.3$, en avant du rayon.

Soit maintenant $v = 90°$, $\beta = 45°0'4''.9$. Pour le point (1) $d\beta = -1''.68 = \gamma$; $H^2 = 129.03348$, $H_1^2 = 129.03211$, d'où $J = 102°$, $j = 0.000110 = 3.25$ m. s. Pour le point (4) $J = -78°$. La valeur de j varie donc peu, mais sa direction est changée. Il paraît plus naturel de supposer que le morcellement a eu lieu aussi lors de la catastrophe mentionnée plus haut, c'est à dire près de $v = 140°$, quand J est presque $\pm 90°$ et j perpendiculaire au rayon vecteur.

En résumant tout ce que nous avons dit plus haut, nous venons à l'idée que tous les phénomènes de l'explosion ont eu lieu en même temps, près de l'anomalie $v = 140°$: les parties de la masse génératrice ont été lancées dans toutes les directions en produisant une résultante de ses réactions sur le noyau qui lui-même s'est morcelé en quatre parties.

Les causes de la parenté de la comète 1882 II avec les comètes 1843 et 1880 sont pour sûr les dédoublements d'une seule comète génératrice [9]).

La comète 1889 V s'est divisée en cinq parties: A (génératrice) et B, C, D, E — dérivées. Une de ces parties C a les éléments déterminés avec assez de précision; j'ai calculé ces éléments en 1890 [10]); plus tard M. Chandler, en 1891, ayant à sa disposition un nombre plus considérable d'observations, a calculé les éléments encore plus exactement. Ce calcul à l'aide des moindres carrés, lui a donné le résultat suivant [11]): «the force which led to the separation of the components A and C, whatever its nature, operated in the plane of the comet's orbit, and produced no change in that plane, or in the form of the conic section, but only in its size, and in the direction of its major axis».

9) Bredikhine. — Sur l'origine des comètes périodiques pg. 2.
10) Astr. Nachr. CXXIII, pg. 321.
11) Astronomical Journal, no. 236.

Les éléments de A sont[12]):

$\lg a$ 0.5664000	$T = 1889$, Sept. 30.0119 m. t. Gr.
$\lg e$ 9.6727478	$\omega = 343°27'30''.0$.
$\lg q$ 0.2900986	

Pour passer aux éléments de C, il faut ajouter aux précédents les corrections suivantes:

$$\Delta T = -0^{j}.2170, \quad \Delta\omega = -162''.4, \quad \Delta q = -0.000454.$$

La correction de e est très insignifiante: sa limite supérieure est $+0.0000347$ et inférieure -0.0000156. La limite inférieure de Δq, prises en considération les erreurs probables, est -0.000420.

Pour que l'orbite de C ait un point commun avec celle de A sur son axe, ce qui est plus avantageux, il faut prendre ce $\Delta q = -0.000420$ et puis, pour ne pas trop aggraver l'élément q, il faut admettre une variation en e. Le point commun se trouve évidemment près de l'aphélie, et pour l'orbite A la valeur de r à l'aphélie est 5.4190774, pour $v = 180° - 162''.4$ il est 5.4190744.

Ce dernier est le rayon vecteur à l'aphélie de l'orbite C; d'où, avec $q' = 1.9498670$, on trouve $\lg a' = 0.5663759$, $e' = 0.4707887$ et $\Delta e = +0.0000848$. Cette correction de e est insignifiante quoiqu'elle surpasse un peu sa limite inférieure trouvée par la méthode des moindres carrés.

Avec les nombres précédents, on trouve p', m et $H_1^2 = 0.0976573$, la valeur H^2 étant 0.0976729.

D'où $H^2 - H_1^2 = +0.0000156$. Comme $\beta = 89°57'35''$ et $\beta' = 90°$, $\gamma = +2'25''$, on obtient $J = +6°26'.7$ et $j = 0.000221 = 6.5$ mètres par seconde. Pour le morceau B, la vitesse est plus considérable.

Il est facile de démontrer le théorème suivant: Si la direction de la vitesse initiale j coïncide avec la ligne comète — Soleil, le paramètre de l'orbite dérivée reste égal à celui de l'orbite génératrice. Dans le cas précédent J n'est pas considérable, et en effet on a $p' : p = 0.99984$.

Si l'action du morcellement ne s'effectuait pas dans le plan de l'orbite génératrice, le plan de l'orbite dérivée aurait reçu sur le plan de l'orbite initiale une inclinaison i. Dans le cas de maximum, c'est à dire quand le choc est perpendiculaire à l'orbite, $\varphi = 90°$, et on a $\sin i = \sin J . \sin\gamma : \sin(\beta - J)$. Dans notre cas i serait égal à 16″ pour $\varphi = 90$; pour l'angle φ aigu i devient insensible. La division a eu lieu à l'aphélie de l'orbite dé-

12) Ibid. pg. 156.

rivée et on doit avoir $\mathrm{cs}\, v' = (p' - r) : r'.e' = 1$, où $\mathrm{sn}\, v' = 0$. En regardant cette équation comme satisfaite on obtient $e' = 0.4707877$ dont la différence de l'excentricité admise n'est que 0.0000010.

Passons maintenant à la comète 1892 III. Lors de sa découverte elle devint subitement visible à l'oeil nu dans la partie du ciel qu'on a explorée les jours précédents. Ce développement extraordinaire d'éclat donna à quelques personnes la raison de douter de la nature cométaire de l'astre, de le nommer pseudo-comète et d'attribuer son origine à la collision de deux astérioides. Il faut avoir en vue l'exposé chronologique des observations pour voir que le changement d'éclat se répéta plusieurs fois, et il est impossible d'admettre des pareilles collisions réitérées. —

Observations. —

1892, Novembre 9. Dr. Hayn à Leipzig (Astr. Nachr. 3129). Heller, kreisrunder Nebel von 5′ Durchmesser mit centraler Verdichtung, aber ohne deutlichen Kern. Vom Centrum fächerartige Ausstrahlung im Pos. W. 120°.

Nov. 10. Barnard à Lick Observatory (Astr. Journal, 280). On the 10-th I made a photograph of this object with three hours exposure using the 6-inch Willard lens and a cramer «Lightning» plate, the comet being followed. This long exposure, of course, would totally burn out any of the brighter detail, and was given with the hopes of finding out something about the comet's surrounding.

This plate showed the bright, circular disc as a dense, sharply-defined, round spot, very slightly diffused, south following. Symmetrically surrounding this was the circular, nebulous atmosphere, strongly marked and fairly well defined, and 12′ in diameter. A rather narrow and faint tail over half a degree long, was also shown pointing to the southeast. At the extremity of the tail, nearly a degree from the comet, was a faint and very vague looking nebulosity, perhaps half a degree in diameter. This I am certain belongs to the comet, and may be a diffused nebulous attendant.

Nov. 11. Wilson, à Cincinnati (Astr. and Astroph. Jan. 1893). 16-inch refractor. 11^h, the comet is very bright, nearly round and nearly uniform in brightness, except that following the nucleus, in position angle 120°, there is a bright miniature tail as indicated in the scetch. Notwithstanding the brightness of the comet, the faint stars of 11 and 12 mag. show vively through it. The diameter of nebulosity is about 6′.5.

Nov. 13. Prof. Boss, à Albany (Ast. Journ., 280), $7^h\,19^m$. The comet appears like a very large, bright, round nebula about 9′ in diameter, slightly defective on the s. follow. edge, with a wellmarked central condensation. Its faint nucleus is elongated in pos. angle 110°, approximately.

Nov. 15. M. Le Cadet, à Lyon (Astr. Nachr. 3130). La comète présente une nébulosité brillante en forme de segment d'ellipse orientée dans l'angle de position 150°, d'une hauteur égale à 10′ et égale à la largeur de la section; l'intensité lumineuse décroissant depuis le bord Nord arrondi et assez bien limité jusqu'à la section au sud où la nébulosité très diffuse se fond. A une distance de 4′ du sommet Nord et pour ainsi dire dans le foyer de l'ellipse, on distingue une condensation allongée de 20″ de largeur avec un prolongement incliné sur l'axe de l'ellipse et dans l'angle de position 120°. On a distingué, à travers la nébulosité, des étoiles de 12 gr.

Nov. 17. L. Boss (Astr. Journ. 282). The central condensation appeared fainter, both on Nov. 17 and 22 than on Nov. 13. The surrounding nebulosity, which appeared exceedingly transparent on the two later dates, was estimated to be about 10′ in diameter on Nov. 17, and 8′ on Nov. 22. Yet it still appeared to be remarkably definite on the north preceding edge and, for that part, concentric with the central condensation. On Nov. 17, as my notes with diagram show, the outer nebulosity appeared to be very defective on the south following quarter and to extend not more than two or three minutes from the nucleus condensation, with faint streamers 5′ or 6′ in length bounding the void on either side.

Nov. 22; 9^h. Wilson (l. c.). The bright portion following the nucleus is much enlarged. Pos. ang. 122°9; length 15′. Radius of head in opposite direction 5′. Cross-section through nucleus at right angles to tail 13′. In all of the above observations the nucleus was quite definite and of about the tenth mag., with little condensation about it except the following side.

Nov. 22. L. Boss (l. c.). A very faint extension of the nebulosity was noticed in position angle 120°. This appendage or tail could be traced to about 12′ from the nucleus and was, perhaps, 8′ in breadth.

Dec. 10, 8^h. Wilson (l. c.). The comet is very faint. The nucleus is hazy, about 12 mag. with condensation of nebulosity about 1′ diam. surrounding it.

Dec. 20. Obs. Virginia; Lovett. Faint and nucleus seen with difficulty.

1893, Jan. 12. (id. ibid.). Comet very faint and diffuse. Nucleus still visible.

Jan. 16. M. Barnard (Ast. and Astroph., 112) a vu au lieu de la comète une étoile nébuleuse ayant le diamètre de 10″. M. Lovett found in the place of comet Holmes what appeared to be a reddish yellow star in a fog. Bright nebulosity about 25″ in diameter.

Jan. 17. M. Lovett. Comet star-like, Nucleus very bright and well-defined. Color yellowish red. Seeing excellent.

Bulletin N. S. IV (XXXVI) p. 426.

Jan. 19. Lovett. Visible to the naked eye. Apparently greater condensation. Change in color, the comet beeing decidedly bluish.

Jan. 20 (idem). Nucleus stellar, and as bright as on the 17-th, circular nebula around nucleus smaller and fainter.

Jan. 21 (idem). Comet bright and blue and larger. Seeing good. — L. Boss (Ast. Journ. 289). The comet was circular, with a strong central condensation, and bright stellar nucleus.

Jan. 23 (idem). Circular nebula, not so condensed, and more irregular in form, extending over an area twice as large as on the 16′. — Jan. 25. Nucleus not so well defined. Comet large and bright in moonlight. Growing fainter. Seeing good. — L. Boss: The comet had lasting stellar nucleus, but still had a slight central condensation. It was circular.

Jan. 26. Lovett. Hazy and moonlight. Nucleus poorly defined. — Jan. 27. Comet diffuse. Nucleus very difficult to see. Appearance much the same as on the 12-th. Moon and clouds. Seeing poor. —

Febr. 4. — Strassburg; Kobold (Astr. Nachr. 3155). Comet ein ziemlich heller Nebel von 3′ Ausdehnung im Pos. W. 70°; in dieser Richtung setzt sich der noch wenigstens 5′ als schwacher Schweif fort; ganz im vorangehenden Theile des Nebels befindet sich eine gut hervortretende Verdichtung und ein Kern 13. mag. —

On voit ainsi que le changement dans la forme et l'apparence de la comète a été accompagné de la nouvelle formation d'une queue qui commença à être perceptible vers le 4 février.

Febr. 12. Denning (Ast. and Astrph., April 1893). A feeble tail was directed from the head towards N. E. and nearly in the direction of the bright star of β Trianguli which was in the same field with the comet.

Gr. Campbell (Ast. Nachr. 3133). The spectrum of the very interesting comet discovered by Holmes is of an extrem type and probably unique. Visual observations made Nov. 8 and 9 showed a continuous spectrum for all parts of the comet. It extended from near *D* to above *G* for the nucleus, for the very condensed and nearly circular coma about 5′.5 in diameter, and for the very condensed tail seen within this coma. Outside the coma, in the direction of the tail, a very faint glow was just visible in the high power finder of the spectroscope (which would probably be seen to better advantage under low power). This also gave a continuous spectrum, though very short, in the yellow and green. The position of maximum brightness in the spectrum was near λ 515, which doubtless was due to the presence of a slight trace of the usual green band. But except for the fact that the maximum brightness was higher than is generally the case in continuous spectra it would have escaped detection. The increased brightness was more noticeable in the

spectrum of the very faint party of the comet than in that of the bright parts. There was possibly a trace of the yellow band; but if so it was exceedingly faint.

M. Vogel (Astr. Nach. 3142), trouve le maximum de l'intensité du spectre dans sa partie jaune-verte. Il explique l'invisibilité des bandes cométaires par la grande distance périhélie de la comète. —

La collision des deux astéroides aurait dû produire une masse de gaz, qui auraient donné certainement un spectre à bandes.

L'examen attentif de toutes les observations et des croquis ne force nullement à nier la nature cométaire de l'astre découvert par Holmes. Le calcul de la position de la queue dans le plan de l'orbite nous va montrer que cet appendice était une queue véritable dont le commencement coïncidait, ou presque coïncidait avec le prolongement du rayon vecteur du noyau.

Ces observations nous donnent entre autres les directions apparentes de la queue exprimées par l'angle de position p.

La Terre se trouvait dans le plan de l'orbite le 18 (n. ascend.) août et le 14 février (n. desc.). Donc en février l'angle de position ne peut pas servir à déterminer la direction de la queue dans le plan de l'orbite. Le 4 février nous avons (M. Kobold) $p = 70°$, et le 12 février (M. Denning) $p = 50°$; ainsi vers le 8 février $p = 60°$, et à ce temps l'angle de position du rayon vecteur prolongé était $p° = 66°$. Vu les grandes erreurs des taxations, on peut admettre que la queue coïncidait avec le prolongement du rayon vecteur. En novembre la Terre se trouvait loin du plan de l'orbite, et par conséquent les angles de position donnent des résultats plus satisfaisants. La table suivante présente ces angles de position, les coordonnées de la comète et du Soleil:

T. m. de Green.			p	α com.	δ com.
1)	1892, nov. 9	9^h.1 (Hayn)	120°.0	11°28′.8	+ 38°18′.8
2)	11	16.6 (Wils.)	120.0	11 12.3	38 4.8
3)	13	11.9 (Boss)	110.0	10 59.5	37 54.0
4)	18	15.6 (Wils.)	113.6	10 38.5	37 22.3
5)	22	14.6 (Wils.)	120.0	10 30.8	+ 36 57.0
—	»	» (Boss)	122.9	» »	» »

	α sol.	δ sol.	lg r	lg ρ	$p°$
1)	225°30′.3	— 17°11.9	0.2779	0.0029	115°50′.3
2)	227 51.3	17 49.3	0.2847	0.0192	112 3.0
3)	229 49.8	18 18.4	0.2895	0.0321	109 7.2
4)	235 3.0	19 32.4	0.3905	0.2139	102 13.1
5)	239 10.8	— 20 26.2	0.3930	0.2240	97 31.5

Bulletin N. S. IV (XXXVI) p. 428.

A l'aide des éléments de la comète $i = 19°16'.7$, $\Omega = 325°42'.1$ et $\varepsilon = 23°27.2$ on obtient $A = 253°26'.7$, $D = +49°14'.1$.

La moyenne arithmétique de 5 positions de la comète donne pour le 15 novembre les coordonnées: α com. $= 10°58'.0$ et δ com. $= +37°43'.4$.

Pour cette position de la comète on a:

$$G = 338°16'.8 \qquad P = 323°32'.5 \qquad S = 102°59'.3$$
$$G' = 329\ \ 8.8 \qquad P' = 226\ \ 2.7$$

La valeur moyenne de $p° = 107°.3$ et celle de $p = 117°.0$, d'où on obtient:

$$u - P' = 173°34', \quad u° - P' = 170°37' \text{ et } \varphi = +3°$$

c'est à dire que la queue est déclinée de 3° en arrière du prolongement du rayon vecteur.

Vu l'incertitude dans les angles de position de la queue, on doit admettre simplement qu'elle coïncide avec ce prolongement en suivant ainsi la loi générale de la direction initiale des queues.

Outre cela, toutes les descriptions et surtout les croquis nous montrent que lors de l'existence de la queue, la forme de la comète présentait toutes les particularités qui accompagnent ordinairement l'apparition et le développement de la queue. Il est vrai que les bandes caractéristiques ne se montraient pas clairement dans le spectre de la comète, mais pourtant à la place de la bande principale on remarquait une augmentation de clarté ressortant du spectre continu réfléchi ou émis par les particules solides de la comète.

Quant à l'accroissement subit d'éclat, il faut noter que dans plusieurs comètes la courbe de clarté présente des sauts très sensibles. Dans la comète de Biela, entre autres, après sa division, les deux parties se présentaient en 1846 alternativement l'une plus claire que l'autre, en rappelant, pour ainsi dire, l'existence des actions intérieures évoquées dans la comète et accompagnant sa division.

Les cas des divisions pareilles à celles des comètes 1882 II, 1889 V ont eu lieu peut-être dans d'autres comètes périodiques, mais avec le temps elles sont masquées par les perturbations inégales causées par les grosses planètes, et il devient difficile et presque impossible maintenant de les découvrir. La proximité des éléments laisse seulement deviner leur parenté. Pour se faire une idée de l'ordre des valeurs numériques de l'action dissolvante, imaginons que deux comètes semblables à celles de Wolf et de Barnard sont dérivées d'une seule comète qui s'est divisée au périhélie par l'impulsion dirigée suivant la tangente à l'orbite. Dans ce cas $v = 0$, $\beta = 90°$, $J = \pm 90°$. Les éléments des comètes sont:

Bulletin N. S. IV (XXXVI) p. 429.

	(1)	(2)
e	0.5796	0.5573
a	3.3543	3.5970
q	1.4101	1.5923

Prenons la moyenne arithmétique de deux q égale à 1.5012 et, en laissant les axes invariables, calculons les excentricités correspondantes:

q	1.5012	0.5012
e	0.5524	0.5826

Le but de ce procédé sera facilement compris par le lecteur. Les orbites se croisent maintenant au périhélie; pour l'orbite moyenne on trouve $a=3.4757$, $H^2=1.0446$; pour la comète (1) $m=1.5524$ et $H_1^2=1.0146$, d'où enfin $j=0.005=148$ mètres par seconde.

En remontant dans le passé, où les perturbations n'ont pas altéré diversement les éléments, on trouverait probablement la valeur de j plus petite, la valeur de J non égale à 90° et la division dans un autre point de l'orbite.

Prenons encore un exemple dans les comètes de Brooks et de Holmes.

$\lg a$	0.56640	0.52526
$\lg e$	9.67275	9.59465
$\lg q$	0.29010	0.30829
e	0.47071	0.39323

La moyenne arithmétique des q est $\lg q=0.29920$, avec les e donnés calculons les grand axes: $a=0.57551$ et 0.51617. L'orbite moyenne aura $\lg q=0.29920$, $\lg a=0.54584$. La division ayant lieu au périhélie, $v=0$, $J=\pm 90°$; $H^2=0.7196$, $m=1.3932$, $H_1^2=0.6995$ et l'équation connue du second degré par rapport à j nous donne $j=0.01=295$ mètres par seconde.

Je dis encore une fois que ces calculs ne servent qu'à donner une notion approximative de la possibilité d'une pareille division sous la double influence (attractive et électro-thermique) donnant l'origine à des nouvelles comètes.

La comète de Holmes présente, comme nous l'avons vu, un exemple remarquable de développement de l'énergie cinétique évoquée par l'action du Soleil à distances très considérables et à plusieurs reprises. Près du bout de sa queue se plaçait une masse nébuleuse (photographie de Barnard), ayant le diamètre de 0°.5. A ce temps la distance Terre-comète étant égale à l'unité, on voit que le volume de cette masse était énorme, égal à celui du Soleil. Il est impossible de nier rationnellement qu'un développement pareil

Bulletin N. S. IV (XXXVI) p. 480.

d'énergie, capable à l'émission d'un volume énorme des gaz quoique raréfiés ne serait pas en état de produire la division du corps de comète sinon dans le présent, au moins dans le passé. Cela dépend naturellement de la cohésion des particules et d'autres conditions physico-chimiques encore inconnues. Cette division pouvait être accompagnée de la diminution de l'excentricité dans la partie visible; l'orbite de la partie invisible (ou invisible jusqu'à présent) aurait dû devenir plus excentrique.

L'amas nébuleux près du bout de la queue sert aussi d'indice de l'intermittence dans l'émission. Nous connaissons plusieurs exemples de ce genre; le plus frappant est présenté par les nuages de Schmidt dans la comète 1882 II.

Dans la grande comète 1744 cette intermittence était régulière et se manifestait dans la queue par plusieurs bandes synchrones séparées, transversales par rapport à la longueur de la queue. Moins clairement ces bandes se voyaient dans la queue de la grande comète 1858 V.

Cette discontinuité dans la structure de la queue est la preuve de la formation de cet appendice par voie d'émissions.

Dans divers journaux astronomiques nous trouvons la description suivante des photographies de la comète 1893 *c* (Brooks) faites par M. Barnard.

Le 19 et le 21 octobre 1893 cette comète avait une queue droite de 4° de long à peu près. Mais le 22 la queue était courbée, tordue et défléchie; dans sa partie la plus étendue elle était fragmentée en masses et en noyaux nébuleux, donnant l'apparence d'une torche flambant et fumant régulièrement dans le vent. Le lendemain une partie de l'extrémité de la queue était complètement détachée et emportée comme une comète indépendante à 1 degré de la partie la plus voisine de la queue, et à 4 ou 5 degrés du noyau. M. Barnard attribue ce phénomène à la rencontre d'un milieu résistant.

Dans le journal anglais Nature, — 1894, février 8, p. 349, — l'auteur inconnu ajoute à une pareille description ce qui suit: «The multiplication of such photographs as those obtained of Brooks' comet, and of Swift's comet (1892), by Prof. Barnard, will certainly revolutionize current opinion as to the development, and the types, of comets' tails».

Nous pouvons remarquer qu'une théorie quelconque ne peut pas être basée sur des comparaisons et ressemblances plus ou moins heureuses. L'histoire des nombreuses théories des formes cométaires déduites des pareilles comparaisons nous montre clairement l'insuffisance de ce procédé trop élémentaire.

Pour expliquer le phénomène, pour le construire, il faut étudier soigneusement, à l'aide des principes de mécanique, les mouvements des particules de la queue et en déduire des conclusions plausibles.

Quand j'aurai reçu les photographies en question, ou leurs réproductions, je tâcherai de les étudier de ce point de vue, avec un vif intérêt, pour juger si les opinions répandues doivent en effet subir une révolution profonde.

MÉLANGES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

TIRÉS DU

BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG.

TOME VII.

L'équation personnelle dans les observations des passages des étoiles polaires. Par M. Ditschénko. (Lu le 9 mars 1894.)

1. Les résultats de chaque série d'observations, soit la détermination d'un moment absolu, soit la mesure d'une distance etc., — sont en général chargés de quelques erreurs spéciales dépendantes exclusivement de la personne de l'observateur.

La correction, qu'on doit ajouter aux résultats obtenus par un observateur s'appelle l'équation personnelle de cet observateur.

Beaucoup de faits nous font croire, que l'équation personnelle existe. Nous nous en persuadons par exemple en comparant les résultats de quelques déterminations faites par plusieurs observateurs au même instrument dans les mêmes conditions. Entre les résultats obtenus par différents observateurs il existe toujours une différence systématique qui ne peut être expliquée, qu'en supposant que les organes des sens de différents observateurs acceptent diversement l'impression donnée.

Les comparaisons des observations du même phénomène par différents observateurs, en manifestant l'existence de l'équation personnelle, nous font penser en même temps, que cette équation est ordinairement très petite. Pour les passages, la différence entre les observateurs ne surpasse presque jamais peu de centièmes d'une seconde de temps dans l'équateur. Plus loin, en examinant les causes d'orgine d'erreur personnelle, nous verrons, qu'en général elle ne peut pas être grande, s'il s'agit d'un observateur normal. La différence célèbre

$$\text{Bessel} - \text{W. Struwe} = 1^s.03$$

à mon avis, est le résultat de simple malentendu. A ce sujet je ne crois pas inutile de dire ce qui suit.

En commençant à observer les passages, j'avais en ma disposition un chronomètre qui battait les demi-secondes. Pour ne pas me tromper, j'ai pris la méthode suivante de compte: lorsque le chronomètre battait une seconde, je commençais à prononcer le nom de la seconde suivante, c'est à dire

20^s 21^s

vingt——un

Au bout de quelques mois, en déterminant la correction de mon chronomètre, j'ai aperçu, que tous les moments notés par moi sont erronés de $+1^s$.

La cause de cette erreur est évidente: en notant un phénomène ayant lieu entre 20^s et 21^s, je prononce dans ma pensée le mot «vingt-un», or j'écrie ce mot au lieu de «vingt», — voilà tout. Ce fait nous montre la possibilité de l'existence d'une erreur qui n'a rien de commun avec l'équation personnelle.

Peut être l'erreur de Bessel a la même origine.

Dans ce qui suit je ne parlerai que des erreurs des passages. J'exposerai les causes de l'origine des erreurs personnelles, comme je les comprends; je tenterai de leur donner la forme analytique, et de déterminer enfin, s'il est possible, leurs coefficients.

2. Dans les observations des passages nous faisons une seule opération: nous divisons en parties une distance linéaire. Cette division, produite par notre oeil est en général fautive, et voilà l'orgine de l'erreur personnelle.

Soit donnée la distance AB à diviser en deux parties égales. En la divisant, nous dirigeons l'axe de vision de notre oeil ainsi, que les parties de AB, qui se trouvent à droite et à gauche de l'axe de vision, nous semblent égales. Cette condition exécutée, nous croyons le point d'intersection de l'axe de vision avec AB être au milieu de AB. Proprement ce n'est pas vrai. Pour comparer les parties de AB à vue d'oeil, il faut qu'elles soient dans les conditions égales par rapport à notre oeil, mais l'expérience nous montre mille fois, que la droite et la gauche n'est pas la même chose. Deux yeux composent notre instrument optique. En utilisant une seule partie de cet instrument nous ne pouvons demander, qu'elle nous serve irréprochablement.

Je divisais à vue d'oeil en parties égales les distances de 9^{mm}, 13^{mm} et 21^{mm}. Puis ces distances ont été divisées immédiatement.

La moyenne pour chaque série de divisions nous donne:

distance	9^{mm}	13^{mm}	21^{mm}
erreur	$+0^{mm}.25$	$+0^{mm}.43$	$+0^{mm}.67$

Nous voyons d'après les nombres précédents que la valeur de l'erreur dépend de la longueur de la distance à diviser, mais cette dépendance est, selon toute probabilité, assez compliquée.

Les résultats des mesures, donnés ci-dessus, peuvent être représentés approximativement sous la forme

$$s = +0.006\,k + 0.0025\,k^2 - 0.00006\,k^3 \ldots\ldots\ldots (1)$$

où s est la valeur de l'erreur, k — la distance à diviser en millimètres.

Pour le champ de vision de notre cercle méridien $1^{mm} = 20''$ à peu près, de sorte que

$$s = +0.0004\,k + 0.000008\,k^2 - 0.000000010\,k^3 \ldots\ldots (2)$$

où s est représenté en secondes de temps, et k — en secondes d'arc équatorial. L'équation (2) n'est pas rigoureuse quand k est grand, mais k étant assez petit l'équation nous donne s avec assez de précision.

3. Ayant maintenant la forme et la valeur de l'erreur s, nous pouvons examiner son influence sur le moment de passage d'une étoile par un fil.

En observant les passages nous divisons en parties la longueur linéaire de $1'$. Cette longueur a la forme

$$15''\cos\delta.$$

En posant $k = 15''\cos\delta$ nous avons de l'équation (2)

$$s = +0.006\cos\delta + 0.00180\cos^2\delta - 0.0000336\cos^3\delta.$$

Cette valeur de s est sa longueur linéaire. La correction du moment de passage sera $s.\sec\delta$, de sorte que

$$s\cdot\sec\delta = +0.006 + 0.00180\cos\delta - 0.0000336\cos^2\delta. \ldots\ldots (3)$$

Les termes dépendants de $\cos\delta$ sont très petits: en les négligeant nous avons

$$s\cdot\sec\delta = +0^s.006 = p.$$

Ainsi p est constant pour toutes les étoiles (sauf les étoiles équatoriales). Quant aux étoiles polaires, pour elles nous pouvons tout à fait négliger p, comme très petit.

Il est évident, que p a les signes contraires pour diverses culminations.

En déterminant la valeur du coefficient p, nous avons fait une faute, car nous avons tiré toutes les quantités numériques de la division d'une distance en parties égales, tandis que dans nos observations nous divisons la longueur linéaire de $1'$ en diverses parties, — mais toutes les quantités étant très petites, je crois que cette faute est négligeable.

4. Une étoile n'est pas, en général, un point, mais toujours a un assez grand disque, et nous observons le mouvement du centre de ce disque. La définition de ce centre à vue d'oeil est fautive et produit une erreur de la même sorte, mais son influence sur le moment de passage sera autre.

Nous tirerons la valeur linéaire de cette erreur de l'équation (2), si k est le diamètre de l'étoile observée.

La correction du moment de passage sera $s.\sec\delta$.

La petite table suivante donne la valeur linéaire de s pour les diamètres $1''$—$10''$.

k	s
$1''$	$+0^s.0004$
2	0008
3	0013
4	0017
5	0022
6	0027
7	0031
8	0037
9	0042
10	$+0^s.0047$

Les signes de $s.\sec\delta$ seront aussi contraires pour diverses culminations.

En réunissant les influences des dites erreurs sur le moment de passage, nous avons

$$\pm(p + s\cdot\sec\delta) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

L'erreur, qui nous force d'ajouter la correction (4) au moment observé, dépend de l'imperfection de notre oeil et peut être nommée «oculaire», parce que l'oëil est le vrai instrument optique, que nous employons en observant un phénomène.

5. Il y a une autre catégorie d'erreurs. Les conditions dans lesquelles nous observons peuvent produire certaine influence sur les résultats de nos observations, peuvent donner l'origine à quelques erreurs.

En remettant la question délicate sur l'influence de la splendeur d'une étoile, — la question dont la solution me parait impossible à présent, — je m'occuperai d'une seule erreur, dont l'existence peut être démontrée par l'expérience.

Cette erreur tire son origine de ce que le point qui définit la longueur linéaire de $1'$ est mobile.

L'oeil suit le point mobile et agrandit ou amoindrit la longueur qui s'agrandit ou s'amoindrit elle-même. Tout aussi en définissant le centre d'une étoile mobile nous comparons deux parties, dont l'une croît et l'autre décroît. L'effet est le même.

Quant à la forme de cette erreur, nous pouvons nous en former une représentation par les considérations suivantes. Toute l'erreur ou sa partie peut avoir la forme $q.\cos\delta$, car le mouvement étant plus rapide, nous avons peu de temps pour réfléchir. D'autre part, l'expérience, comme nous le

verrons plus loin, montre que l'influence de cette erreur ou de sa partie doit avoir la forme $r.\sec\delta$.

Nous satisferons ces deux conditions en posant, que la valeur linéaire de cette erreur a la forme

$$q\cdot \mathrm{cs}\,\delta + r$$

alors la correction du moment de passage sera

$$q + r\cdot\sec\delta.$$

Cette erreur dépendante exclusivement du mouvement et pas de sa direction a le même signe pour diverses culminations.

6. D'après les définitions précédentes, pour les étoiles polaires nous pouvons écrire l'équation de Bessel ainsi:

$$\alpha = \theta + \Delta\theta + m + n\,\mathrm{tg}\,\delta + c\sec\delta + p + q + (r+s)\sec\delta \ldots (5)$$

$$\alpha' = \theta' + \Delta\theta + m - n\,\mathrm{tg}\,\delta' - c\sec\delta' - p + q + (r-s')\sec\delta' \ldots (6)$$

L'équation (5) donne α pour la culmination supérieure, (6) — pour inférieure. Dans l'équation (6) nous avons écrit s' avec l'index, car en général l'étoile $\alpha'\,\delta'$ est une autre, est le coefficient s, comme dépendant du diamètre de l'étoile, sera autre. Si les coordonnées de deux fondamentales sont A, D, A', D', nous avons pour elles

$$A = \theta + \Delta\theta + m + n\,\mathrm{tg}\,D + c\sec D + p + q + (r+S)\sec D$$
$$A' = \theta' + \Delta\theta + m - n\,\mathrm{tg}\,D' - c\sec D' - p + q + (r-S')\sec D'$$

d'où

$$n = \frac{A-\theta-\Delta\theta-m-c\sec D}{\mathrm{tg}\,D} - \frac{p+q}{\mathrm{tg}\,D} - \frac{(r+S)\sec D}{\mathrm{tg}\,D}$$

et

$$n = \frac{\theta'+\Delta\theta+m-A'-c\sec D'}{\mathrm{tg}\,D'} - \frac{p-q}{\mathrm{tg}\,D'} + \frac{(r-S')\sec D'}{\mathrm{tg}\,D'}.$$

Si

$$n_s = \frac{A-\theta-\Delta\theta-m-c\sec D}{\mathrm{tg}\,D}$$

et

$$n_i = \frac{\theta'+\Delta\theta+m-A'-c\sec D'}{\mathrm{tg}\,D'}$$

si, sauf cela, les déclinaisons des étoiles surpassent 80°, et nous pouvons poser $\mathrm{tg}\,D = \sec D$, $\mathrm{sn}\,D = 1$, nous avons

$$n = n_s - \frac{p+q}{\mathrm{tg}\,D} - (r+S) \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

$$n = n_i - \frac{p-q}{\mathrm{tg}\,D'} + (r-S') \ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

En négligeant les termes $\frac{p+q}{\operatorname{tg} D}$ et $\frac{p-q}{\operatorname{tg} D'}$ comme très petits, nous avons

$$n = n_s - (r + S)$$
$$n = n_i + (r - S').$$

Si entre les observations de deux étoiles il s'est écoulé peu de temps, et on peut supposer n être constant, — on peut tirer des équations précédentes

$$n_s - n_i = 2r + (S - S') \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

L'équation (9) montre, que, si l'erreur r existe, la différence $n_s - n_i$ pour chaque paire d'étoiles dans diverses culminations doit avoir la même valeur. Elle ne peut varier qu'à cause de terme $(S-S')$, mais la valeur de $(S-S')$ peut être calculée, si en observant nous avons estimé les diamètres des étoiles. En tout cas $(S-S')$ ne peut pas être grand. Pour confirmer le fait de l'existence de l'erreur r j'ai produit une série d'observations des étoiles polaires fondamentales.

La table suivante donne les différences $n_s - n_i$ pour chaque jour d'observations et pour chaque paire d'étoiles.

		Pass. sup.	Pass. inf.	n_s	n_i	$n_s - n_i$
1893 Mai	20	δ Urs. min.	43 H. Cephei	+ 0.034	— 0.005	+ 0.039
		δ Urs. min.	Polaris	+ 0.034	+ 0.019	+ 0.015
Juin	3	δ Urs. min.	Gr. 750	— 0.149	— 0.212	+ 0.063
	7	δ Urs. min.	Polaris	— 0.259	— 0.291	+ 0.032
		δ Urs. min.	Gr. 750	— 0.259	— 0.288	+ 0.029
	8	ε Urs. min.	Polaris	— 0.259	— 0.326	+ 0.067
		ε Urs. min.	Gr. 750	— 0.259	— 0.310	+ 0.051
		δ Urs. min.	Polaris	— 0.272	— 0.326	+ 0.054
		δ Urs. min.	Gr. 750	— 0.272	— 0.310	+ 0.038
	9	δ Urs. min.	Polaris	— 0.280	— 0.321	+ 0.041
		δ Urs. min.	51 H. Cephei	— 0.280	— 0.325	+ 0.045
		ε Urs. min.	Polaris	— 0.290	— 0.321	+ 0.031
		ε Urs. min.	51 H. Cephei	— 0.290	— 0.325	+ 0.035
	29	δ Urs. min.	51 H. Cephei	— 0.490	— 0.540	+ 0.050
Juill.	15	ε Urs. min.	51 H. Cephei	— 0.455	— 0.541	+ 0.086
		76 Draconis	51 H. Cephei	— 0.445	— 0.541	+ 0.096
	21	ε Urs. min.	51 H. Cephei	— 0.007	— 0.073	+ 0.066
	22	ε Urs. min.	51 H. Cephei	— 0.056	— 0.110	+ 0.044
	29	ε Urs. min.	51 H. Cephei	— 0.089	— 0.172	+ 0.083
		76 Draconis	51 H. Cephei	— 0.059	— 0.172	+ 0.113

		Pass. sup.	Pass. inf.	n_s	n_i	$n_s - n_i$
1893	Août 3	ε Urs. min.	51 H. Cephei	— 0.112	— 0.151	+ 0.039
	11	ε Urs. min.	51 H. Cephei	— 0.094	— 0.144	+ 0.050
		76 Draconis	51 H. Cephei	— 0.055	— 0.144	+ 0.089
	12	δ Urs. min.	51 H. Cephei	— 0.077	— 0.186	+ 0.109
		76 Draconis	51 H. Cephei	— 0.081	— 0.186	+ 0.105
	17	δ Urs. min.	51 H. Cephei	— 0.058	— 0.112	+ 0.054
		δ Urs. min.	1 H. Draconis	— 0.058	— 0.098	+ 0.040
	18	δ Urs. min.	51 H. Cephei	— 0.055	— 0.115	+ 0.060
		δ Urs. min.	1 H. Draconis	— 0.055	— 0.069	+ 0.014
	Sept. 16	76 Draconis	51 H. Cephei	+ 0.242	+ 0.170	+ 0.072
		43 H. Cephei	51 H. Cephei	+ 0.227	+ 0.170	+ 0.057
	22	δ Urs. min.	1 H. Draconis	+ 0.285	+ 0.259	+ 0.026
	23	δ Urs. min.	51 H. Cephei	+ 0.252	+ 0.198	+ 0.054
		λ Urs. min.	51 H. Cephei	+ 0.255	+ 0.198	+ 0.057
	29	δ Urs. min.	51 H. Cephei	+ 0.312	+ 0.267	+ 0.045
		λ Urs. min.	51 H. Cephei	+ 0.316	+ 0.267	+ 0.049
		Polaris	51 H. Cephei	+ 0.316	+ 0.267	+ 0.049
	Oct. 14	λ Urs. min.	51 H. Cephei	+ 0.226	+ 0.185	+ 0.041
	Nov. 30	Polaris	ε Urs. min.	+ 0.645	+ 0.602	+ 0.043
		Gr. 750	ε Urs. min.	+ 0.610	+ 0.602	+ 0.008

Toutes les étoiles de cette série, sauf Polaris, étant de la même grandeur à peu près; presque toutes les observations faites en été, nous pouvons poser

$$\frac{\Sigma(s-s')}{n} = 0$$

et alors nous avons

$$r = + 0''.025.$$

7. Les déviations des $\frac{n_s - n_i}{2}$ séparés du résultat moyen ne sont pas grandes et peuvent être expliquées 1. par les variations de n lui-même, 2. par la valeur assez grande de $s - s'$ dans certains cas (dans les combinaisons avec Polaris par exemple), 3. par ce que les positions de Berliner Jahrbuch ne sont pas du même système. Le système satisfaisant doit avoir la correction $k \sec \delta$*) et k, module du système, doit être constant pour toutes les étoiles du système. Si $k = 0$, le système est exact. Si k n'est pas nul, mais a la même valeur pour toutes les étoiles, l'équation (9) a la forme

$$n_s - n_i = 2(r - k) + (s - s').$$

*) Proprement $a + k \sec \delta$, mais pour les étoiles polaires nous pouvons négliger le coëfficient a.

Si k pour chaque étoile a une autre valeur, l'équation (9) a la forme

$$n_s - n_i = 2(r - k - k') + (s - s')$$

et $n_s - n_i$ peut varier pour chaque nouvelle combinaison d'étoiles.

En réunissant les combinaisons des mêmes étoiles, nous avons la table suivante.

Pass. sup. δ Urs. min. / Pass. inf. 43 H. Ceph.	δ Urs. min. Polaris	δ Urs. min. Gr. 750	ε Urs. min. Polaris	ε Urs. min. Gr. 750	δ Urs. min. 51 H. Ceph.	ε Urs. min. 51 H. Ceph.
+0ˢ.039	+0ˢ.015	+0ˢ.063	+0ˢ.067	+0.051	+0ˢ.045	+0ˢ.035
	032	029	031	008	050	086
	054	038	043		109	066
	041				054	044
					060	083
					054	039
					045	050

Pass. sup. / Pass. inf.	76 Drac. 51 H. Cephei	δ Urs. min. 1 H. Draconis	43 H. Cephei 51 H. Cephei	λ Urs. min. 51 H. Cephei	Polaris 51 H. Cephei
	+0ˢ.096	+0ˢ.040	+0ˢ.057	+0ˢ.057	+0ˢ.049
	113	014		049	
	089	026		041	
	105				
	072				

Nous voyons que la plus grande valeur de $n_s - n_i$ représentent les combinaisons avec 76 Draconis; ce fait nous force de supposer, que AR de cette étoile diffère beaucoup du système.

Si k n'est pas nul, nous avons en général

$$r - k = +0ˢ.025 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

et nous voyons, que r et k ne peuvent pas être séparés, et nous ne pouvons pas déterminer r, si les ascensions droites des étoiles observées sont inexactes.

8. Les mêmes différences $n_s - n_i$ calculées avec le système de Connaissance des Temps ont la valeur $+0ˢ.100$, de sorte que

$$r - k = +0ˢ.050.$$

r étant constant, k doit avoir une autre valeur pour le système de Connaissance des Temps.

9. Pour démontrer que dans la différence $n_s - n_i$ entre non seulement k, mais aussi r, nous donnons la table suivante des $\frac{n_s - n_i}{2}$ pour plusieurs obser-

Bulletin N. S. IV (XXXVI) p. 440.

vateurs (on observait les mêmes étoiles et on les calculait avec le même système des fondamentales)

M. Romberg ..... — 0.026
M. Morine ..... + 0.042
M. Serafimoff .... + 0.015
M. Ditschénko.... + 0.025

10. Nous pouvons faire un arrangement des observations pour exclure immédiatement r. L'équation de Bessel peut être écrite ainsi pour les étoiles polaires

$$\alpha = \theta + \Delta\theta + m + (n + c + r)\operatorname{tg}\delta + p + q + s\sec\delta \ldots (11)$$

$$\alpha' = \theta' + \Delta\theta + m - (n + c - r)\operatorname{tg}\delta' - p + q - s'\sec\delta' \ldots (12)$$

De la même manière pour la fondamentale

$$A = \theta + \Delta\theta + m + (n + c + r)\operatorname{tg} D + p + q + (S - k)\sec D$$
$$A' = \theta' + \Delta\theta + m - (n + c - r)\operatorname{tg} D' - p + q - (S' + k)\sec D'$$

d'où

$$n + c + r = n_s - \frac{p + r}{\operatorname{tg} D} - (S - k) \ldots\ldots\ldots (13)$$

$$n + c - r = n_i - \frac{p - q}{\operatorname{tg} D'} - (S' + k) \ldots\ldots\ldots (14)$$

En remplaçant les coefficients $n + c + r$ et $n + c - r$ dans les équations (11) et (12) par les valeurs tirées des équations (13) et (14) nous avons

$$\alpha = \theta + \Delta\theta + m + n_s\operatorname{tg}\delta + (p + q)\left(1 - \frac{\operatorname{tg}\delta}{\operatorname{tg} D}\right) + s\sec\delta - (S - k)\operatorname{tg}\delta \ldots (15)$$

$$\alpha' = \theta' + \Delta\theta + m - n_i\operatorname{tg}\delta' - (p - q)\left(1 - \frac{\operatorname{tg}\delta'}{\operatorname{tg} D'}\right) - s'\sec\delta' + (S' + k)\operatorname{tg}\delta' \ldots (16)$$

Les équations (15) et (16) sont libres de r.

11. Si au contraire, nous voulons avoir les α libres de k, alors des équations (13) et (14) nous avons

$$2(n + c) = n_s + n_i - (S + S') - \left[\frac{p + q}{\operatorname{tg} D} + \frac{p - q}{\operatorname{tg} D'}\right] \ldots\ldots (17)$$

En remplaçant dans les équations (11) et (12) $n + c$ par sa valeur tirée de l'équation (17), nous aurons les α libres de k.

12. Il faut dire, que les valeurs de α ainsi obtenues ne sont pas tout à fait libres de $r - k$, qui s'introduit dans la correction de la pendule; mais pour cette correction on observe les étoiles équatoriales; pour elles $\sec\delta = 1$, et cette inexactitude sera en général négligeable pour les étoiles polaires.

13. Si nous avons observé deux culminations d'une étoile avec la même fondamentale, — en additionant les équations (15) et (16) nous avons

$$\left.\begin{aligned} 2\alpha = (\theta + \Delta\theta + m) + (\theta' + \Delta\theta' + m') + (n_s - n_i')\operatorname{tg}\delta + \\ + 2q\left(1 - \frac{\operatorname{tg}\delta}{\operatorname{tg}D}\right) + (s - s')\sec\delta - (S - S')\operatorname{tg}\delta + 2k\operatorname{tg}\delta \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (18)$$

L'équation (18) ne dépend que de $s - s'$. Pour les étoiles assez faibles les diamètres varient peu avec la qualité des images, et nous pouvons poser $s - s' = 0$.

Pour les étoiles de 1^m et 2^m ce sera autre chose. Moi-même j'avais vu Polaris avec un diamètre de 0″.5 et l'autre jour avec un diamètre de 10″.0; enfin une fois l'étoile couvrait son compagnon.

Ainsi pour les étoiles brillantes nous ne pouvons pas exclure l'influence du coefficient s par un arrangement des observations.

14. Nous pouvons exclure cette influence, si l'oculaire de notre lunette porte un prisme. Ayant observé quelques fils, changeons la direction du mouvement en retournant le prisme et puis observons encore plusieurs fils. Alors chaque observation nous donnera deux équations

$$\alpha = \theta + \Delta\theta + m + n\operatorname{tg}\delta + c\sec\delta + p + q + (r + s)\sec\delta.$$
$$\alpha = \theta' + \Delta\theta + m + n\operatorname{tg}\delta + c\sec\delta - p + q + (r - s)\sec\delta.$$

En additionnant nous avons

$$\alpha = \frac{\theta + \theta'}{2} + \Delta\theta + m + n\operatorname{tg}\delta + c\sec\delta + q + r\sec\delta.$$

De la même manière, pour la culmination inférieure nous avons

$$\alpha = \frac{\theta + \theta'}{2} + \Delta\theta + m - n\operatorname{tg}\delta - c\sec\delta + q + r\sec\delta.$$

15. Je voudrais dire quelques mots à propos de la notice de M. Schaeberle (Astr. Nachr. № 3200) intitulée: «A special case of an error in the observed time of a star's transit, which is a function of the star's magnitude».

M. Schaeberle aperçut en observant les passages une erreur, évidemment dépendante de la splendeur des étoiles observées. Pour résoudre cette question, il employa la méthode suivante. Ayant observé sur plusieurs fils, il affaiblissait l'étoile et puis il l'observait encore sur plusieurs fils. De cette maniére chaque étoile lui donna deux moments de passage par le fil moyen: t et t'. Il trouva, d'après la série de 43 observations, que la différence $t' - t$ a le caractère systématique. Puis il posa, en désignant par m la magnitude de l'étoile et par m' la magnitude de la même étoile affaiblie:

$$t' - t = A(m' - m) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (a)$$

et il trouva

$$\alpha' - \alpha = (t' - t) - 0^s.022\,(m' - m).$$

Bulletin N. S. IV (XXXVI) p. 442.

L'équation (*a*) n'est pas exempte des fautes. La différence $t'—t$ peut dépendre de l'éclat, du diamètre, mais pas de m.

On pourrait écrire l'équation (*a*), si m était proportionnell à l'éclat et au diamètre de l'étoile; mais nous savons bien, que m est constant, et l'éclat et le diamètre varient avec la qualité des images. Le diamètre de Polaris varie de 0″.5 à 10″ et plus, m étant invariable.

Pour chaque observation de M. Schaeberle l'équation de Bessel a deux formes

$$\alpha = t + \Delta t + m + n \operatorname{tg}\delta + c \sec\delta + p + q + (r + s)\sec\delta$$
$$\alpha = t' + \Delta t + m + n \operatorname{tg}\delta + c \sec\delta + p + q + (r + s')\sec\delta$$

d'où

$$t' - t = -(s' - s)\sec\delta \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (b)$$

L'équation (*b*) nous montre, que la différence $t'—t$ doit dépendre des images et des déclinaisons.

Quant aux images, toutes les observations de M. Schaeberle sont faites le 25 Juin 1891. Si M. Schaeberle répétait sa série d'observations une autre fois, il obtiendrait peut être d'autres résultats numériques. Puis M. Schaeberle observait les étoiles, dont les déclinaisons ne surpassent 60°, c'est à dire dont les sec δ sont comprises entre 1 et 2. Ainsi il n'aperçut aucune influence de sec δ.

MÉLANGES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

TIRÉS DU

BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST.-PÉTERSBOURG.

TOME VII.

Détermination des grandeurs des étoiles de l'amas stellaire χ Persei d'après les diamètres mesurés sur le cliché photographique. Par Eugénie Maximoff. (Lu le 12 janvier 1894).

(1-ère Communication du bureau du Calcul).

L'évaluation des grandeurs des étoiles dans le groupe stellaire χ Persei, photographiées par le professeur Donner à Helsingfors, en 1890, a été faite par M^lle^ Teplakoff et moi à l'aide d'un appareil construit par MM. Repsold à Hambourg pour la mesure des photographies stellaires. La plaque dont nous nous sommes servies avait été exposée à la lumière pendant 20 minutes; le micromètre oculaire était pourvu de deux fils d'araignée mobiles croisant à angle droit un autre fil horizontal. Au moyen de la vis micrométrique nous avons pointé successivement chaque bord du disque stellaire entre les deux fils parallèles du micromètre. Toutes les étoiles, le nombre en est de 900, ont été mesurées deux fois: la première fois dans la direction des ascensions droites, la seconde dans la direction des déclinaisons; chaque étoile avait ainsi deux diamètres, partant deux grandeurs différentes. Dans la plupart des cas, surtout tant qu'il s'agit du centre de la plaque où les disques stellaires sont presque circulaires et bien définis, la différence entre ces deux diamètres n'est pas grande. Mais près des bords de la plaque les images sont beaucoup moins distinctes: elles deviennent allongées, presque elliptiques, et donnent naturellement dans deux directions opposées deux diamètres différents; ces diamètres différents donnent de différentes grandeurs; mais cette différence surpasse rarement 0^m^5; j'ai pris pour toutes les étoiles la moyenne de ces grandeurs.

Pour l'évaluation des grandeurs des étoiles d'après leurs diamètres mesurés sur la plaque j'avais l'intention de me servir de la formule suivante, donnée par M. Charlier:

$$m = a - b \log D, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

qui donne la grandeur m de l'étoile exprimée en fonction du diamètre D mesuré sur la plaque photographique; a et b sont deux constantes; b est

susceptible de très petits changements, en général, mais tant qu'il s'agit d'un certain instrument M. Charlier suppose qu'il reste invariable; a dépend de la nature de la plaque, de l'état de l'atmosphère et surtout du temps de l'exposition. La valeur numérique de ces deux constantes devait être trouvée en introduisant dans cette équation les diamètres des étoiles dont les grandeurs étaient connues.

Nous avions à notre disposition un seul cliché; à cause de cela il m'a été difficile de créer un système de grandeurs indépendant et j'ai dû baser mes déterminations sur un autre système de grandeurs connu. Les étoiles du groupe χ Persei ont été observées par M. Vogel et aussi par M. Pihl; je me suis servie du catalogue de M. Pihl; il contient environ deux cents étoiles de ce groupe stellaire; je les ai classées d'après leur grandeur et pour chaque grandeur différente j'ai obtenu le nombre suivant d'étoiles:

6.6 — 1	8.5 — 2	9.2 — 4	9.9 — 6	10.5 — 8	11.1 — 8
7.2 — 1	8.7 — 2	9.3 — 5	10.0 — 11	10.6 — 20	11.2 — 9
7.7 — 1	8.8 — 6	9.4 — 3	10.1 — 4	10.7 — 15	11.3 — 2
7.9 — 2	8.9 — 3	9.5 — 4	10.2 — 5	10.8 — 6	11.4 — 5
8.0 — 1	9.0 — 3	9.7 — 2	10.3 — 4	10.9 — 7	11.5 — 5
8.3 — 1	9.1 — 5	9.8 — 5	10.4 — 14	11.0 — 5	11.6 — 4

La plupart de ces étoiles ont été mesurées deux fois, quelques unes même trois et quatre fois.

Ces grandeurs différentes, 36 en nombre, avec les diamètres correspondants (j'ai pris les moyennes arithmétiques de plusieurs), ont été substituées dans la relation (1), et elles ont donné ainsi 36 équations pour la détermination des inconnues a et b.

C'est ainsi que j'ai obtenu la formule:

$$m = 20.0 - 5.18 \lg D \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Mais il est évidémment impossible de considérer comme constantes a et b ou du moins l'une des deux; on le voit d'après les différences suivantes entre les grandeurs déterminées par M. Pihl et celles données par la formule (2):

Bulletin N. S. IV (XXXVI) p. 446.

m. *P.*	m. (2)	diff.
6.6	7.35	— 0.75
7.2	7.42	— 0.22
7.7	8.00	— 0.30
7.9	8.22	— 0.32
8.0	8.36	— 0.36
8.3	8.14	+ 0.16
8.5	8.50	0.00
8.7	8.68	+ 0.02
8.8	8.76	+ 0.04
8.9	8.82	+ 0.08
9.0	8.97	+ 0.03
9.1	9.05	+ 0.05
9.2	9.10	+ 0.10
9.3	9.16	+ 0.14
9.4	9.19	+ 0.21
9.5	9.19	+ 0.31
9.7	9.31	+ 0.39
9.8	9.33	+ 0.47
9.9	9.51	+ 0.39
10.0	9.64	+ 0.36
10.1	9.73	+ 0.37
10.2	9.98	+ 0.22
10.3	10.17	+ 0.13
10.4	10.23	+ 0.17
10.5	10.29	+ 0.21
10.6	10.44	+ 0.16
10.7	10.51	+ 0.19
10.8	10.51	+ 0.29
10.9	10.72	+ 0.18
11.0	11.11	— 0.11
11.1	11.11	— 0.01
11.2	11.25	— 0.05
11.3	11.76	— 0.46
11.4	11.76	— 0.36
11.5	12.07	— 0.57
11.6	12.35	— 0.75

Ainsi, la formule de M. Charlier ne peut pas servir à la détermination des grandeurs d'après nos diamètres; cela vient peut-être de la nature de la plaque, peut-être aussi de notre manière de mesurer les diamètres; enfin, la formule de M. Charlier elle-même peut-être n'est pas assez générale. En représentant graphiquement la variation des différences considérées comme fonctions des grandeurs données par la formule (2) on obtient une ligne brisée assez irrégulière ayant un maximum pour la grandeur = 9.8. J'ai remplacé

Bulletin M. S. IV (XXXVI) p. 447.

cette ligne par une courbe, la plus simple que j'ai pu tracer par les points donnés. A l'aide de cette courbe on obtient les corrections qu'il faut ajouter à la grandeur donnée par la formule (2) pour obtenir aussi près que possible la grandeur donnée par M. Pihl.

La formule (2), ainsi complétée, donne pour les diamètres différents, mesurés micrométriquement, un système de grandeurs tout à fait déterminées, système basé sur celui de M. Pihl. Pour abréger et faciliter le calcul des grandeurs j'ai construit une table qui donnait la grandeur de l'étoile pour chaque diamètre d'après la formule (2).

Les différences suivantes montrent quel degré d'exactitude je pouvais obtenir en me servant de cette formule complétée pour l'évaluation des grandeurs.

m. (2)	corr.	m. *P.*	diff.
7.35	— 0.75	6.6	0.00
7.42	— 0.72	7.2	— 0.50
8.00	— 0.41	7.7	— 0.11
8.22	— 0.29	7.9	+ 0.03
8.36	— 0.21	8.0	+ 0.15
8.14	— 0.33	8.3	— 0.49
8.50	— 0.14	8.5	— 0.14
8.68	— 0.04	8.7	— 0.06
8.76	+ 0.01	8.8	— 0.03
8.82	+ 0.04	8.9	— 0.04
8.97	+ 0.11	9.0	+ 0.08
9.05	+ 0.16	9.1	+ 0.11
9.10	+ 0.18	9.2	+ 0.08
9.16	+ 0.22	9.3	+ 0.08
9.19	+ 0.23	9.4	+ 0.02
9.19	+ 0.23	9.5	— 0.08
9.31	+ 0.29	9.7	— 0.10
9.33	+ 0.30	9.8	— 0.17
9.51	+ 0.36	9.9	— 0.03
9.64	+ 0.38	10.0	+ 0.02
9.73	+ 0.37	10.1	0.00
9.98	+ 0.32	10.2	+ 0.10
10.17	+ 0.28	10.3	+ 0.15
10.23	+ 0.26	10.4	+ 0.09
10.29	+ 0.23	10.5	+ 0.02
10.44	+ 0.17	10.6	+ 0.01
10.51	+ 0.16	10.7	— 0.03
10.51	+ 0.16	10.8	— 0.13
10.72	+ 0.07	10.9	— 0.11
11.11	— 0.08	11.0	+ 0.03
11.11	— 0.08	11.1	— 0.07

m. (2)	corr.	m. *P.*	diff.
11.25	— 0.15	11.2	— 0.10
11.76	— 0.41	11.3	+ 0.05
11.76	— 0.41	11.4	— 0.05
12.07	— 0.56	11.5	+ 0.01
12.35	— 0.70	11.6	+ 0.05

La liste suivante contient environ deux cents étoiles qui ont été déterminées par M. Pihl et par nous. Les différences entre les grandeurs données par M. Pihl et les nôtres ne dépassent pas dans la plupart des cas les erreurs probables. Il y en a quelques unes pourtant qui sont plus grandes, par exemple:

№ 168	8.5 (*P*)	10.16	+ 1.66
№ 159	8.0 (*P*)	9.49	+ 1.49
№ 120	8.5 (*P*)	9.97	+ 1.47

C'est curieux, que ce sont justement ces étoiles qui sont citées dans le catalogue de M. Pihl comme des étoiles colorées: l'étoile № 120 est décidément jaune, les deux autres légèrement rouges.

№	Diam.	m. *P.*		diff.
78	282.0	6.6	6.54	0.06
150	263.6	7.2	6.77	— 0.43
144	207.6	7.7	7.58	— 0.12
77	199.6	7.9	7.72	— 0.18
33	177.0	7.9	8.15	+ 0.25
171	188.5	8.0	7.93	— 0.07
159	120.2	8.0	9.49	+ 1.49
86	195.8	8.3	7.80	— 0.50
98	174.2	8.5	8.19	— 0.31
110	163.8	8.5	8.41	— 0.09
168	92.9	8.5	10.16	+ 1.66
120	102.3	8.5	9.97	— 1.47
137	157.6	8.7	8.55	+ 0.15
232	144.5	8.7	8.84	+ 0.14
32	147.3	8.8	8.78	— 0.02
35	130.1	8.8	9.21	+ 0.41
100	154.4	8.8	8.61	— 0.19
112	156.1	8.8	8.58	— 0.22
198	148.0	8.8	8.77	— 0.03
223	144.4	8.8	8.84	+ 0.04
72	138.0	8.9	9.01	+ 0.11

№	Diam.	m. P.		diff.
160	146.5	8.9	8.80	— 0.10
183	139.1	8.9	8.98	+ 0.08
119	129.1	9.0	9.24	+ 0.24
102	146.2	9.0	8.81	— 0.19
122	131.6	9.0	9.16	+ 0.16
61	135.5	9.1	9.07	— 0.03
64	140.3	9.1	8.95	— 0.15
89	148.0	9.1	8.77	— 0.33
230	130.2	9.1	9.21	+ 0.11
231	114.5	9.1	9.65	+ 0.55
39	124.8	9.2	9.34	+ 0.14
54	127.6	9.2	9.27	+ 0.07
179	124.6	9.2	9.36	+ 0.16
197	128.8	9.2	9.24	+ 0.04
76	122.9	9.3	9.39	+ 0.09
96	130.0	9.3	9.21	— 0.09
206	126.3	9.3	9.30	0.00
225	101.2	9.3	10.00	+ 0.70
229	116.7	9.3	9.59	+ 0.29
38	131.7	9.4	9.16	— 0.24
91	124.0	9.4	9.38	— 0.02
127	116.3	9.4	9.59	+ 0.19
140	123.0	9.5	9.39	— 0.11
142	125.2	9.5	9.34	— 0.16
194	119.4	9.5	9.50	— 0.00
233	126.0	9.5	9.31	— 0.19
69	106.0	9.6	9.87	+ 0.27
81	111.9	9.6	9.72	+ 0.12
138	107.8	9.6	9.82	+ 0.22
34	101.2	9.7	10.00	+ 0.30
220	115.9	9.7	9.60	— 0.10
126	108.1	9.8	9.82	+ 0.02
155	120.7	9.8	9.47	— 0.33
176	114.8	9.8	9.63	— 0.17
199	87.7	9.8	10.27	+ 0.47
234	101.6	9.8	9.99	+ 0.19
125	99.2	9.9	10.04	+ 0.14
129	107.4	9.9	9.84	— 0.06
132	108.7	9.9	9.81	— 0.09
141	105.9	9.9	9.87	— 0.03
152	110.8	9.9	9.74	— 0.16
178	106.0	9.9	9.87	— 0.03
212	102.4	9.9	9.97	+ 0.07
218	98.7	9.9	10.05	+ 0.15
41	100.7	10.0	10.01	+ 0.01

№	Diam.	m. *P.*		diff.
93	111.5	10.0	9.73	— 0.27
118	99.4	10.0	10.03	+ 0.03
121	94.1	10.0	10.14	+ 0.14
133	100.7	10.0	10.01	+ 0.01
147	96.5	10.0	10.10	+ 0.10
153	101.8	10.0	9.98	— 0.02
196	101.4	10.0	9.99	— 0.01
204	67.6	10.0	10.67	+ 0.67
221	95.9	10.0	10.10	+ 0.10
236	100.0	10.0	10.02	+ 0.02
47	98.5	10.1	10.06	— 0.04
55	113.3	10.1	9.67	— 0.43
135	91.4	10.1	10.19	+ 0.09
169	90.9	10.1	10.20	+ 0.10
226	48.0	10.1	11.12	+ 1.02
79	92.7	10.2	10.17	— 0.03
123	93.6	10.2	10.15	— 0.05
136	87.0	10.2	10.28	+ 0.08
174	87.2	10.2	10.28	+ 0.08
188	82.3	10.2	10.37	+ 0.17
235	51.5	10.2	11.04	+ 0.84
36	92.4	10.3	10.18	— 0.12
51	86.3	10.3	10.30	0.00
85	81.3	10.3	10.39	+ 0.09
105	70.5	10.3	10.61	+ 0.31
30	75.0	10.4	10.52	+ 0.12
43	107.6	10.4	9.84	— 0.56
70	91.8	10.4	10.18	— 0.22
90	101.0	10.4	10.00	— 0.40
114	88.6	10.4	10.26	— 0.14
139	70.8	10.4	10.60	+ 0.20
163	80.5	10.4	10.41	+ 0.01
164	98.1	10.4	10.07	— 0.33
205	53.7	10.4	10.98	+ 0.58
207	67.4	10.4	10.68	+ 0.28
215	80.3	10.4	10.41	+ 0.01
216	52.6	10.4	11.01	+ 0.61
224	60.6	10.4	10.83	+ 0.43
228	72.2	10.4	10.57	+ 0.17
31	77.4	10.5	10.48	— 0.02
42	88.8	10.5	10.26	— 0.24
63	80.2	10.5	10.41	— 0.09
92	108.7	10.5	9.81	— 0.69
113	65.1	10.5	10.73	+ 0.23
124	78.8	10.5	10.45	— 0.05

№	Diam.	m. P.		diff.
181	75.7	10.5	10.51	+ 0.01
214	61.8	10.5	10.80	+ 0.30
53	80.3	10.6	10.41	— 0.19
59	74.8	10.6	10.53	— 0.07
66	69.1	10.6	10.64	+ 0.04
67	75.5	10.6	10.52	— 0.08
71	78.7	10.6	10.45	— 0.15
73	95.9	10.6	10.10	— 0.50
87	76.1	10.6	10.51	— 0.09
88	92.8	10.6	10.17	— 0.43
108	62.8	10.6	10.77	+ 0.17
117	62.6	10.6	10.78	+ 0.18
162	85.9	10.6	10.30	— 0.30
172	69.4	10.6	10.63	+ 0.03
185	65.3	10.6	10.72	+ 0.12
200	41.7	10.6	11.28	+ 0.68
201	75.0	10.6	10.52	— 0.08
208	66.1	10.6	10.71	+ 0.11
202	64.5	10.6	10.74	+ 0.14
209	65.6	10.6	10.71	+ 0.11
222	75.0	10.6	10.52	— 0.08
106	74.4	10.6	10.54	— 0.06
48	59.2	10.7	10.86	+ 0.16
52	64.1	10.7	10.74	+ 0.04
56	73.9	10.7	10.54	— 0.16
68	80.9	10.7	10.40	— 0.30
80	67.9	10.7	10.67	— 0.03
83	71.8	10.7	10.58	— 0.12
84	82.2	10.7	10.38	— 0.32
148	61.3	10.7	10.80	+ 0.10
151	71.2	10.7	10.59	— 0.11
158	48.6	10.7	11.11	+ 0.41
180	52.7	10.7	11.01	+ 0.31
186	59.1	10.7	10.87	+ 0.17
187	69.6	10.7	10.63	— 0.07
191	52.6	10.7	11.01	+ 0.31
227	71.4	10.7	10.59	— 0.11
49	62.5	10.8	10.78	— 0.02
99	55.2	10.8	10.95	+ 0.15
131	65.9	10.8	10.71	— 0.09
154	69.4	10.8	10.63	— 0.17
195	73.0	10.8	10.56	— 0.24
217	65.5	10.8	10.72	— 0.08
50	61.8	10.9	10.80	— 0.10
65	60.7	10.9	10.82	— 0.08

№	Diam.	m. *P.*		diff.
156	65.8	10.9	10.71	— 0.19
175	64.2	10.9	10.74	— 0.16
211	67.2	10.9	10.68	— 0.22
192	56.1	10.9	10.93	+ 0.03
143	69.7	10.9	10.62	— 0.28
62	53.6	11.0	10.99	— 0.01
107	54.6	11.0	10.97	— 0.03
167	48.7	11.0	11.11	+ 0.11
173	51.5	11.0	11.04	+ 0.04
190	52.3	11.0	11.02	+ 0.02
44	71.1	11.1	10.60	— 0.50
58	64.0	11.1	10.74	— 0.36
60	44.8	11.1	11.20	+ 0.10
74	65.2	11.1	10.72	— 0.38
128	47.0	11.1	11.15	+ 0.05
145	53.2	11.1	11.00	— 0.10
170	48.1	11.1	11.12	+ 0.02
219	40.9	11.1	11.31	+ 0.21
40	49.7	11.2	11.09	— 0.11
57	64.4	11.2	10.74	— 0.46
75	36.7	11.2	11.42	+ 0.22
109	47.1	11.2	11.15	— 0.05
115	64.4	11.2	10.74	— 0.46
161	24.6	11.2	11.89	+ 0.69
166	36.8	11.2	11.42	+ 0.22
177	43.8	11.2	11.23	+ 0.03
182	56.5	11.2	10.92	— 0.28
94	50.6	11.3	11.07	— 0.23
157	33.2	11.3	11.53	+ 0.23
82	48.5	11.4	11.11	— 0.29
95	46.3	11.4	11.17	— 0.23
104	40.8	11.4	11.31	— 0.09
210	43.5	11.4	11.23	— 0.17
213	34.5	11.4	11.50	+ 0.10
37	46.6	11.5	11.16	— 0.34
103	54.9	11.5	10.95	— 0.55
111	28.8	11.5	11.70	+ 0.20
46	63.0	11.5	10.77	— 0.73
116	29.2	11.5	11.68	+ 0.18
97	27.9	11.6	11.74	+ 0.14
101	38.9	11.6	11.35	— 0.25
130	40.3	11.6	11.32	— 0.28
184	44.8	11.6	11.20	— 0.40
134	23.1	11.7	11.97	+ 0.27

Ces grandeurs comme celles des autres étoiles de l'amas χ Persei, déterminées par nous seront citées dans le catalogue que M^lles^ Bronsky et Stebnitzky construisent actuellement. J'espère que le système ainsi dressé sera assez exacte pour servir dans le futur comme fondement pour les études des variations des éclats des étoiles de χ Persei.

Bulletin N. S. IV (XXXVI) p. 454.

CONTENU

DES LIVRAISONS PRÉCÉDENTES DU TOME VII.

Livraison 1.

Prix 1 Rbl. 45 Kop. = 3 Mark 65 Pf.

Dr. C. V. L. Charlier. Über die Lösung mechanischer Probleme, die auf hyperelliptische Differentialgleichungen führen.

A. Bonsdorff. Herleitung einer Formel zur Berechnung von Parallelbogen des Erdellipsoides.

Hermann Struve. Résultats préliminaires des observations faites sur les satellites de Saturne à l'aide du réfracteur de 30 pouces.

O. Backlund. Über einige von Winnecke am Pulkowaer Meridiankreise in den Jahren 1861—1863 angestellte Beobachtungen.

Edouard Lucas. Sur la loi de réciprocité des résidus quadratiques.

Th. Bredichin. Sur les phénomènes extraordinaires présentés par la grande comète de 1882. (Avec une planche).

H. Struve. Sur deux lois nouvelles dans la mécanique céleste.

E. Lindemann. Über eine von Prof. Ceraski angedeutete persönliche Gleichung bei Helligkeitsvergleichungen der Sterne.

M. Nyrén. Über ein von der Temperatur abhängiges Glied in den Collimatorablesungen des Pulkowaer Meridiankreises.

A. Belopolsky. Über die Rotation des Jupiter. (Mit einer Tafel).

Th. Bredichin. Sur les Perséides observés en Russie en 1890. (Avec une planche).

O. Backlund. Astronomische Ortsbestimmungen im nördlichen Russland.

O. Backlund. Genäherte Elemente und Ephemeride des Enke'schen Cometen für 1891.

Livraison 2.

Prix 1 Rbl. 50 Kop. = 3 Mk. 75 Pf.

P. Schiff. Sur l'intégration d'un système d'équations différentielles linéaires simultanées aux dérivées partielles d'ordre supérieur.

Th. Bredikhine. Sur les radiants des Andromédides. (Avec 1 planche).

F. Renz. Beobachtungen von 51 Doppelsternen mit grosser Distanz nebst einer Untersuchung über systematische Fehler.

J. Seyboth. Über einige ältere und neuere Sterncataloge.

Hermann Struve. Sur la libration de Hypérion.

Th. Brédikhine. Sur la dispersion des points radiants de météores. (Avec 1 planche).

A. Belopolsky. Spectrum der «Nova Aurigae» 1892, beobachtet in Pulkowo. (Mit1 Tafel).

F. Brioschi. Sur l'équation différentielle Lamé-Hermite.

Th. Brédikhine. Sur les Perséides observées en Russie en 1892.

E. Lindemann. Die Lichtcurve des neuen Sterns von 1892 (T Aurigae). (Mit 1 Tafel).

This book should be returned to the Library on or before the last date stamped below.

A fine of five cents a day is incurred by retaining it beyond the specified time.

Please return promptly.

3 2044 092 688 126